

УДК 539.3

ВПЛИВ СТРУКТУРНИХ ДЕФЕКТІВ НА ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ШАРУВАТИХ КОНІЧНИХ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ

К.Е. Котенко¹,
канд. техн. наук

М.О. Клименко¹,
канд. техн. наук

С.П. Орленко²,
канд. техн. наук

¹Київський національний університет будівництва і архітектури,
просп. Повітряних Сил, 31, м. Київ, 03037

²Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, вул. Нестерова, 3, м. Київ, 03057

DOI: 10.32347/2410-2547.2025.115.213-223

Проведено теоретичне дослідження перехідних динамічних процесів тришарових конічних оболонкових структур з дискретно-симетричним армованим ребрами заповнювачем за наявності кільцевих розривів у армуючих ребрах таких структур. Виконано скінченно-елементне моделювання і здійснені чисельні розрахунки нормальних деформацій ε_{22} і напружень фон Мізеса $\sigma_{\text{вм}}$ несучих шарів структури, визначаючих її напружено-деформований стан.

Згідно з варіаційним принципом Гамільтона-Остроградського, отримано рівняння руху тришарової конічної оболонки з дискретно-неоднорідним заповнювачем. Досліджено напружено-деформований стан тришарових структур при осесиметричному внутрішньому імпульсному навантаженні. Наведені результати величини першої власної частоти розглянутих структур.

Отримані методом скінченних елементів чисельні результати дали змогу визначити значимість впливу дефектів у вигляді колових розривів на характеристики напружено-деформованого стану тришарових конічних оболонок за наявності та відсутності міжшарового заповнювача.

Ключові слова: динаміка, тришарова конічна оболонка, неоднорідний заповнювач, коловий розрив, граничні умови, скінченно-елементний метод, вплив структурних дефектів.

Вступ. Конічні оболонки широко застосовуються в авіа-, ракето-, суднобудуванні і багатьох інших галузях техніки і будівництва. Конічні оболонкові конструкції відіграють ключову роль в аерокосмічній інженерії, особливо як перехідні елементи між циліндричними секціями різного діаметра. Вони є невід'ємною частиною адаптерів щаблів ракет-носіїв, таких як Space Launch System (SLS).

У процесі проектування таких оболонкових структур важливо визначити раціональне розподілення матеріалу, яке забезпечує найменшу масу конструкції при дії заданих навантажень. При цьому слід задовольнити великій групі вимог та обмежень. Основними серед них є умови необхідної міцності конструкції, жорсткості, надійності, а також різноманітні конструктивні та технологічні обмеження. Для будь якої шаруватої конструкції, особливо для конструкції з заповнювачем максимально допустимі напруження знаходяться в складній залежності від властивостей матеріалу і геометричних співвідношень та розмірів конструкції. Тому розвитку теорії і методів розрахунку динамічних процесів таких конічних елементів конструкцій приділяється досить велика увага.

Структурна цілісність тришарових оболонок схильна до суттєвого впливу дефектів. Незважаючи на визначні властивості, міцність і жорсткість шаруватих оболонок можуть бути значно знижені через наявність дефектів, які неминуче виникають у процесі виробництва або експлуатації. Ці дефекти можуть бути згруповані в три основні категорії:

Геометричні дефекти: включають вирізи, отвори та інші різкі зміни форми, які спричиняють локальну концентрацію напружень.

Дефекти матеріалу: до них відноситься пористість - бульбашки повітря або легких речовин, замкнені в структурі під час формування, які послаблюють матеріал, особливо в областях, де значні напруження.

Дефекти міжшарових кордонів: розшарування, один із найпоширеніших і критичних видів дефекту у багатошарових композитах. Цей дефект може бути спричинений імпульсними навантаженнями, а також виробничими недосконаlostями.

Дефекти в оболонкових конструкціях часто не є ізольованими явищами, а можуть утворювати каскадний шлях руйнування, що починається з виробничих дефектів і призводить до критичного зниження несучої здатності. Наявність дефектів (порожнеч, розшарування, неоднорідностей матеріалу) в таких конструкціях значно ускладнює аналіз, оскільки вони порушують рівномірність розподілу напружень і деформацій, можуть бути концентраторами напружень і призводити до руйнування. Повноцінний аналіз НДС сендвіч-оболонки з дефектами вимагає підходу, що включає передові теоретичні моделі (наприклад, пошарові та гібридні теорії), строги експериментальні дослідження (вимірювання деформацій за допомогою систем цифрової кореляції).

Стаття [5] представляє методологію для детального вивчення НДС тришарових конічних оболонки. Основна увага приділяється впливу прямокутних вирізів, що є типовим структурним дефектом в авіаційних конструкціях. Робота демонструє, як наявність вирізів змінює розподіл напружень, особливо в зонах концентрації. В статті [4] скінченно-елементним методом досліджено вплив зміни арматурного матеріалу тришарової конструкції перехідного модуля космічного апарату на напружено-деформований стан та несучу здатність з метою забезпечення міцності модуля. Проведено порівняння розрахункових та експериментальних даних. Робота [8] аналізує поширення тріщин у конічно-циліндричних оболонках під впливом циклічних навантажень, притаманних глибоководним умовам. Хоча стаття сфокусована на тріщинах у металі, принципи втомного руйнування та концентрації напружень у місцях з'єднання мають пряме відношення до дебондингу (процесу розшарування) у композитних оболонках, яке часто починається з мікроушкоджень, що потім розвиваються під дією навантажень. У дослідженнях [1] подано динамічний аналіз композитного обтічника ракети, що враховує явище розшарування його структури під час відділення. Побудована математична модель динамічного стану композитного обтічника при відділенні від ракети, що дозволяє моделювати різного виду розшарування структури корпусу для оцінки перерозподілу напружено-деформованого стану. Змодельовані розшарування різного вигляду як нерегулярних зон композитного корпусу, так і у випадку виходу його на межу композитного елемента. Показано, що перерозподіл номінальних напружень по шарах істотно залежить від розташування і особливо збільшується у разі виходу його на межу композитного елемента.

