

УДК 539.3

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ДЕФЕКТІВ НА ДИНАМІЧНУ ПОВЕДІНКУ ШАРУВАТИХ СФЕРИЧНИХ ОБОЛОНКОВИХ СТРУКТУР

К.Е. Котенко¹,
канд. техн. наук

М.О. Клименко¹,
к-т техн. наук

С.П. Орленко²,
канд. техн. наук

¹Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

²Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, м. Київ

DOI: 10.32347/2410-2547.2026.116.193-206

Виконано дослідження лінійних перехідних динамічних процесів тришарових сферичних оболонкових структур з дискретно-симетричним армованим ребрами заповнювачем за наявності кільцевих розривів у армуючих ребрах цих структур. Методом скінченних елементів здійснені чисельні розрахунки нормальних деформацій ϵ_{22} і напружень фон Мізеса σ_{VM} несучих шарів сферичних структур, визначаючих їх напружено-деформований стан.

Отримано рівняння руху тришарової сферичної оболонки з дискретно-неоднорідним заповнювачем. Досліджено напружено-деформований стан тришарових сферичних структур при дії осесиметричного внутрішнього імпульсного навантаження. Наведені результати величин перших п'яти власних частот розглянутих структур.

Дослідження дали змогу визначити значимість впливу дефектів у вигляді колових розривів на характеристики напружено-деформованого стану тришарових сферичних оболонок при наявності та відсутності міжшарового заповнювача за різних граничних умов.

Ключові слова: динамічна поведінка, тришарова сферична оболонка, структурний дефект, неоднорідний заповнювач, коловий розрив, граничні умови, скінченно-елементний метод.

Вступ. Останнім часом значно зросли запити на тонкостінні шаруваті оболонки підвищеної міцності. Особливо затребуваними для об'єктів спеціального призначення стали тришарові оболонки різних канонічних форм. Конструктивні елементи таких оболонок забезпечують міцність, зменшують їх вагу та збільшують їх стійкість до динамічних впливів.

Досить розповсюджене застосування в техніці знайшли тришарові сферичні конструкції з неоднорідним заповнювачем різної структури. Нестационарні процеси в симетричних тришарових сферичних оболонках досліджені традиційними методами математичної фізики та чисельного аналізу порівняно докладно [1-3]. Однак, останнім часом, створення прогресивних технологій, об'єктів спеціального призначення часто призводить до необхідності розробки конструктивних тришарових оболонкових елементів із заповнювачем ускладненої геометричної структури. Дослідженню динаміки тришарових сферичних оболонок обертання з дискретно-симетричним заповнювачем було покладено в роботах [4, 5].

Структурна цілісність тришарових оболонок схильна до суттєвого впливу дефектів. Незважаючи на визначні властивості, міцність і жорсткість шаруватих оболонок можуть бути значно знижені через наявність дефектів, які неминуче виникають у процесі виробництва або експлуатації. Наявність дефектів (порожнеч, відшарування, неоднорідностей матеріалу) в таких конструкціях значно ускладнює аналіз, оскільки вони порушують рівномірність розподілу напружень і деформацій, можуть бути концентраторами напружень і призводити до руйнування.

У статті [6] представлено комбіноване обчислювальне та аналітичне дослідження розподілу ймовірностей коефіцієнта зруйнування напівсферичного оболонки, що містять кілька невзаємодіючих локалізованих геометричних дефектів. В аналітичній моделі статистика коефіцієнта зруйнування для оболонок з одним дефектом явно пов'язана зі статистикою амплітуди дефекту. Аналітичне дослідження супроводжується серією стохастичних

моделювань методом скінченних елементів напівсферичних оболонок різних розмірів та з різними розмірами зони, що містить дефекти. Показано, що аналітична модель узгоджується з результатами моделювання.

В роботі [7] представлено результати числового дослідження з використанням методу скінченних елементів для вивчення міцності на вигин майже ідеальних сферичних оболонок, що містять один локалізований дефект гаусової форми з виїмкою. Результати цього дослідження підкреслюють критичну важливість ретельно контрольованих числових параметрів у моделюванні вигину оболонок у майже ідеальній границі, демонструючи, наскільки вибір параметрів дискретизації є важливим для точного прогнозування різних режимів вигину для різних геометрій оболонок.

В статті [8] вирішено завдання стійкості тонких відшарувань, розташованих поблизу внутрішньої поверхні стиснутої сферичної оболонки, виготовленої із шаруватих композиційних матеріалів. Сформульовані основні положення енергетичного методу, які застосовуються для характеристик зростання відшарування в тонкостінних оболонках. Розроблений метод визначення стійкості відшарування сферичної оболонки може бути використаний інженерами-конструкторами для розрахунків на міцність елементів конструкцій з композитних матеріалів, а також для оцінки розмірів дефектів для подальшого використання елементів конструкції.

Таким чином, в науковій літературі існує теоретична інформація, яка вказує на необхідність врахування і визначення впливу дефектів різного роду на динамічні характеристики конструктивних елементів ракетної і авіаційної техніки. Але у відкритих літературних джерелах майже відсутні теоретичні роботи із дослідження впливу кільцевих розривів в армуючих ребрах на динамічні характеристики тришарових сферичних оболонкових структур. Тоді як при їх конструюванні необхідно володіти інформацією про розподіл динамічних характеристик з різних конструкцій шаруватого пакету.

Постановка задачі

Сферична тришарова оболонка являє собою пружну структуру, яка складається з внутрішнього (індекс 1), зовнішнього (індекс 2) несучих шарів, легкого заповнювача (індекс t) і набору дискретних ребер (індекс j), жорстко з'єднаних з зазначеними несучими шарами. Оболонка має постійну загальну товщину h і віднесена до координат α, z . Координатна лінія $R\alpha$ на серединній поверхні оболонки при $z = 0$ збігається з твірною лінією; координатна лінія z є прямою, ортогональною до серединних поверхонь. Вважається величина z є додатною, якщо точка знаходиться з боку опуклості серединної поверхні шару оболонки. Оболонки жорстко з'єднані між собою дискретними ребрами і легким заповнювачем. Вид деформованого стану внутрішнього і зовнішнього несучих шарів представлені через компоненти узагальненого вектора переміщень $\bar{U}_1 = (u_s^1, u_3^1, \varphi_1^1)^T$ і $\bar{U}_2 = (u_s^2, u_3^2, \varphi_1^2)^T$ [9]. Поля переміщень для легкого ребристого заповнювача визначаються узагальненим вектором переміщення $\bar{U}_t = (u_s^t, u_3^t, \varphi_1^t)^T$ згідно моделі, запропонованої в [10]. Коефіцієнти першої квадратичної форми і кривизни координатної поверхні записуються наступним чином: $A_1 = A_2 = R_i$, $k_1 = k_2 = 1/R_i$.

Деформований стан армуючого ребра, спрямованого вздовж колової координати, визначається узагальненим вектором переміщень $\bar{U}_j = (u_1^j, u_3^j, \varphi_1^j)^T$. Виходячи з припущень жорсткого з'єднання армуючих ребер із несучими шарами, записуються умови контакту центрів ваги ребер з несучими шарами [11, 12] мають вид:

$$u_1^j = u_1^{jk}(s_j) \mp \frac{H_j}{2} \varphi_1^{jk}(s_j); u_3^j = u_3^{jk}(s_j); \varphi_1^j = \varphi_1^{jk}(s_j) \quad (k = 1, 2), \quad (1)$$

де $s_j = R\alpha_j$ – координата лінії множин точок проєкцій центрів тяжіння поперечних перерізів j -го ребра на відповідну серединну поверхню несучого шару; $h_t = H_j$ – товщина легкого заповнювача. При цьому: $h_j^i = 0,5h_i + H_i/2$, $h_i (i = 1, 2)$ – товщини сферичних несучих шарів; $H_i/2$ – відстань від осі j -го ребра до поверхні гладких оболонок.

На підставі теорії деформації зсуву в оболонках [9] переміщення u_1^i і u_3^i в несучих шарах в напрямку α (поздовжній), z (товщина) і t (час) при малих лінійних переміщеннях виражаються через наступні залежності:

$$u_1^i(s, z, t) = u_0^i(s, t) + z_i \varphi_1^i(s, t), \quad u_3^i(s, z, t) = u_{03}^i(s, t), \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

де φ_1^i – кут повороту нормалі до серединної поверхні несучих шарів.

При цьому деформаційні співвідношення для несучих шарів і j -го ребра приймаються у вигляді:

$$\varepsilon_{11}^i = \frac{\partial u_0^i}{\partial s_i} + \frac{u_{03}^i}{R_i}, \quad \varepsilon_{22}^i = \frac{u_0^i}{R_i} \operatorname{ctg} \alpha + \frac{u_{03}^i}{R_i}, \quad \varepsilon_{13}^i = \varphi_1^i, \quad \kappa_{11}^i = \frac{\partial \varphi_1^i}{\partial s_i}, \quad \kappa_{22}^i = \frac{\varphi_1^i}{R_i} \operatorname{ctg} \alpha, \quad \varepsilon_{22j} = \frac{u_{3j}^i}{R_j}. \quad (3)$$

А вирази для переміщень легкого заповнювача приймаються згідно моделі [10] і мають вид:

$$u_1^t(s, z, t) = \left(1 + \frac{z_t}{R_t}\right) u_0^t(s, t) + z_t u_1^t(s, t), \quad u_3^t(s, z, t) = u_{03}^t(s, t). \quad (4)$$

Кінематичні залежності для заповнювача прийняті з врахуванням малої деформації:

$$\varepsilon_{11}^t = \frac{1}{(1 + z_t/R_t)} \left(\frac{\partial u_0^t}{\partial s} + \frac{u_{03}^t}{R_t} \right), \quad \varepsilon_{22}^t = \frac{u_3^t}{R_t + z_t}, \quad 2\varepsilon_{13}^t = \frac{1}{(1 + z_t/R_t)} \left(\frac{\partial u_{03}^t}{\partial s} - \frac{u_0^t}{R_t} \right) + u_1^t. \quad (5)$$

Ії умови сумісності, які передбачають ідеальне сполучення між заповнювачем і несучими шарами без відриву і проковзування, представимо в наступному вигляді [13]:

$$\begin{cases} u_1^t(z = z_t^1) = u_0^t + \frac{1}{2}(-1)^k h_t \varphi_1^t; & \begin{cases} \text{для } i = 1 \rightarrow (k = 0; z_t^1 = -h_t/2); \\ \text{для } i = 2 \rightarrow (k = 1; z_t^1 = h_t/2). \end{cases} \\ u_{03}^t = u_{03}^t; \end{cases} \quad (6)$$

Використовуючи вирази полів переміщень для несучих шарів (1), легкого заповнювача (3) і міжшарової неперервності переміщень (5), спрощені умови сумісності:

$$u_0^t = \frac{u_0^1 + u_0^2}{2} - \frac{1}{4}(h_2 \varphi_1^2 - h_1 \varphi_1^1), \quad u_1^t = \frac{u_0^1 - u_0^2}{h_t} - \frac{1}{2h_t}(h_2 \varphi_1^2 + h_1 \varphi_1^1), \quad u_{03}^t = \frac{1}{2}(u_{03}^1 + u_{03}^2). \quad (7)$$

Рівняння руху для несучих шарів, ребер і легкого заповнювача виводяться згідно варіаційного принципу стаціонарності Гамільтона – Остроградського, згідно якому:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (K - \Pi + A) dt = 0, \quad (8)$$

де Π – повна потенціальна енергія пружної системи; K – повна кінетична енергія пружної системи; A – робота зовнішніх сил; t_1 і t_2 – фіксовані моменти часу. При виведенні рівнянь коливань тришарових оболонок з легким заповнювачем незалежному варіюванню підлягають: компоненти переміщень несучих шарів, армуючих ребер і заповнювача.

Вирази для варіацій повної потенціальної і кінетичної енергії вказаних компонентів представляються у наступному вигляді:

$$\delta \Pi = \delta \sum_{i=1}^2 \Pi^i + \delta \sum_{j=1}^J \Pi^j + \delta \sum_{S_i} \Pi^t, \quad \delta K = \delta \sum_{i=1}^2 K^i + \delta \sum_{j=1}^J K^j + \delta \sum_{S_i} K^t, \quad (9)$$

де

$$\delta \Pi^i = \int_{S_i} \int_{-h/2}^{h/2} \left(T_{11}^i \delta \varepsilon_{11}^i + T_{22}^i \delta \varepsilon_{22}^i + T_{13}^i \delta \varepsilon_{13}^i + M_{11}^i \delta \kappa_{11}^i + M_{22}^i \delta \kappa_{22}^i \right) dz_i \quad dS_i, \quad (10)$$

$$\delta \Pi^t = \int_{S_i} \int_{-h_t/2}^{h_t/2} \left(T_{11}^t \delta \varepsilon_{11}^t + T_{22}^t \delta \varepsilon_{22}^t + T_{13}^t \delta \varepsilon_{13}^t + M_{11}^t \delta \kappa_{11}^t + M_{22}^t \delta \kappa_{22}^t \right) dz_t \quad dS_t, \quad (11)$$

$$\delta \Pi^j = \int_{L_j} \left(T_{11j} \delta \varepsilon_{11j} + T_{22j} \delta \varepsilon_{22j} + T_{13j} \delta \varepsilon_{13j} + M_{11j} \delta \kappa_{11j} \right) dL_j, \quad (12)$$

$$\delta K^i = \int_{S_i} \left\{ \int_{-h_i/2}^{h_i/2} \left[\rho_i h_i \left(\frac{\partial^2 u_1^i}{\partial t^2} \delta u_1^i + \frac{\partial^2 u_{03}^i}{\partial t^2} \delta u_3^i \right) + \rho_i \frac{h_i^3}{12} \left(\frac{\partial^2 \varphi_1^i}{\partial t^2} \delta \varphi_1^i \right) \right] dz_i \right\} dS_i, \quad (13)$$

$$\delta K^t = \int_{S_i} \left[\int_{-h_i/2}^{h_i/2} \rho_t h_t \left(\frac{\partial^2 u_0^t}{\partial t^2} \delta u_0^t + \frac{\partial^2 u_1^t}{\partial t^2} \delta u_1^t + \frac{h_t^2}{12} \frac{\partial^2 u_{03}^t}{\partial t^2} \delta u_{03}^t \right) dz_t \right] dS_i, \quad (14)$$

$$\delta K^j = \int_{L_j} \left[\rho_j F^j \left(\frac{\partial^2 u_1^j}{\partial t^2} \delta u_1^j + \frac{\partial^2 u_3^j}{\partial t^2} \delta u_3^j \right) + \rho_j \left(I_{kr}^j \frac{\partial^2 \varphi_1^j}{\partial t^2} \delta \varphi_1^j \right) \right] dL_j. \quad (15)$$

В рівняннях (10) – (15) величини F^j, I_{kr}^j відповідають геометричним характеристикам поперечних армуючих ребер; ρ_j – питома вага матеріалу армуючого ребра; ρ_i, ρ_t – питома вага матеріалів несучих шарів і легкого заповнювача, відповідно.

Вважається, що тришарова сферична структура навантажена внутрішнім осесиметричним розподіленим нестационарним нормальним навантаженням $P_1(s, t)$, де s і t – просторова і часова координати.

Слід зазначити, що при розрахунку потенціальної і кінетичної енергії для легкого заповнювача в виразах δP^t та δK^t інтегрування проводиться за об'ємом, величина якого збільшена на величину обсягу армуючих ребер. Але це практично не впливає на загальну похибку, оскільки обсяг армуючих ребер в складі об'єму легкого заповнювача для таких оболонок обертання менше 5%.

Після стандартних перетворень в варіаційному рівнянні (1.40), з урахуванням співвідношень (1.42) – (1.47), отримана система гіперболічних рівнянь руху 9-го порядку для тришарової сферичної оболонки з легким заповнювачем армованим дискретними ребрами при осесиметричному імпульсному навантаженні і відповідних граничних та початкових умовах:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial}{\partial s_i} (\sin \alpha T_{11}^i) - \frac{1}{R_i} (\operatorname{ctg} \alpha T_{22}^i - T_{13}^i) - \frac{1}{R_i} T_{13}^i &= \rho_i h_i \frac{\partial^2 u_1^i}{\partial t^2}, \\ \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial}{\partial s_i} (\sin \alpha T_{13}^i) - \frac{1}{R_i} (T_{11}^i + T_{22}^i) - \frac{1}{R_i h_i} (M_{11}^i + M_{22}^i) + P_3 &= \rho_i h_i \frac{\partial^2 u_3^i}{\partial t^2}, \\ \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial}{\partial s_i} (\sin \alpha M_{11}^i) - \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{R_i} M_{22}^i - T_{13}^i &= \frac{\rho_i h_i^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1^i}{\partial t^2}, \quad i = 1, 2, \\ \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial}{\partial s_i} (\sin \alpha T_{11}^t) + \frac{1}{R_i} (T_{11}^i - T_{13}^i) + \frac{8}{h_t^2} M_{13}^t &= \rho_t h_t \frac{\partial^2 u_0^t}{\partial t^2}, \\ \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial}{\partial s_i} (\sin \alpha M_{11}^t) - T_{13}^i + \frac{1}{R_{t1}} M_{13}^t &= \rho_t h_t \frac{\partial^2 u_1^t}{\partial t^2}, \\ \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial}{\partial s_i} (\sin \alpha T_{13}^t) - \frac{1}{R_i} (T_{11}^i + T_{22}^i) &= \rho_t h_t \frac{\partial^2 u_{03}^t}{\partial t^2}, \\ [T_{11}^{i\pm}]_j = \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{1j}}{\partial t^2}, \quad [T_{13}^{i\pm}]_j = \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{3j}}{\partial t^2}, \quad [M_{11}^{i\pm}]_j &= \rho_j I_{krj} \frac{\partial^2 \varphi_{1j}}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Ці рівняння коливань несиметричних тришарових пружних структур описуються двома системами гіперболічних рівнянь дев'ятого порядку, які утворюються за рахунок врахування розривних коефіцієнтів «несучі шари-армуючі елементи», «несучі шари-виготовлені з різних матеріалів».