Для адекватного моделювання тришарових оболонки використовуються різні теорії, кожна з яких має свої припущення та сферу застосування. Основний вибір стоїть між теорією еквівалентного одношарового уявлення та пошаровими теоріями.

Теорії еквівалентного одношарового уявлення розглядає багатошарову конструкцію як єдину гомогенізовану оболонку із середніми ефективними властивостями. Основною її перевагою є обчислювальна ефективність, оскільки вирішується завдання однієї оболонки, а не кожної з її шарів. Типовим прикладом є теорія деформацій зсуву першого порядку, яка передбачає, що поперечні деформації зсувні постійні по товщині. Ця теорія вимагає введення коефіцієнта поправки для компенсації цього припущення. Вона підходить для тонких та помірно товстих оболонки і може працювати з багатьма шарами без значної втрати продуктивності, але не дозволяє точно визначити локалізовані міжшарові напруження.

Пошарові теорії аналізують окремо кожен шар, забезпечуючи детальний опис поля переміщень та напружень за товщиною. Вони особливо підходять для товстих чи помірно тонких композитних оболонки з обмеженою кількістю шарів. Пошарові підходи дозволяють отримати повну тривимірну картину розподілу напружень та деформацій, що критично важливо для аналізу напружень та варіацій напружень усередині кожного шару.

Таким чином, в науковій літературі існує теоретична і експериментальна інформація, яка вказує на необхідність врахування і визначення впливу дефектів різного роду на динамічні характеристики конструктивних елементів ракетної і авіаційної техніки. Але у відкритих

літературних джерелах майже відсутні теоретичні роботи із дослідження впливу кільцевих розривів в армуючих ребрах на динамічні характеристики тришарових оболонкових структур із полімерним заповнювачем. Тоді як при їх конструюванні необхідно володіти інформацією про розподіл динамічних характеристик за різних конструкцій шаруватого пакету.

Постановка задачі

Тришарова конічна пружна оболонкова структура представляє собою конструкцію, яка включає внутрішній (індекс 1), зовнішній (індекс 2) несучі шари, середини лінії яких паралельні і мають однаковий кут конусності α , а міжшаровий проміжок включає систему дискретних ребер (індекс j), жорстко з'єднаних з зазначеними несучими шарами, заповнений легким полімером (індекс t). Шаровий пакет оболонки має однакову загальну товщину, з гладкою серединною поверхнею в ортогональній системі координат s, z . Причому координатна лінія s на серединній поверхні оболонки при $z = 0$ збігається з твірною лінією; координатна лінія z є прямою, ортогональною до серединної поверхні. Величину z вважається позитивною, якщо точка знаходиться з боку опуклості серединної поверхні. При аналізі дії осесиметричних коливань цієї оболонкової структури використовується, як правило, система координат s, t , причому координата s відраховується від вершини конуса. А при усіченій структурі конуса доцільним є використання координати s , яка відраховується від краю оболонки з радіусом R_0 . В цьому випадку поточний радіус конічної оболонки визначається згідно формули: $R_s = R_0 + s \cdot \sin \alpha$, де α – кут конусності. Коефіцієнти першої квадратичної форми і кривизни координатної поверхні конічної оболонки записуються наступним чином: $A_1 = 1, A_2 = R_s, k_1 = 0, k_2 = \cos \alpha / R_s$. Оболонки жорстко з'єднані між собою дискретними ребрами і легким заповнювачем.

Дослідження динаміки розглянутої структури включає математичне моделювання рівнянь її руху. Рівняння руху для несучих шарів і полімерного заповнювача виводяться згідно варіаційного принципу стаціонарності Гамільтона – Остроградського

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (K - \Pi + A) dt = 0, \quad (1.1)$$

де Π – повна потенціальна енергія пружної системи; K – повна кінетична енергія пружної системи; A – робота зовнішніх сил; t_1 і t_2 – фіксовані моменти часу.

При виведенні рівнянь коливань тришарових оболонок із заповнювачем незалежному варіюванні підлягають: компоненти переміщень несучих шарів, армуючих ребер і міжшарового заповнювача.

Вирази для варіації повної потенціальної і кінетичної енергії вказаних компонентів записуються у вигляді [6]:

$$\begin{aligned} \delta \Pi &= \delta \sum_{i=1}^2 \Pi^i + \delta \sum_{j=1}^J \Pi^j + \delta \sum_{S_t} \Pi^t; \\ \delta K &= \delta \sum_{i=1}^2 K^i + \delta \sum_{j=1}^J K^j + \delta \sum_{S_t} K^t, \end{aligned} \quad (1.2)$$

де

$$\delta \Pi^i = \int_{S_i} \left[\int_{-h/2}^{h/2} (T_{11}^i \delta \varepsilon_{11}^i + T_{22}^i \delta \varepsilon_{22}^i + T_{13}^i \delta \varepsilon_{13}^i + M_{11}^i \delta \kappa_{11}^i + M_{22}^i \delta \kappa_{22}^i) dz_i \right] dS_i; \quad (1.3)$$

$$\delta \Pi^t = \int_{S_t} \left[\int_{-h_t/2}^{h_t/2} (T_{11}^t \delta \varepsilon_{11}^t + T_{13}^t \delta \varepsilon_{13}^t + M_{11}^t \delta \kappa_{11}^t) dz_t \right] dS_t; \quad (1.4)$$

$$\delta \Pi^j = \int_{L_j} (T_{11j} \delta \varepsilon_{11j} + T_{13j} \delta \varepsilon_{13j} + M_{11j} \delta \kappa_{11j}) dL_j; \quad (1.5)$$

$$\delta K^i = \int_{S_i} \left\{ \int_{-\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \left[\rho_i h_i \left(\frac{\partial^2 u_0^i}{\partial t^2} \delta u_0^i + \frac{\partial^2 u_{03}^i}{\partial t^2} \delta u_{03}^i \right) + \rho_i \frac{h_i^3}{12} \left(\frac{\partial^2 \varphi_1^i}{\partial t^2} \delta \varphi_1^i \right) \right] dz_i \right\} dS_i; \quad (1.6)$$