На лініях розривів в рівняннях коливань (16) $[T_{11}^{i\pm}]_j, [T_{13}^{i\pm}]_j, [M_{11}^{i\pm}]_j$ відповідають зусиллям і моментам, які діють на j -й дискретний елемент з боку несучих шарів.

Рівняння коливань (16) доповнюються відповідними граничними та початковими умовами для конкретних структур.

Розглянуто задачу динамічного деформування несиметричної тришарової півсферичної оболонки. В даному випадку задача розв'язувалася на кутовому інтервалі $[-\pi/2, \pi/2]$. В силу симетрії відносно вершини сфери при $\alpha = 0$ розглядався інтервал $[0, \pi/2]$. У вершині сфери існує особливість, розкриття якої дозволяє представити граничні умови при $\alpha = 0$ у наступному вигляді:

$$u_1^i = \varphi_1^i = 0, \quad 2 \frac{\partial T_{13}^i}{\partial s} - P_3(s_0, t) \delta_{2i} = \rho h \frac{\partial^2 u_3^i}{\partial t^2}, \quad (17)$$

при $\alpha = \pi/2$ (жорстке защемлення):

$$u_1^i = u_3^i = \varphi_1^i = 0, \quad i = 1, 2. \quad (18)$$

де δ_{2i} – символ Кронекера.

Внутрішнє навантаження $P_1(s, t)$ задавалося у вигляді:

$$P_1 = A \sin \frac{\pi t}{T} [\eta(t) - \eta(t - T)], \quad (19)$$

де $A = 10^6$ Па; $T = R_1/c = 5 \cdot 10^{-5}$ с.

Початкові умови нульові для несучих шарів при $t = 0$:

$$u_1^i = u_3^i = \varphi_1^i = 0; \quad \frac{\partial u_1^i}{\partial t} = \frac{\partial u_3^i}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_1^i}{\partial t} = 0, \quad i = 1, 2. \quad (20)$$

Розрахунки проводились при наступних геометричних та фізико-механічних параметрах тришарової структури:

$$E_1 = E_2 = E_j = 7 \cdot 10^{10} \text{ Па}, \quad \rho_1 = \rho_2 = \rho_j = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad \nu_1 = \nu_2 = \nu_j = 0,3,$$

$$h_1 = h_2 = 0,002 \text{ м}, \quad h_j = 8h_1, \quad R_1 = 0,1 \text{ м}, \quad F_j = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2, \quad h/R_1 = 0,2.$$

Також розглянуті випадки наявності легкого заповнювача (пінопласту) з фізико-механічними властивостями $E_t = 1,4 \cdot 10^8$; $\rho_t = 25 \text{ кг/м}^3$; $\nu_t = 0,3$.

Дискретні підкріплюючі ребра (паралелі) знаходились в точках

$$\alpha_k = [41 + 40(k-1)] \Delta \alpha_1, \quad k = \overline{1,5}, \quad \Delta \alpha_1 = \pi/490.$$

Враховуючи неоднаковість властивостей матеріалів суміжних шарів досліджуваної неоднорідної оболонкової структури відповідна початково-крайова задача розв'язується за допомогою скінченно-елементного методу [14]. Цей метод доцільно використовувати для розрахунку динамічних характеристик тришарових півсферичних оболонок із дефектами.

Створена адекватна скінченно-елементна модель тришарової півсферичної оболонки у програмно-розрахунковому комплексі *Nastran*, наведена на рис. 1. Вона складається із: зовнішнього несучого шару (а); внутрішнього несучого шару (б); легкого заповнювача і армуючих ребер (г).

В скінченно-елементній моделі півсферичної тришарової оболонки, використано тривимірний скінченний елемент суцільного середовища типу *Solid*, у формі восьмивузлового гексаедра, який по критеріям звуження і викривлення геометричної форми, відповідав вимогам забезпечення якості розрахункової сітки на скінченно-елементному рівні [15]. У варіанті півсферичної структури без полімерного заповнювача кількість скінченних елементів складала у зовнішній несучій оболонці 66600 елементів, внутрішній – 66600, а в армуючих ребрах – 12000. Кількість скінченних елементів легкого полімерного заповнювача (пінопласту) дорівнювала 254400. Загальна кількість скінченних елементів у моделі без пінопласту складала 145200 елементів і 222913 вузлів. А за наявності пінопласту такі дані дорівнюють: 399600 елементів і 432913 вузлів. При такій розбивці скінченно-елементної моделі на елементи і вузли забезпечується практична якість сітки скінченних елементів.

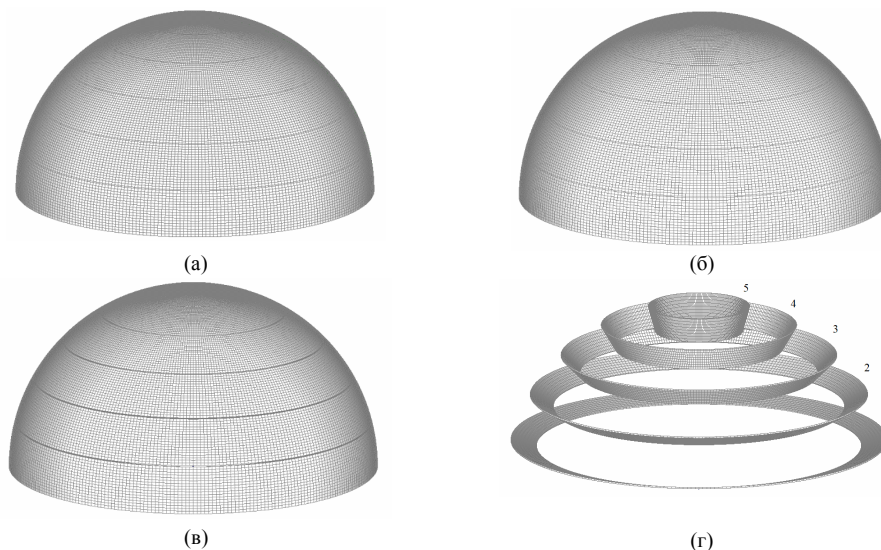


Рис. 1. Скінченно-елементна модель тришарової напівсферичної оболонки: (а) – несучий шар внутрішній; (б) – теж саме зовнішній; (в) – полімерний заповнювач; (г) – армуючі ребра

Числові результати та їх аналіз

Отримані результати дозволяють виконати аналіз напружено-деформованого стану за нормальними деформаціями ε_{22} та напруженнями фон Мізеса $\sigma_{\text{вМ}}$ тришарової пружної півсферичної структури в будь-який момент у часовому інтервалі $0 \leq t \leq 15T$. При дослідженні півсферичних тришарових оболонок розглядалися два випадки дефектів у вигляді наскрізних розривів в армуючих ребрах структур. Перший випадок - розрив у п'ятому армуючому ребрі і другий – одночасні розриви у четвертому та п'ятому ребрах (рис. 1г).

На рис. 2 наведено розподіл величин максимальних нормальних деформацій $\varepsilon_{22}^1; \varepsilon_{22}^2$ (рис. 2а) та напружень фон Мізеса $\sigma_{\text{вМ}}^1; \sigma_{\text{вМ}}^2$ (рис. 2б) при жорсткому закріпленні оболонки у момент часу $0,7T$. На цьому, і в подальших наведених графіках крива з індексом 1 відповідає величинам $\varepsilon_{22}^1; \sigma_{\text{вМ}}^1$ внутрішньої сферичної оболонки, а з індексом 2 – величинам $\varepsilon_{22}^2; \sigma_{\text{вМ}}^2$ - зовнішньої сферичної оболонки.