$$\delta K^t = \int_{S_i} \left[\int_{\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \rho_i h_i \left(\frac{\partial^2 u_0^t}{\partial t^2} \delta u_0^t + \frac{\partial^2 u_1^t}{\partial t^2} \delta u_1^t + \frac{h_i^2}{12} \frac{\partial^2 u_{03}^t}{\partial t^2} \delta u_{03}^t \right) dz_i \right] dS_i; \quad (1.7)$$

$$\delta K^j = \int_{L_j} \left[\rho_j F^j \left(\frac{\partial^2 u_1^j}{\partial t^2} \delta u_1^j + \frac{\partial^2 u_3^j}{\partial t^2} \delta u_3^j \right) + \rho_j \left(I_{kr}^j \frac{\partial^2 \varphi_1^j}{\partial t^2} \delta \varphi_1^j \right) \right] dL_j. \quad (1.8)$$

Величини F^j , I_{kr}^j в рівняннях (1.3) – (1.8) відповідають геометричним характеристикам поперечних перерізів армуючих ребер; ρ_j – питома вага матеріалу армуючого ребра; ρ_i ($i = 1, 2$), ρ_t – питома вага матеріалів несучих шарів і легкого заповнювача відповідно.

Вважається, що тришарова конічна структура навантажена внутрішнім осесиметричним розподіленим нестационарним нормальним навантаженням $P_1(s, t)$, де s і t – просторова і часова координати.

При розрахунку потенціальної і кінетичної енергії для легкого заповнювача в виразах $\delta \Pi^t$ та δK^t інтегрування проводиться за об'ємом, величина якого включає величину обсягу армуючих ребер, що принципово не впливає на загальну похибку теорії оболонок, оскільки обсяг ребер в загальному об'ємі заповнювача незначний.

В цьому випадку при створенні рівнянь коливань тришарових структур із заповнювачем незалежному варіюванню підлягають: компоненти переміщень несучих шарів, ребер армування і заповнювача з легкого матеріалу.

Таким чином, після перетворень в варіаційному рівнянні (1.1), з урахуванням співвідношень (1.2) – (1.8), отримаємо систему гіперболічних рівнянь руху 9-го порядку для тришарової несиметричної конічної оболонки із заповнювачем, армованим дискретними ребрами при осесиметричному імпульсному навантаженні і граничні умови [6]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_2^i} \frac{\partial}{\partial s_i} (A_2^i T_{11}^i) - \frac{1}{A_2^i} \frac{\partial}{\partial s_i} (A_2^i T_{22}^i) - \frac{1}{R_t} T_{13}^t &= \left(\rho_i h_i + \frac{\rho_t h_t}{3} \right) \frac{\partial^2 u_0^i}{\partial t^2}; \\ \frac{1}{A_2^i} \frac{\partial}{\partial s_i} (A_2^i M_{11}^i) - \frac{1}{A_2^i} \frac{\partial}{\partial s_i} (A_2^i M_{22}^i) - T_{13}^i - T_{13}^t &= \rho_i \frac{h_i^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1^i}{\partial t^2}; \\ \frac{1}{A_2^i} \frac{\partial}{\partial s_i} (A_2^i T_{13}^i) - k_2 T_{22}^i + \frac{1}{h_t} T_{13}^t - \left(1 \pm \frac{h_i}{2R_{1s}} \right) P_1 &= \rho_i h_i \frac{\partial^2 u_{03}^i}{\partial t^2} \quad (i = 1, 2); \\ \frac{\partial T_{11}^t}{\partial x} + \frac{1}{R_t} N_{13}^t &= \rho_t h_t \frac{\partial^2 u_0^t}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial T_{13}^t}{\partial x} = \rho_t h_t \frac{\partial^2 w_0^t}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial M_{11}^t}{\partial x} - T_{13}^t = \rho_t \frac{h_t^3}{12} \frac{\partial^2 u_1^t}{\partial t^2}; \\ [T_{11}^{i\pm}]_j &= \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{1j}}{\partial t^2}; \quad [T_{13}^{i\pm}]_j = \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{3j}}{\partial t^2}; \quad [M_{11}^{i\pm}]_j = \rho_j I_{krj} \frac{\partial^2 \varphi_{1j}}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Це дві системи рівнянь дев'ятого порядку. На лініях розривів в рівняннях коливань $[T_{11}^{i\pm}]_j$; $[T_{13}^{i\pm}]_j$; $[M_{11}^{i\pm}]_j$ – відповідають зусиллям-моментом, які діють на j -й дискретний елемент з боку несучих шарів.

Окрім цього, для несиметричних тришарових оболонок система рівнянь (1.9) розпадається не лише за рахунок розривів «дискретний елемент – несучий шар», тому що несучі шари виготовлені з різних матеріалів.

Співвідношення між величинами зусиль – моментів та відповідними величинами деформацій для несучих шарів і ребер мають вигляд:

$$\begin{aligned} T_{11}^i &= B_{11}^i (\epsilon_{11}^i + \nu_2^i \epsilon_{22}^i); \quad T_{22}^i = B_{22}^i (\epsilon_{22}^i + \nu_1^i \epsilon_{11}^i); \quad T_{13}^i = k^2 G_{13}^i \epsilon_{13}^i; \\ M_{11}^i &= D_{11}^i \kappa_{11}^i; \quad M_{22}^i = D_{22}^i \kappa_{22}^i; \quad T_{22j} = B_{22j} \epsilon_{22j}, \end{aligned} \quad (1.10)$$

E_i, G_{13}^i, ν_i – фізико-механічні параметри матеріалу несучих шарів; k^2 – інтегральний коефіцієнт поперечного зсуву теорії оболонок Тимошенка [7]; E_j, F_j – модуль пружності матеріалу і площа поперечного перетину j -го ребра відповідно.