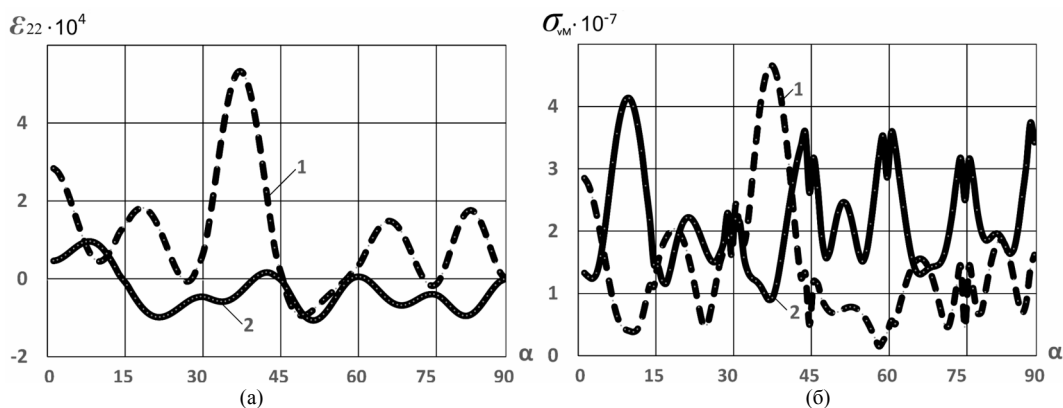


Рис. 2. Нормальні деформації (а), напруження фон Мізеса (б). Жорстке закріплення торців конструкції без пінопластового заповнювача. Стан оболонки без дефектів

Аналіз отриманих графічних матеріалів показує, що по відношенню до стану структури без умовних дефектів при жорсткому закріпленні оболонки за відсутності пінопласту (рис. 3) в першому випадку (наскрізний розрив у п'ятому ребрі) в момент часу $11,55T$ максимальні

величини нормальних деформацій зросли у верхівці півсфери у внутрішньому шарі більш ніж у 2 рази. А в області між четвертим та п'ятим армуючими ребра у внутрішньому шарі спостерігалось зростання максимальних величин нормальних деформацій на 65%. В зовнішньому шарі у верхівці півсфери спостерігалось зростання максимальних величин нормальних деформацій майже в 9 раз.

Аналогічно відбувався розподіл максимальних напружень фон Мізеса у верхівці півсфери у внутрішньому шарі, напруження збільшилися в 3,5 рази. При цьому в зовнішньому шарі максимальні напруження зросли майже у 13 раз.

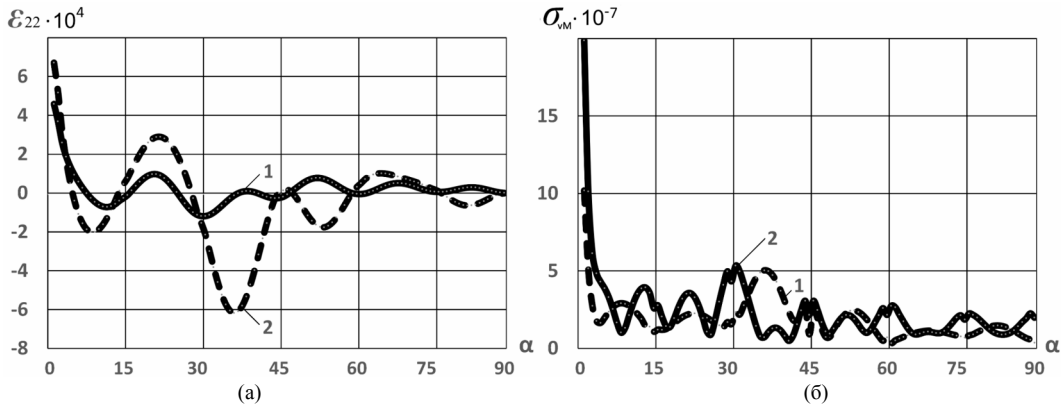


Рис. 3. Нормальні деформації (а), напруження фон Мізеса (б). Жорстке закріплення торців конструкції без пінопластового заповнювача. Стан оболонки із дефектом в п'ятому армуючому ребрі

В другому випадку в момент часу $11,1T$ (рис. 4а) також у верхівці відбулося збільшення величини нормальної деформації у внутрішньому шарі по відношенню до нормального стану оболонки майже у 3 рази. А у зовнішньому шарі відбулося зростання максимальної величини нормальних деформацій за модулем майже у 2 рази.

При розподілі максимальних напружень в другому випадку (рис. 4б) по відношенню до бездефектного стану відзначалося зростання напруження внутрішнього шару в 4 рази. У зовнішньому шарі максимальні напруження зросли в 2 рази.

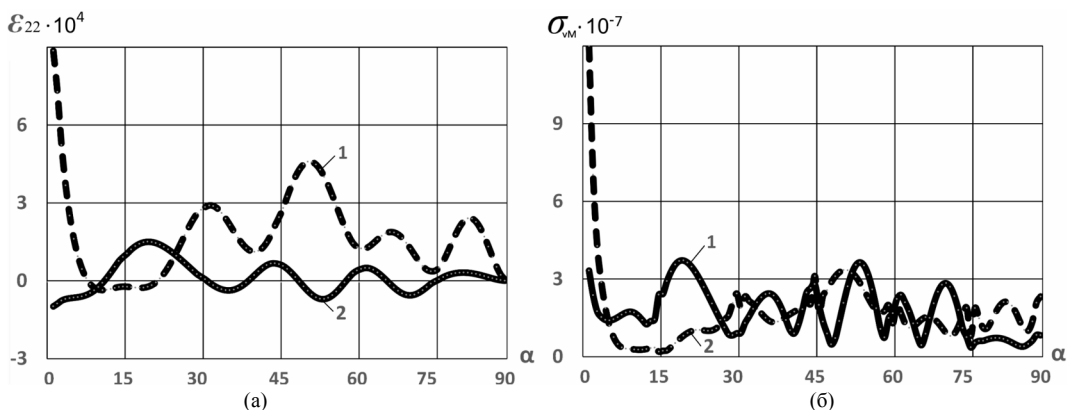


Рис. 4. Нормальні деформації (а), напруження фон Мізеса (б). Жорстке закріплення торців конструкції без пінопластового заповнювача. Стан оболонки з дефектами в четвертому та п'ятому армуючих ребрах

На рис. 5 наведено розподіл величин максимальних нормальних деформацій і напружень фон Мізеса структури без пошкоджень за наявності пінопласту при жорсткому закріпленні оболонки у момент часу $0,7T$.

При розгляді дефектів по відношенню до стану структури без пошкоджень при жорсткому закріпленні оболонки за наявності пінопласту в першому випадку в момент часу $0,7T$ (рис. 6а) спостерігалось збільшення максимальної величини нормальних деформацій у внутрішньому шарі у верхівці на 28%. В зовнішньому шарі максимальні нормальні деформації не змінилися.

Десь аналогічно відбувався розподіл максимальних напружень фон Мізеса (рис. 6б) в першому випадку: збільшення напруження у внутрішньому шарі досягало на 28%, при цьому у зовнішньому шарі величина напруження зменшилася незначно. У другому випадку в момент часу $0,7T$ (рис. 7а) відбулося зростання у 1,75 рази за модулем нормальних деформацій у верхівці оболонки. У зовнішньому шарі зміна величини деформації не відбулася.

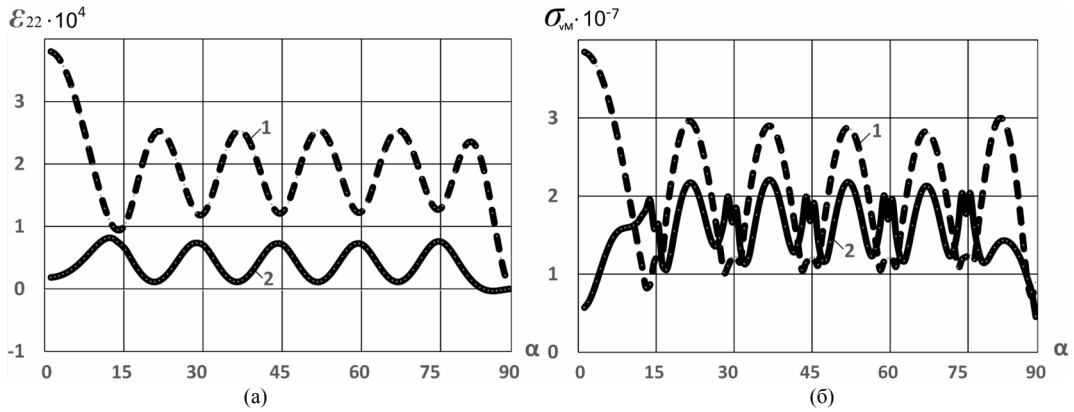


Рис. 5. Нормальні деформації (а), напруження фон Мізеса (б). Жорстке закріплення торців конструкції з пінопластовим заповнювачем. Стан оболонки без дефектів

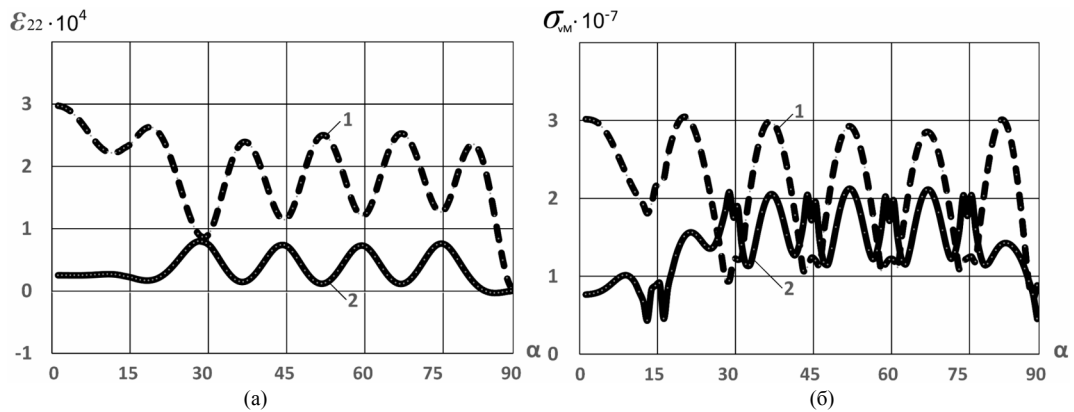


Рис. 6. Нормальні деформації (а), напруження фон Мізеса (б). Жорстке закріплення торців конструкції з пінопластовим заповнювачем. Стан оболонки із дефектом в п'ятому армуючому ребрі

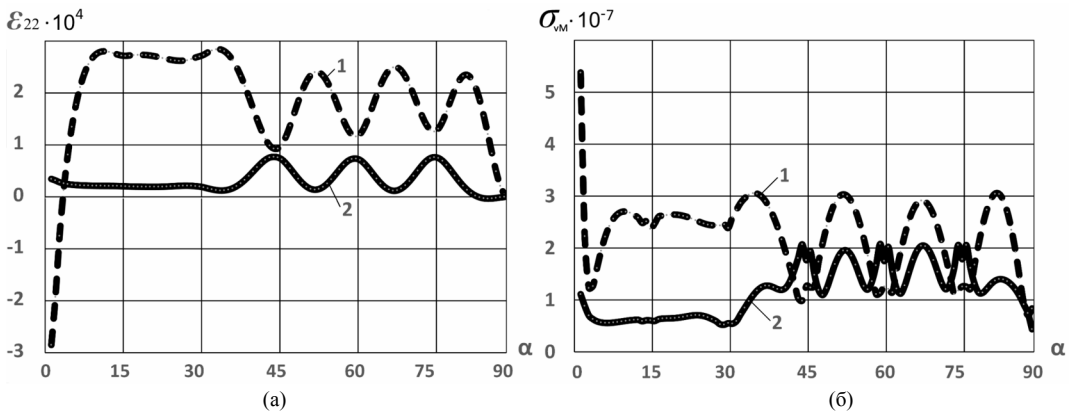


Рис. 7. Нормальні деформації (а), напруження фон Мізеса (б). Жорстке закріплення торців конструкції з пінопластовим заповнювачем. Стан оболонки із дефектами в четвертому та п'ятому армуючих ребрах

Подібно сталося із змінами напружень фон Мізеса (рис. 7б): у внутрішньому шарі оболонки в місці верхівці оболонки величина напруження зросла на 1,4 рази по відношенню до бездефектного стану оболонки. Максимальне напруження зовнішнього шару змінилося не значно. На рис. 8 наведено розподіл величин максимальних нормальних деформацій $\varepsilon_{22}^1; \varepsilon_{22}^2$ (рис. 8а) та напружень фон Мізеса $\sigma_{VM}^1; \sigma_{VM}^2$ (рис. 8б) у момент часу $9,75T$ при комбінованому закріпленні оболонки (знизу - жорстке закріплення, зверху - шарнірне) за відсутності заповнювача бездефектного стану структури.

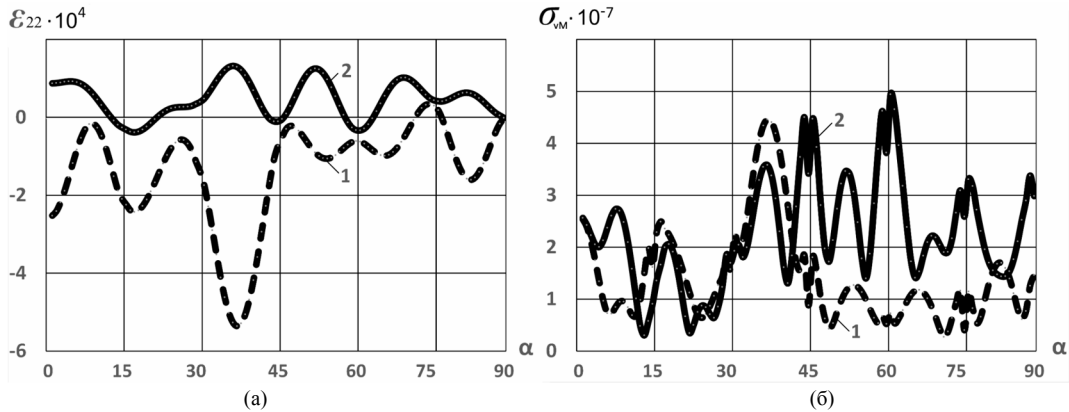


Рис. 8. Нормальні деформації (а), напруження фон Мізеса (б). Комбіноване кріплення торців конструкції без пінопластового заповнювача. Стан оболонки без дефектів

При розгляді дефектів по відношенню до бездефектного стану структури при комбінованому закріпленні торців оболонки без пінопласту в першому випадку в момент часу $9,7T$ у верхівці спостерігалось збільшення максимальної величини нормальних деформацій (рис. 9а) у внутрішньому шарі майже у 5 разів. В місці між 4 та 5 ребрами максимальні величини нормальних деформацій у внутрішньому шарі збільшилися майже на 28%.

Аналогічно відбувалися і зміни максимальних напружень фон Мізеса (рис. 9б). В цьому випадку напруження у внутрішньому шарі досягало саме такого збільшення у верхівці структури.

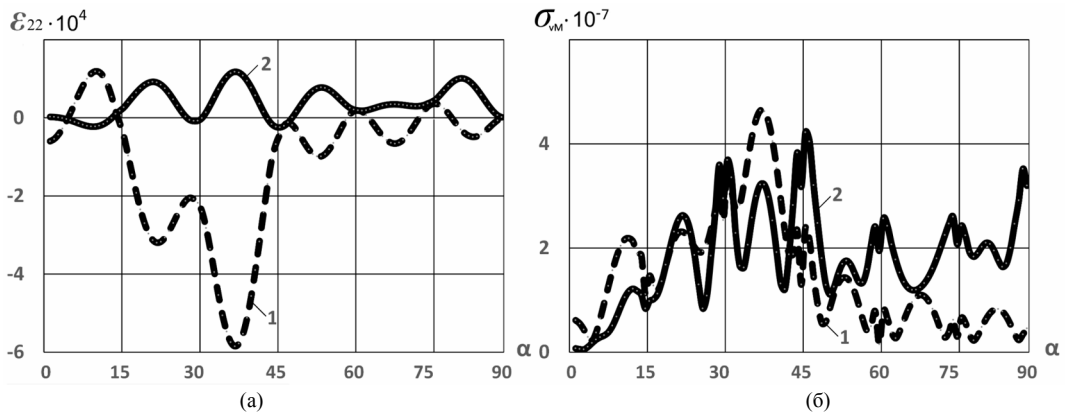


Рис. 9. Нормальні деформації (а), напруження фон Мізеса (б). Комбіноване кріплення торців конструкції без пінопластового заповнювача. Стан оболонки із дефектом в п'ятому армуючому ребрі

У другому випадку в момент часу $7,4T$ (рис. 10а) у верхівці спостерігалось збільшення за модулем максимальних нормальних деформацій внутрішнього шару досягло 2,5 раз і між 4 та 5 ребрами відбулося збільшення величин деформацій у зовнішньому шару приблизно 1,6 рази. Величини напружень фон Мізеса у верхівці в несучих шарах оболонки (рис. 10б) збільшилися: у внутрішньому шарі в 2,2 рази, а у зовнішньому шарі в 1,6 рази.