Зусилля і моменти для легкого заповнювача представимо в такому вигляді:

$$T_{11}^t = \int_{-\frac{h_t}{2}}^{\frac{h_t}{2}} \left(1 + \frac{z_t}{R_t}\right) \sigma_{11}^t dz; \quad M_{11}^t = \int_{-\frac{h_t}{2}}^{\frac{h_t}{2}} z_t \left(1 + \frac{z_t}{R_t}\right) \sigma_{11}^t dz_t; \quad T_{13}^t = \int_{-\frac{h_t}{2}}^{\frac{h_t}{2}} \left(1 + \frac{z_t}{R_t}\right) \sigma_{13}^t dz_t. \quad (1.11)$$

Рівняння коливань (1.9) доповнюються відповідними граничними та початковими умовами.

Ілюстрацією може бути постановка і розв'язання задачі динамічного деформування конічної шаруватої оболонки. Одним із її варіантів може бути визначення НДС тришарової оболонки, яка представляє собою пружну структуру, що складається (рис. 1) з внутрішнього (1) і зовнішнього (3) несучих шарів, полімерного заповнювача (2), армованого ребрами (4).

Числові результати і аналіз розрахунків

Була розглянута задача динамічного деформування тришарової конічної оболонки з жорстко защемленими торцями під дією внутрішнього розподіленого навантаження $P_1(s, t)$. Граничні умови при $s = s_0, s = s_N$ для несучих шарів мають вигляд:

$$u_1^i = u_3^i = \varphi_1^i = 0, \quad i = 1, 2, \quad (2.1)$$

початкові умови нульові для несучих шарів при $t = 0$:

$$u_1^i = u_3^i = \varphi_1^i = 0; \quad \frac{\partial u_1^i}{\partial t} = \frac{\partial u_3^i}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_1^i}{\partial t} = 0, \quad i = 1, 2. \quad (2.2)$$

Нестационарне імпульсне навантаження задавалося у вигляді

$$P_1 = A \sin \frac{\pi t}{T} [\eta(t) - \eta(t - T)], \quad (2.3)$$

де $\eta(t)$ – функція Хевісайда.

В розрахунках покладалося $A = 10^6$ Па; $T = 50 \cdot 10^{-6}$ с. Розрахунки проводились при наступних геометричних та фізико-механічних параметрах тришарової структури: $E_1^1 = E_1^2 = E_j = 7 \cdot 10^{10}$ Па; $\rho_1 = \rho_2 = \rho_j = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³; $\nu_1^1 = \nu_1^2 = \nu_j = 0,3$; $R_0 = 0,2$ м; $R_0 / h_1 = 68$; $h_1 = h_2 = h_j = 0,002$ м; $H_j = 10h_1$; $\alpha = \pi/12 = 15^\circ$; $F_j = 1,65 \cdot 10^{-4}$ м².

Легкий заповнювач відсутній.

Розглянуті також випадки наявності легкого заповнювача з властивостями $E_{1,2}/E_t = 500$;

$\rho_t = 25$ кг/м³; $\nu_t = 0,33$.

Дискретні підкріплюючі елементи розташовані в точках $s_j = [8 + (k-1)16]\Delta s$, $k = \overline{1, 5}$, $\Delta s = (s_N - s_0)/80$, $(s_N - s_0) = 0,4$ м.

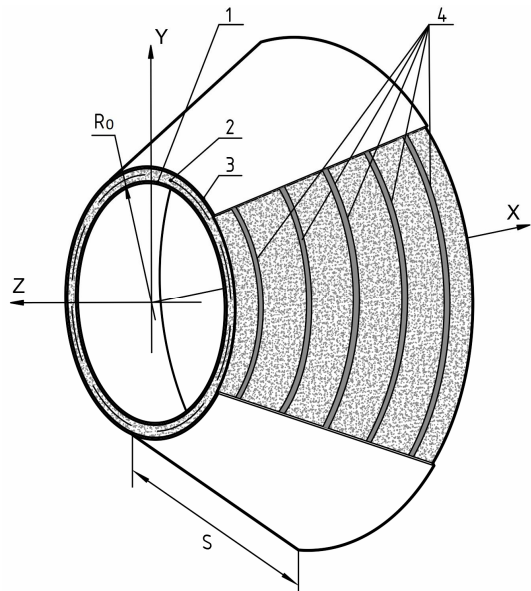


Рис. 1. Конструкція тришарової оболонки:
1 – внутрішній шар; 2 – заповнювач; 3 – зовнішній шар;
4 – армуючі ребра

Відповідна початково-крайова задача (1.9), (2.1) – (2.3) вирішується за допомогою скінченно-елементного методу. Цей метод є вагомим інструментом для аналізу складної поведінки тришарових оболонок із дефектами.

Створена скінченно-елементна модель оболонки, відображає взаємозв'язок потенціальної енергії деформацій в тілі з потенціалом прикладених сил [3]:

$$\Pi = E - W, \quad (2.4)$$

де E – потенціальна енергія деформацій, а W – потенціал прикладених сил.

Після розбивки суцільної області на окремі елементи залежність (2.4) приймає вигляд:

$$\Pi = \sum_{e=1}^E (E^{(e)} - W^{(e)}) = \sum_{e=1}^E \pi^{(e)}. \quad (2.5)$$

Глобальна матриця жорсткості і глобальний вектор-стовпець в матричному рівнянні

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (2.6)$$

відповідають співвідношенням:

$$[K] = \sum_{e=1}^E [k^{(e)}]; \quad \{F\} = - \sum_{e=1}^E \{f^{(e)}\}. \quad (2.7)$$

Досліджено динамічний напружено-деформований стан симетричної тришарової конічної оболонки.

Враховуючи неоднаковість властивостей матеріалів суміжних шарів досліджуваної неоднорідної оболонкової структури задачі її динамічного аналізу розв'язувалися скінченно-елементним методом. Для виконання розрахунків була створена скінченно-елементна модель структури, приведена на рис. 2.

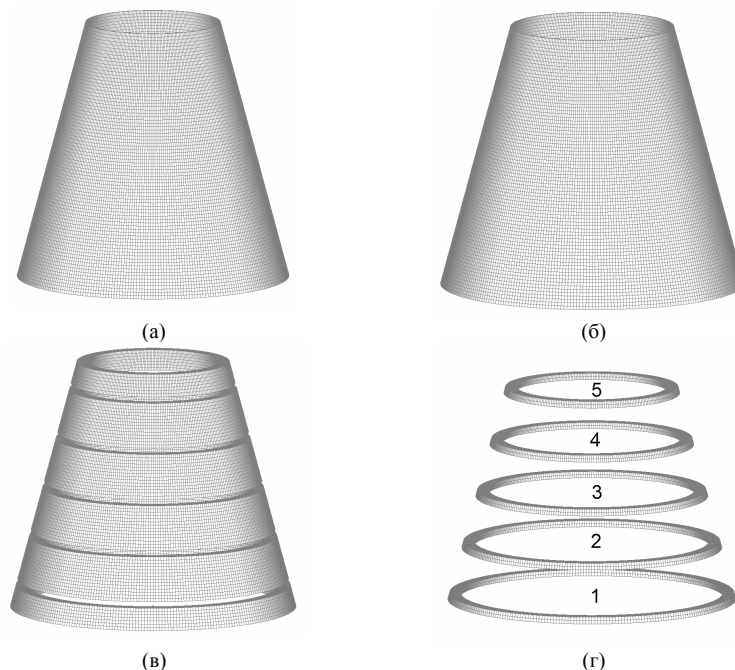


Рис. 2. Скінченно-елементна модель тришарової конічної оболонки:

(а) - внутрішня несуча оболонка; (б) - зовнішня несуча оболонка; (в) - легкий заповнювач; (г) – армуючі ребра

Скінченно-елементна модель із заповнювачем довжиною твірної 0,4 м і кутом конусності 15° налічувала 288000 об'ємних скінченних елементів і 315900 вузлів. У варіанті структури без полімерного заповнювача кількість скінченних елементів у внутрішній несучій оболонці складала 48000, зовнішній – 48000, а в армуючих ребрах 24000. Кількість скінченних елементів заповнювача дорівнювала 168000. Адекватність скінченно-елементної моделі тришарової

конічної оболонкової конструкції підтверджена критеріями якості скінченних елементів, які за ступенем увігнутості, звуження та кривизною, внутрішніми кутами та іншими показниками відповідали вимогам якості скінченно-елементної сітки розрахункового програмного пакету NX Nastran. У моделях використаний тривимірний скінченний елемент суцільного середовища Solid, який валідує точність і достовірність отриманих результатів [2].

Отримані скінченно-елементним методом чисельні результати дозволяють виконати аналіз напружено-деформованого стану за нормальними деформаціями ε_{22} та напруженнями фон Мізеса σ_{VM} тришарової пружної структури конічного типу в будь-який момент часу у інтервалі: $0 \leq t \leq 15T$. На рис. 3 наведено залежності величин цих характеристик у серединних поверхнях несучих шарів вздовж просторової координати S бездефектного стану оболонкової структури. На цьому, і в подальших наведених графіках крива з індексом 1 відповідає величинам ε_{22}^1 ; σ_{VM}^1 внутрішньої конічної оболонки, а з індексом 2 – величинам ε_{22}^2 ; σ_{VM}^2 – зовнішньої конічної оболонки. На рис. 3 наведено розподіл цих динамічних характеристик в момент часу $t = 1,6T$ (час досягнення максимального значення величин). Легкий заповнювач відсутній. Точки з'єднання кривих 1 і 2 вказують на розташування дискретних ребер. Перша власна частота даної тришарової структури становить 1360,03 Гц.

На рис. 4 наведено залежності максимальних нормальних деформацій ε_{22} та напружень фон Мізеса σ_{VM} у серединних поверхнях несучих шарів вздовж просторової координати S оболонкової структури із дефектом у вигляді наскрізного розриву у п'ятому армуючому ребрі, якщо $t = 3,8T$.

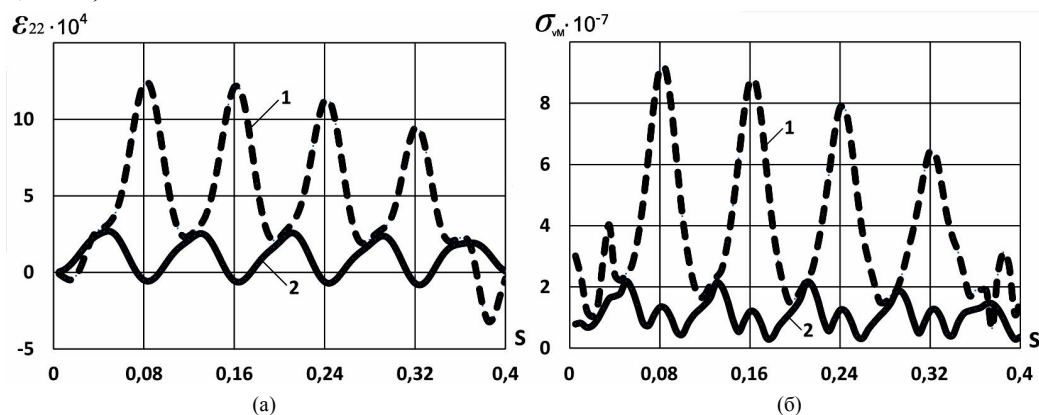


Рис. 3. Максимальні деформації (а) і напруження фон Мізеса; (б) в серединній поверхні несучих шарів бездефектного стану структури без заповнювача при жорсткому закріпленні її торців