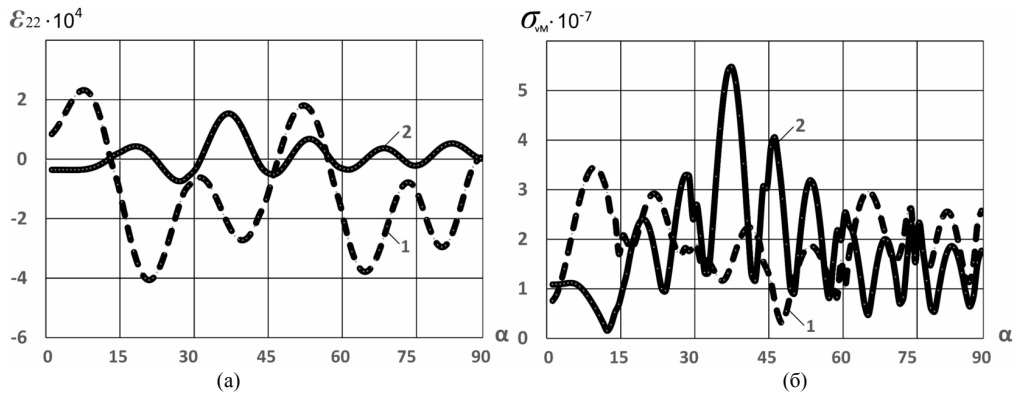


Рис. 10. Нормальні деформації (а), напруження фон Мізеса (б). Комбіноване кріплення торців конструкції без пінопластового заповнювача. Стан оболонки із дефектом в четвертому та п'ятому ребрах

На рис. 11 наведено розподіл величин максимальних нормальних деформацій $\epsilon_{22}^1; \epsilon_{22}^2$ (рис. 11а) та напружень фон Мізеса $\sigma_{VM}^1; \sigma_{VM}^2$ (рис. 11б) бездефектного стану структури у момент часу $9,75T$ при комбінованому закріпленні оболонки (знизу - жорстке закріплення, зверху - шарнірне) за відсутності заповнювача.

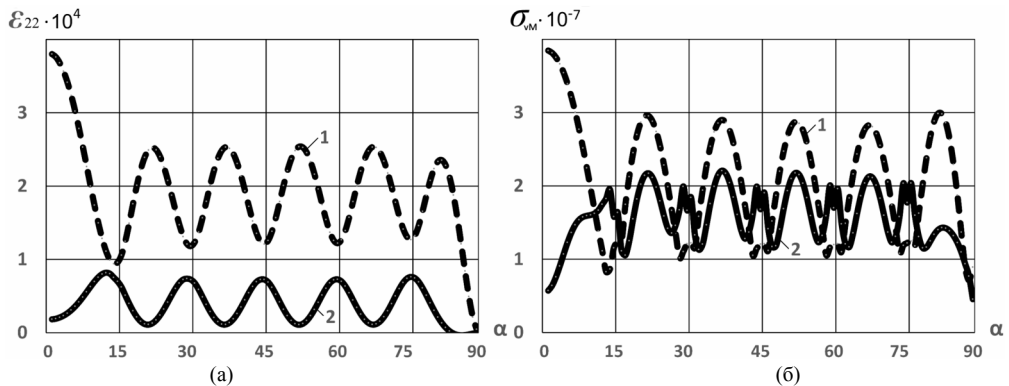


Рис. 11. Нормальні деформації (а), напруження фон Мізеса (б). Комбіноване кріплення торців конструкції із пінопластовим заповнювачем. Стан оболонки без дефектів

По відношенню до стану структури без пошкоджень при комбінованому закріпленні оболонки з пінопластом в першому випадку в момент часу $0,7T$ (рис. 12) у верхівці спостерігалось зменшення максимальної величини нормальних деформацій у внутрішньому шарі досягло 27%, а у зовнішньому майже не змінилися (рис. 12а).

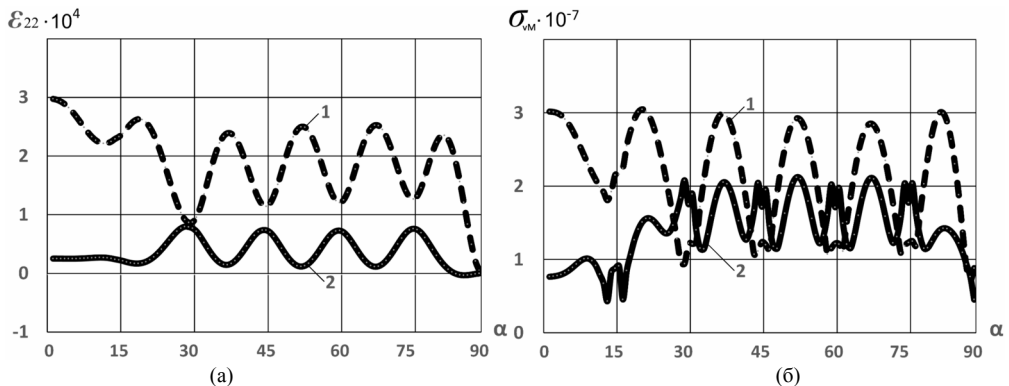


Рис. 12. Нормальні деформації (а), напруження фон Мізеса (б). Комбіноване кріплення торців конструкції із пінопластовим заповнювачем. Стан оболонки із дефектом в п'ятому армуючому ребрі

Максимальні напруження фон Мізеса в першому випадку у верхівці у внутрішньому шарі зменшилися також на 27%, а у зовнішньому майже не змінилися (рис. 12б).

У другому випадку (рис. 13) в момент часу $9,8T$ у верхівці нормальні деформації у внутрішньому шарі збільшилися на 5,85%, а у зовнішньому деформації майже не змінилися. При цьому деформації у несучих шарах у місці п'ятого ребра зросли за модулем приблизно у 2,8 рази (рис. 13 а). Напруження фон Мізеса в другому випадку по відношенню до бездефектного стану структури відзначалися збільшенням величин у несучих шарах у верхівці, а також значним збільшенням у місці п'ятого ребра, майже у 4 рази (рис. 13 б).

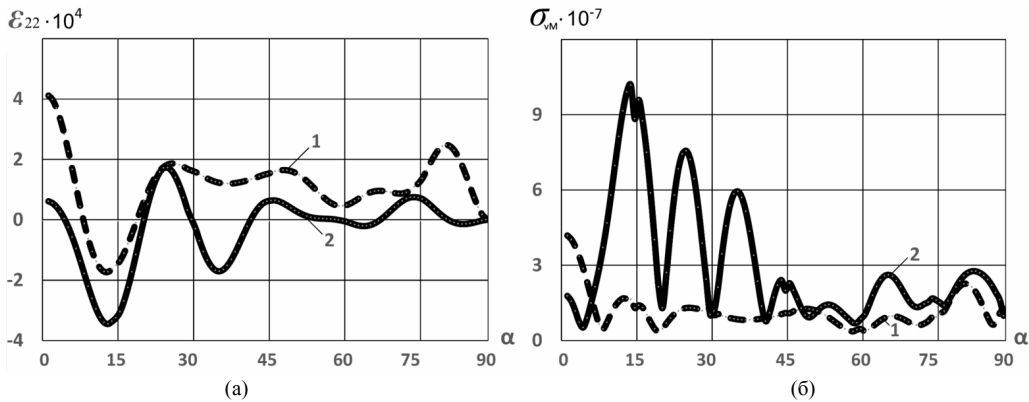


Рис. 13. Нормальні деформації (а), напруження фон Мізеса (б). Комбіноване кріплення торців конструкції із пінопластовим заповнювачем. Стан оболонки із дефектом в четвертому і п'ятому армуючих ребрах

Аналіз власних частот для випадку комбінованого закріплення торців тришарової сферичної оболонкової структури за відсутністю пінопласту (табл. 1) показує, що для першої власної частоти f_1 структури в першому і другому випадку дефектів спостерігалось зменшення величини частоти майже на 0,46% по відношенню до бездефектного стану структури. Для десятої частоти f_{10} зменшення величини частоти у першому випадку дефектів 1,28%, а у другому - 6,52% по відношенню до бездефектного стану структури. За наявності пінопласту і аналогічному закріпленні торців (табл. 2) відсоткове зменшення першої власної частоти f_1 у першому і другому випадках дефектів мало наступні значення: 0,32%, а для десятої частоти f_{10} у першому випадку дефектів 0,26%, а у другому - 3,54% по відношенню до бездефектного стану структури.