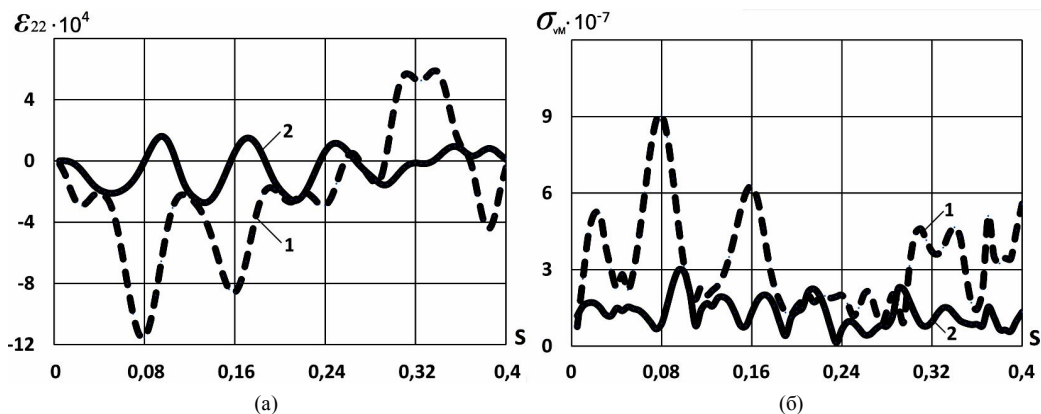


Рис. 4. Максимальні деформації (а) і напруження фон Мізеса; (б) в серединній поверхні несучих шарів структури без заповнювача із дефектом у вигляді наскрізного розриву у п'ятому армуючому ребрі

Виходячи з представленого графічного матеріалу, можна візуально визначити вплив дефекту у вигляді наскрізного кільцевого розриву у п'ятому армуючому ребрі конусної структури на розподіл величин максимальних деформацій (а) і напружень фон Мізеса (б) по просторовій координаті S . Перша власна частота такої тришарової структури складає 1359,78 Гц. По відношенню до бездефектного стану структури при жорсткому закріпленні торців оболонки без пінопласту (рис. 4) спостерігалось зменшення максимальної величини нормальних деформацій в місці між четвертим та п'ятим армуючими ребрами у внутрішньому шарі на 33%, а у зовнішньому шарі нормальні деформації незначно зменшилися - 2,2%.

Аналогічно відбулося зменшення величин напружень фон Мізеса в цьому місці. У внутрішньому шарі на 33 %, а у зовнішньому шарі майже не змінилися.

Досліджено і вплив легкого заповнювача, який розташований між несучими шарами і дискретно-симетричними ребрами тришарової конічної структури із жорстко затиснутими краями. На рис. 5 введеному масштабі, наведено графіки залежності нормальних деформацій (рис. 5 (а)) та напружень фон Мізеса (рис. 5 (б)) для несучих шарів від поздовжньої координати S в момент часу $t = 3,5 T$ (час досягнення максимального значення величин ε_{22}) для структури без дефектів. Точки з'єднання кривих 1 і 2 вказують на розташування дискретних ребер. Перша власна частота цієї тришарової структури становить 1439,16 Гц.

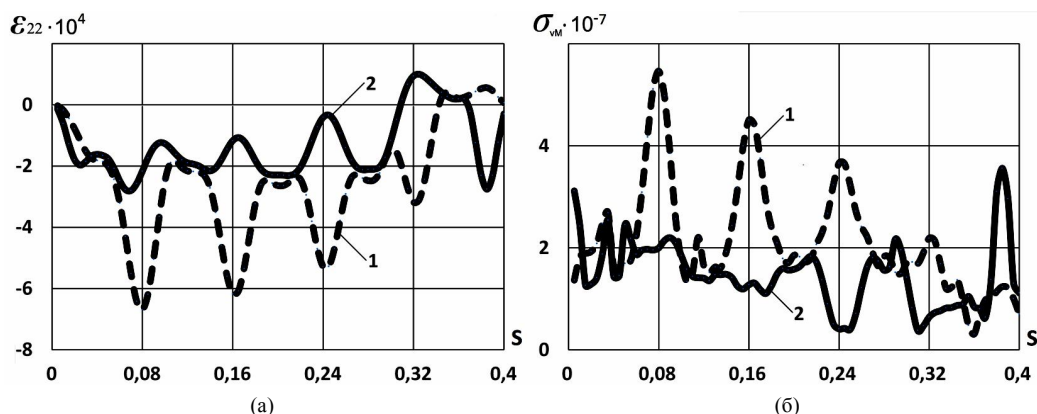


Рис. 5. Максимальні деформації (а) і напруження фон Мізеса; (б) в серединній поверхні несучих шарів бездефектного стану структури із заповнювачем

Наведені результати розподілу нормальних деформацій (рис. 5 (а)) та напружень фон Мізеса (рис. 5 (б)) майже збігаються з результатами, які були отримані при виникненні кільцевого розриву у п'ятому ребрі конічної структури в той же момент часу $t = 3,5 T$ рис. 6. Перша власна частота даної структури становить 1438,90 Гц.

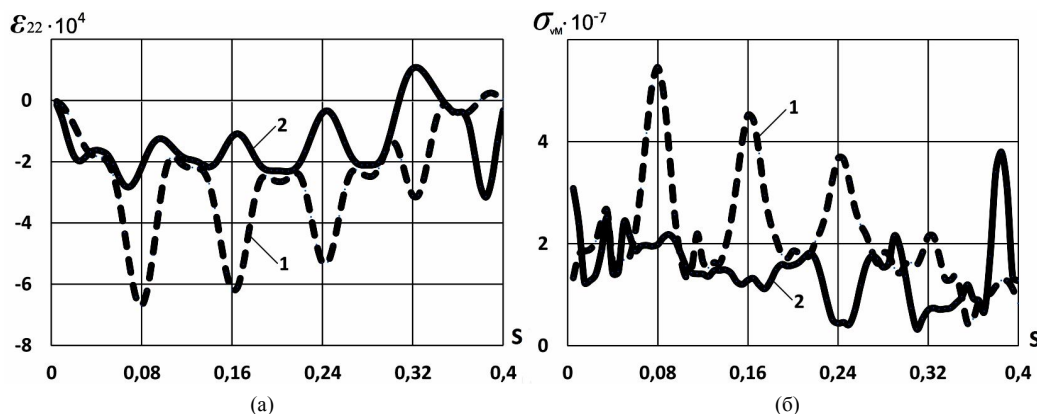


Рис. 6. Максимальні деформації (а) і напруження фон Мізеса; (б) в серединній поверхні несучих шарів структури із дефектом у вигляді наскрізного розриву у п'ятому армуючому ребрі при жорсткому закріпленні торців

Значні зміни розподілу нормальних деформацій (рис. 7 (а)) та напружень фон Мізеса (рис. 7 (б)) відбулися за відсутності п'ятого ребра конічної структури із заповнювачем в момент часу $3,7T$. З графічного матеріалу видно, що на ділянці між четвертим та п'ятим армуючими ребрами внутрішня та зовнішня оболонки тришарової структури працюють майже як цільна оболонка, при цьому більш значні деформації та напруження спостерігаються у місці розташування першого армуючого ребра.