Таблиця 1

Власні частоти сферичної оболонки
з комбінованим закріпленням торців без заповнювача, (Гц)

№	Бездефектний стан оболонки	Дефект у п'ятому ребрі	Дефект у четвертому та п'ятому ребрах
f_1	4997.39	4974.21	4973.26
f_2	4997.39	4974.21	4973.26
f_3	5487.40	5471.51	5458.56
f_4	6569.41	6566.71	6485.81
f_5	6569.41	6566.71	6485.81
f_6	6586.37	6583.04	6510.51
f_7	6586.37	6583.04	6510.51
f_8	6757.00	6623.65	6613.73
f_9	7217.57	7008.77	6822.19
f_{10}	7297.86	7204.26	6822.19

Таблиця 2

Власні частоти сферичної оболонки
з комбінованим закріпленням торців із заповнювачем, (Гц)

№	Бездефектний стан оболонки	Дефект у п'ятому ребрі	Дефект у четвертому та п'ятому ребрах
f_1	5004.37	4988.29	4987.97
f_2	5004.37	4988.29	4987.97
f_3	5515.75	5515.30	5514.79
f_4	6602.49	6598.59	6548.49
f_5	6602.49	6598.59	6548.49
f_6	6655.72	6650.97	6611.19
f_7	6655.72	6650.97	6611.19
f_8	6908.97	6906.48	6898.50
f_9	5004.37	4988.29	4987.97
f_{10}	5004.37	4988.29	4987.97

Висновок. Проаналізовано вплив дефектів структури на характеристики напружено-деформованого стану тришарових півсферичних оболонок з дискретно-симетричним легким, армованим ребрами заповнювачем при внутрішньому імпульсному навантаженні за різних граничних умов. В якості дефектів моделювалися колові розриви у армуючих ребрах структур. Для аналізу елементів пружної конструкції використано модель теорії оболонок і стержнів Тимошенка за незалежних статичних і кінематичних гіпотез для кожного шару. Рівняння руху отримано за варіаційним принципом Гамільтона - Остроградського. Створено відповідну скінченно-елементну модель півсферичної структури, яка відображає взаємозв'язок потенціальної енергії деформацій в оболонці з потенціалом прикладених сил.

Результати розрахунків нормальних деформацій і напружень фон Мізеса в несучих шарах, отримані методом скінченних елементів, для оболонок з дефектами за різних граничних умов порівняні з відповідними величинами для тришарових півсферичних оболонок бездефектного стану. Проведені дослідження тришарових півсферичних оболонок показують, що колові розриви у армуючих ребрах структури змінюють величини і розподіл характеристик напружено-деформованого стану, але незначно впливають на зміну величин власних частот конструкції.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Лычев С.А., Сайфутдинов Ю.Н.* Динамика трехслойной неполюгой сферической оболочки // Механика предельного состояния. Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. – 2007. № 2. – С. 54 – 90.
2. *Лычев, С.А, Сидоров Ю.А.* Нестационарные колебания трехслойных сферических оболочек с кратным спектром // Изв. вузов. Строительство. – 2001. – № 4. – С. 31 – 39.
3. *Пискунов В.Г., Рассказов А.О.* Успехи механики: (под общей редакцией А.Н. Гузя); в 6-ти томах. Т.3.
4. Развитие теории слоистых пластин и оболочек. – Киев: «А.С.К.», 2007. – С. 141 – 175.
5. *Grigorenko A., Lugovyi P., Orlenko S., Kotenko K.* Exploring dynamic response in a three-layer dome with non-homogeneous elastic core under a concentrated impact at its apex // Continuum Mechanics and Thermodynamics – 2024. – 36, N 4. – P. 955 – 968.
6. *Lugovyi P.Z., Gaidaichuk V. V., Orlenko S.P., Kotenko K.E.* Dynamics of Asymmetric Three-Layer Hemispherical Shells with a Discrete-Inhomogeneous Filler Under Pulsed Loads // Strength of Materials – 2023. – 55, N 2. – P. 265 – 276.
7. *Zheren Baizhikova, Uba K. Ubamanyu, Fani Derveni and et.* A Probabilistic Buckling Model for Hemispherical Shells with Non-Interacting Localized Defects // Journal of the Mechanics and Physics of Solids 208:106468 <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2025.106468>
8. *Uba K. Ubamanyu, Zheren Baizhikova, Jia-Liang Le and et.* A Numerical Study on the Buckling of Near-Perfect Spherical Shells // Journal of Applied Mechanics 2025, Vol. 92, Issue 5: 051003 <https://doi.org/10.1115/1.4067852>
9. *Бохоева Л. А., Бочектуева Е. Б.* Моделирование и расчет устойчивости тонких отслоений в сферической оболочке // Вестник БГУ. Математика, Информатика – 2018. – N 2. – С. 77 – 84.
10. *Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S.* Theory of Plates and Shells. Second Edition. New York etc.: McGraw-Hill Book Company INC, 1959. 636 p.
11. *Frostig Y., Thomsen O.T.* Higher-order free vibration of sandwich panels with a flexible core // Int. J. Solids Struct. – 2004. – 41. – P. 1697 – 1724.

12. *Lugovoi P.Z., Meish V.F., Shtantsel S.E.*, Forced Nonstationary Vibrations of a Sandwich Cylindrical Shell with Cross-Ribbed Core // *Int. Appl. Mech.* – 2005. – 41, N 2. – P. 161 – 167.
13. *Meish V.F., Shtantsel S.E.* Dynamic Problems in the Theory of Sandwich Shells of Revolution with a Discrete Core under Nonstationary Loads // *Int. Appl. Mech.* – 2002. – 38, N 12. – P. 1501 – 1507.
14. *Kheirikhah M.M., Khalili S.M.R., Malekzadeh Fard K.* Biaxial buckling analysis of soft-core composite sandwich plates using improved high-order theory // *European J. of Mechanics A/Solids.* – 2011. – 31 – P. 54 – 66.
15. *Сеґерлінд Л.* Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. – 392 с.
16. *Рычков С.П.* Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. – М.: ДМК Пресс, 2013. – 784 с.