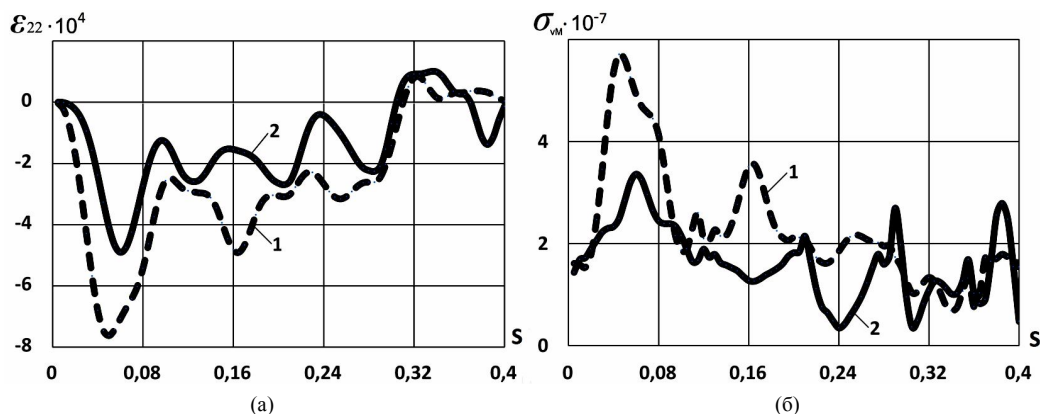


Рис. 7. Максимальні деформації (а) і напруження фон Мізеса; (б) в серединній поверхні несучих шарів структури із заповнювачем при відсутності п'ятого армуючого ребра і жорсткому закріпленні торців

У висновку

Аналіз напружено-деформованого стану тришарових конічних оболонок з дефектами є складним завданням, що потребує глибокого розуміння механіки матеріалів, просунутих теоретичних моделей та комплексних методів аналізу. Наявність дефектів, таких як геометричні недосконалості, пористість та розриви, в окремих випадках змінює поведінку оболонки, призводячи до зниження її несучої здатності та провокуючи катастрофічні види руйнування таких структур.

Теоретичні методи показують, що конічні тришарові оболонки досить стійкі до впливу колових розривів у їх армуючих ребрах. Так розрахунки величин нормальних деформацій ε_{22}^I та напружень фон Мізеса σ_{vM}^I внутрішнього шару серединної поверхні тришарової структури конічного типу з жорстким затисненням її країв за наявності розриву у п'ятому армуючому ребрі показали зміну в серединній поверхні між четвертим та п'ятим ребрами. А за наявності міжшарового заповнювача, величини цих характеристик виявились практично однаковими.

Розраховані величина першої власної частоти розглянутих тришарових структур за наявності дефекту у вигляді розриву у п'ятому армуючому ребрі майже не змінюється.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Зайцев Б.Ф., Протасова Т.В., Клименко Д.В. та ін. Динамический анализ композитного обтекателя ракеты при отделении с учетом расслоения структуры // Авиационно-космическая техника и технология. – 2020. – № 8/168. – С. 19–26.
2. Рычков С.П. Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. – М.: ДМК Пресс, 2013. – 784 с.
3. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. – 392 с.
4. Akimov D.V., Gryshchak V.Z., Gomenyuk S.I. and et. Finite-Element Analysis and Experimental Investigation on the Strength of a Three-Layer Honeycomb Sandwich Structure of the Spacecraft Adapter Module. Strength of Materials, 2016, vol.48, iss. 3, pp. 379–383.
5. Bakulin, V.N. Layer-by-Layer Study of the Stress and Strain State of Sandwich Conical Aircraft Compartments with Rectangular Cutouts. Russ. Aeronaut. 65, 668–676 (2022).
6. Lugovoi P. Z., Gaidachuk V.V., Orlenko S.P., Kotenko K.E. Dynamics of Sandwich Conical Shells with a Discretely Inhomogeneous Core Under Nonstationary Loading "International Applied Mechanics", 2022, 58(4), P. 410–422.
7. Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S. Theory of Plates and Shells. Second Edition. New York etc.: McGraw-Hill Book Company INC, 1959. 636 p.
8. Wang Q., Li W., Zhao Z., Liu D., Gao S. Three-Dimension Crack Propagation Behavior of Conical-Cylindrical Shell, Structures, Volume 69.

REFERENCES

1. Zajcev B.F., Protasova T.V., Klimenko D.V. *ta in.* Dinamicheskij analiz kompozitnogo obtekatel'ya rakety pri otdelenii s uchetom rassloeniya struktury (Dynamic Analysis of a Composite Missile Fairing During Separation Taking into Account Structural Delamination) // Aviacionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya. – 2020. – № 8/168. – P. 19–26.
2. Rychkov S. P. Modelirovanie konstrukcij v srede Femap with NX Nastran (Modeling of structures in the Femap with NX Nastran environment)– M.: DMKPress, 2016. – 784 s.
3. Segerlind L. Primenenie metoda konechnykh elementov (Application of the finite element method). M.: Mir, 1979- 392 p.
4. Akimov D.V., Gryshchak V.Z., Gomenyuk S.I. and et. Finite-Element Analysis and Experimental Investigation on the Strength of a Three-Layer Honeycomb Sandwich Structure of the Spacecraft Adapter Module. Strength of Materials, 2016, vol.48, iss. 3, pp. 379–383.
5. Bakulin, V.N. Layer-by-Layer Study of the Stress and Strain State of Sandwich Conical Aircraft Compartments with Rectangular Cutouts. Russ. Aeronaut. 65, 668–676 (2022).
6. Lugovoi P. Z., Gaidaichuk V.V., Orlenko S.P., Kotenko K.E. Dynamics of Sandwich Conical Shells with a Discretely Inhomogeneous Core Under Nonstationary Loading "International Applied Mechanics", 2022, 58(4), P. 410–422.
7. Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S. Theory of Plates and Shells. Second Edition. New York etc.: McGraw-Hill Book Company INC, 1959. 636 p.
8. Wang Q., Li W., Zhao Z., Liu D., Gao S. Three-Dimension Crack Propagation Behavior of Conical-Cylindrical Shell, Structures, Volume 69.

Стаття надійшла 26.09.2025

Котенко К.Е., Клименко О.М., Орленко С.П.

ВПЛИВ СТРУКТУРНИХ ДЕФЕКТІВ НА ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ШАРУВАТИХ КОНІЧНИХ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ

Була розглянута задача динамічного деформування тришарової конічної оболонки з жорстко защемленими торцями під дією внутрішнього розподіленого навантаження. Проведено теоретичне дослідження перехідних динамічних процесів тришарових конічних оболонкових структур з дискретно-симетричним армованим ребрами заповнювачем за наявності кільцевих розривів у армуючих ребрах таких структур. Виконано скінченно-елементне моделювання і здійснені чисельні розрахунки нормальних деформацій і напружень фон Мізеса несучих шарів структури, визначаючих її напружено-деформований стан.

Згідно з варіаційним принципом Гамільтона-Остроградського, отримано рівняння руху тришарової конічної оболонки з дискретно-неоднорідним заповнювачем. Досліджено напружено-деформований стан тришарових структур при осесиметричному внутрішньому імпульсному навантаженні. Наведені результати величини першої власної частоти розглянутих структур.

Отримані методом скінченних елементів чисельні результати дали змогу визначити значимість впливу дефектів у вигляді колових розривів на характеристики напружено-деформованого стану тришарових конічних оболонок за наявності та відсутності міжшарового заповнювача.

Розрахунки величин нормальних деформацій та напружень фон Мізеса внутрішнього шару тришарової структури конічного типу з жорстким затисненням її країв за наявності розриву у п'ятому армуючому ребрі показали зміну в серединній поверхні між четвертим та п'ятим ребрами. А за наявності міжшарового заповнювача, величини цих характеристик виявились практично однаковими.

Розраховані величина першої власної частоти розглянутих тришарових структур за наявності дефекту у вигляді розриву у п'ятому армуючому ребрі майже не змінюється.

Ключові слова: динаміка, тришарова конічна оболонка, неоднорідний заповнювач, коловий розрив, граничні умови, скінченно-елементний метод, вплив структурних дефектів.

Kotenko K.E., Klymenko O.M., Orlenko S.P.

THE INFLUENCE OF STRUCTURAL DEFECTS ON THE DYNAMIC CHARACTERISTICS OF LAYERED CONICAL SHELL STRUCTURES

The problem of dynamic deformation of a three-layer conical shell with rigidly clamped ends under the action of an internal distributed load was considered. The theoretical study of transient dynamic processes of three-layer conical shell structures with discrete-symmetrical rib-reinforced aggregate in the presence of annular discontinuities in the reinforcing ribs of such structures has been carried out. Finite element modeling has been performed and numerical calculations of normal strains and von Mises stresses of the load-bearing layers of the structure, determining its stress-strain state, have been carried out.

According to the Hamilton-Ostrogradsky variational principle, the equation of motion of a three-layer conical shell with discrete-inhomogeneous aggregate has been obtained. The stress-strain state of three-layer structures under axisymmetric internal impulse loading has been investigated. The results of the magnitude of the first natural frequency of the considered structures are presented.

The numerical results obtained by the finite element method made it possible to determine the significance of the influence of defects in the form of circular discontinuities on the characteristics of the stress-strain state of three-layer conical shells in the presence and absence of interlayer filler.

Calculations of the values of normal strains and von Mises stresses of the inner layer of the three-layer conical structure with rigid clamping of its edges in the presence of a break in the fifth reinforcing rib showed a change in the middle surface between the fourth and fifth ribs. And in the presence of an interlayer filler, the values of these characteristics turned out to be practically the same.

The calculated value of the first natural frequency of the considered three-layer structures in the presence of a defect in the form of a break in the fifth reinforcing rib almost does not change.

Keywords: dynamics, three-layer conical shell, inhomogeneous aggregate, circular discontinuity, boundary conditions, finite element method, influence of structural defects.

УДК 539.3

Котенко К.Е., Клименко О.М., Орленко С.П. Вплив структурних дефектів на динамічні характеристики шаруватих конічних оболонкових конструкцій // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2025. – Вип. 115. – С. 213-223.

Іл. 7. Бібліогр. 8 назв.

UDC 539.3

Kotenko K.E., Klymenko M.O., Orlenko S.P. The influence of structural defects on the dynamic characteristics of layered conical shell structures // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2025. – Issue 115. – P. 213-223.

Fig. 7. Ref. 8.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри теоретичної механіки, Київського національного університету будівництва і архітектури; КОТЕНКО Костянтин Едуардович
Адреса: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних Сил, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки

Тел. +380 (44) 241-55-72

E-mail: 1969box@mail.ru

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3181-3819>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри машин і обладнання технологічних процесів, кандидат технічних наук, доцент, Київський національний університет будівництва і архітектури, КЛИМЕНКО Микола Олександрович

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних сил, 31, к. 501, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра машин і обладнання технологічних процесів

Тел. +380 (44) 241-55-48

E-mail: klymenko.mo@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6166-8966>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, відділ будівельної механіки тонкостінних конструкцій Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України; науковий співробітник ОРЛЕНКО Сергій Петрович
Адреса: 03057 Україна, м. Київ, вул. Нестерова, 3, Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

Тел. +380 (44) 596-77-28

E-mail: orlenko_sergey@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7857-9601>