REFERENCES

1. *Lychev S.A., Saffutidinov Yu.N.* Dinamika trehslojnoj nepolozoj sfericheskoj obolochki (Dynamics of a three-layer non-porous spherical shell) // *Mehanika predelnogo sostoyaniya. Vestnik ChGPU im. I.Ya. Yakovleva.* – 2007. № 2. – С. 54 – 90.
2. *Lychev, S.A., Sidorov Yu.A.* Nestacionarnye kolebaniya trehslojnyh sfericheskikh obolochek s kratnym spektrom (Non-stationary oscillations of three-layer spherical shells with a multiple spectrum) // *Izv. vuzov. Stroitelstvo.* – 2001. – № 4. – С. 31 – 39.
3. *Piskunov V.G., Rasskazov A.O.* Uspehi mehaniki: (pod obshchey redakciej A.N. Guzya): v 6-ti tomah. T.3 Razvitie teorii sloistykh plastin i obolochek. (Achievements of Mechanics: (edited by A.N. Guz), in 6 volumes. Vol. 3 Development of the theory of layered plates and shells) – Kiev: «A.S.K.», 2007. – С. 141 – 175.
4. *Grigorenko A., Lugovyi P., Orlenko S., Kotenko K.* Exploring dynamic response in a three-layer dome with non-homogeneous elastic core under a concentrated impact at its apex // *Continuum Mechanics and Thermodynamics* – 2024. – 36, N 4. – P. 955 – 968.
5. *Lugovyi P.Z., Gaidachuk V. V., Orlenko S.P., Kotenko K.E.* Dynamics of Asymmetric Three-Layer Hemispherical Shells with a Discrete-Inhomogeneous Filler Under Pulsed Loads // *Strength of Materials* – 2023. – 55, N 2. – P. 265 – 276.
6. *Zheren Baizhikova, Uba K. Ubamanyu, Fani Derveni and et.* A Probabilistic Buckling Model for Hemispherical Shells with Non-Interacting Localized Defects *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 208:106468 <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2025.106468>
7. *Uba K. Ubamanyu, Zheren Baizhikova, Jia-Liang Le and et.* A Numerical Study on the Buckling of Near-Perfect Spherical Shells // *Journal of Applied Mechanics* 2025, Vol. 92, Issue 5: 051003 <https://doi.org/10.1115/1.4067852>
8. *Bohoveva L. A., Bochektueva E. B.* Modelirovanie i raschet ustojchivosti tonkih otsoenij v sfericheskoj obolochke (Modelling and calculation of the stability of thin delaminations in a spherical shell) // *Vestnik BGU. Matematika, Informatika* – 2018. – N 2. – С. 77 – 84.
9. *Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S.* Theory of Plates and Shells. Second Edition. New York etc.: McGraw-Hill Book Company INC, 1959. 636 p.
10. *Frostig Y., Thomsen O.T.* Higher-order free vibration of sandwich panels with a flexible core // *Int. J. Solids Struct.* – 2004. – 41. – P. 1697 – 1724.
11. *Lugovoi P.Z., Meish V.F., Shtantsel S.E.*, Forced Nonstationary Vibrations of a Sandwich Cylindrical Shell with Cross-Ribbed Core // *Int. Appl. Mech.* – 2005. – 41, N 2. – P. 161 – 167.
12. *Meish V.F., Shtantsel S.E.* Dynamic Problems in the Theory of Sandwich Shells of Revolution with a Discrete Core under Nonstationary Loads // *Int. Appl. Mech.* – 2002. – 38, N 12. – P. 1501 – 1507.
13. *Kheirikhah M.M., Khalili S.M.R., Malekzadeh Fard K.* Biaxial buckling analysis of soft-core composite sandwich plates using improved high-order theory // *European J. of Mechanics A/Solids.* – 2011. – 31 – P. 54 – 66.
14. *Seґerлінд Л.* Primenenie metoda konechnykh elementov (Application of the finite element method). М.: Мир, 1979- 392 p.
15. *Rychkov S. P.* Modelirovanie konstrukcij v srede Femap with NX Nastran (Modeling of structures in the Femap with NX Nastran environment)– М.: ДМКПресс, 2016. – 784 s.

Стаття надійшла 20.01.2026

Котенко К.Е., Клименко О.М., Орленко С.П.

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ДЕФЕКТІВ НА ДИНАМІЧНУ ПОВЕДІНКУ ШАРУВАТИХ СФЕРИЧНИХ ОБОЛОНКОВИХ СТРУКТУР

Виконано дослідження лінійних перехідних динамічних процесів тришарових сферичних оболонкових структур з дискретно-симетричним армованим ребрами заповнювачем за наявності кільцевих розривів у армуючих ребрах цих структур. Методом скінчених елементів здійснені чисельні розрахунки нормальних деформацій ε_{22} і напружень фон Мізеса σ_{VM} несучих шарів сферичних структур, визначаючих їх напружено-деформований стан.

Отримано рівняння руху тришарової сферичної оболонки з дискретно-неоднорідним заповнювачем. Досліджено напружено-деформований стан тришарових сферичних структур при дії осесиметричного внутрішнього імпульсного навантаження. Наведені результати величин перших п'яти власних частот розглянутих структур.

Дослідження дали змогу визначити значимість впливу дефектів у вигляді колових розривів на характеристики напружено-деформованого стану тришарових сферичних оболонок при наявності та відсутності міжшарового заповнювача за різних граничних умов.

Проаналізовано вплив дефектів структури на характеристики напружено-деформованого стану тришарових півсферичних оболонок з дискретно-симетричним легким, армованим ребрами заповнювачем при внутрішньому імпульсному навантаженні за різних граничних умов. В якості дефектів моделювалися колові розриви у армуючих ребрах структур. Для аналізу елементів пружної конструкції використано модель теорії оболонок і стержнів Тимошенка за незалежних статичних і кінематичних гіпотез для кожного шару. Рівняння руху отримано за варіаційним принципом Гамільтона – Остроградського. Створено відповідну скінченно-елементну модель півсферичної структури, яка відображає взаємозв'язок потенціальної енергії деформацій в оболонці з потенціалом прикладених сил.

Результати розрахунків нормальних деформацій і напружень фон Мізеса в несучих шарах, отримані методом скінчених елементів, для оболонок з дефектами за різних граничних умов порівняні з відповідними величинами для тришарових півсферичних оболонок бездефектного стану. Проведені дослідження тришарових півсферичних оболонок

показують, що колові розриви у армуючих ребрах структури змінюють величини і розподіл характеристик напружено-деформованого стану, але незначно впливають на зміну величин власних частот конструкції.

Ключові слова: динамічна поведінка, тришарова сферична оболонка, структурний дефект, неоднорідний заповнювач, коловий розрив, граничні умови, скінченно-елементний метод.

Kotenko K. E., Klymenko M.O., Orlenko S.P.

RESEARCH OF THE INFLUENCE OF DEFECTS ON THE DYNAMIC BEHAVIOR OF LAYERED SPHERICAL SHELL STRUCTURES

The linear transient dynamic processes of three-layer spherical shell structures with discrete-symmetric rib-reinforced filler in the presence of annular discontinuities in the reinforcing ribs of these structures were studied. Numerical calculations of normal deformations and von Mises stresses of the bearing layers of spherical structures, determining their stress-strain state, were performed using the finite element method.

The equation of motion of a three-layer spherical shell with a discrete-inhomogeneous filler was obtained. The stress-strain state of three-layer spherical structures under the action of an axisymmetric internal impulse load was studied. The results of the values of the first five natural frequencies of the considered structures are presented.

The studies made it possible to determine the significance of the influence of defects in the form of annular discontinuities on the characteristics of the stress-strain state of three-layer spherical shells in the presence and absence of an interlayer filler under different boundary conditions.

The influence of structural defects on the characteristics of the stress-strain state of three-layer hemispherical shells with a discretely symmetric lightweight, rib-reinforced filler under internal impulse loading under various boundary conditions was analyzed. Circular breaks in the reinforcing ribs of the structures were modeled as defects. To analyze the elements of the elastic structure, the model of the theory of shells and rods of Timoshenko was used under independent static and kinematic hypotheses for each layer. The equation of motion was obtained using the Hamilton-Ostrogradsky variational principle. A corresponding finite element model of the hemispherical structure was created, which reflects the relationship between the potential energy of deformations in the shell and the potential of applied forces.

The results of calculations of normal deformations and von Mises stresses in the load-bearing layers, obtained by the finite element method, for shells with defects under various boundary conditions are compared with the corresponding values for three-layer hemispherical shells in a defect-free state. The conducted studies of three-layer hemispherical shells show that circular discontinuities in the reinforcing ribs of the structure change the values and distribution of the characteristics of the stress-strain state, but have a negligible effect on the change in the values of the natural frequencies of the structure.

Keywords: dynamic behavior, three-layer spherical shell, structural defect, inhomogeneous filler, circular gap, boundary conditions, finite element method.

УДК 539.3

Котенко К.Е., Климченко О.М., Орленко С.П. Дослідження впливу дефектів на динамічну поведінку шаруватих сферичних оболонкових структур // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2026. – Вип. 116. – С. 193-206.

Табл. 2. Іл. 13. Бібліогр. 15 назв.

UDC 539.3

Kotenko K.E., Klymenko M.O., Orlenko S.P. Research of the influence of defects on the dynamic behavior of layered spherical shell structures// Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2026. – Issue 116. – P. 193-206.

Table 2. Fig. 13. Ref. 15.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри теоретичної механіки, Київського національного університету будівництва і архітектури; КОТЕНКУ Костянтину Едуардовичу

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних Сил, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки

Роб. тел.: +380 (44) 241-55-72

E-mail: 1969box@mail.ru

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3181-3819>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри машин і обладнання технологічних процесів, кандидат технічних наук, доцент, Київський національний університет будівництва і архітектури; КЛИМЕНКУ Миколі Олександровичу

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних Сил, 31, к. 501, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра машин і обладнання технологічних процесів, КЛИМЕНКО М. О.

Роб. тел.: +380 (44) 241-55-48

E-mail: klymenko.mo@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6166-8966>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, відділ будівельної механіки тонкостінних конструкцій Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України; науковий співробітник ОРЛЕНКО Сергій Петрович

Адреса: 03057 Україна, м. Київ, вул. Нестерова, 3, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

Тел.: +380 (44) 596-77-28

E-mail: orlenko_sergey@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7857-9601>