

УДК 539.3

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ МІЦНОСТІ І ВАГИ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА КРУГЛОМУ КОНТУРІ, ЩО СКЛАДАЄТЬСЯ ІЗ ДВОХ ПОХИЛИХ ЕЛІПСІВ, З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Г.М. Іванченко,
д-р техн. наук, професор

О.О. Кошевий,
д-р філософії (Ph.D.), доцент

Київський національний університет будівництва і архітектури

DOI: 10.32347/2410-2547.2025.114.265-275

В статті розглянуто дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації міцності і ваги оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається із двох похилих еліпсів при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. Результати дослідження показали зменшення ваги оболонки після оптимізаційного розрахунку на 15%, а також за допомогою врахування геометричної нелінійності вдалося зменшити вагу конструкції на додаткові 3% в порівнянні з лінійною постановкою. Дана методика була перевірена з іншими авторами, що підтверджує її ефективність використання для тонких сталених оболонок мінімальних поверхонь.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна оптимізація, оптимізація цільової функції, змінні проектування, обмеження, оболонки мінімальних поверхонь, геометрична нелінійність, метод скінченних елементів.

Вступ. Визначення міцності просторової конструкції є однією із головних завдань при розрахунку будь-якої конструкції. Важливість достатньої міцності є однією з основних завдань будь-якого інженера проектувальника в області механічного опору і стійкості. В даний час для розрахунку будь-якої просторової конструкції застосовується за принципом II груп граничних станів. Міцність конструкції відноситься до I групи граничних станів.

Закладання надлишкових необґрунтованих запасів міцності є однією із проблем сучасного проектування в будівельній галузі України. Надлишкові запаси міцності призводять до більшої витрати конструкційного матеріалу, що в свою чергу може призводити до економічної недоцільності її створенню. В юридичному плані надлишкові запаси міцності можуть бути аргументовані складністю вихідних даних, а також дією нестандартних навантажень на просторову будівельну конструкцію. Механізм додавання більших коефіцієнтів запасу міцності в порівнянні з нормативами обов'язково погоджуються із замовником чи інвестором будівельного проекту. Хоча нормативних коефіцієнтів запасу міцності можуть вистачати більш ніж потрібно.

Методика оптимального проектування в будівельній і прикладній механіці показує, що будь-яка оптимізована конструкція з урахування геометричної нелінійності має як мінімум додаткових 15-10% запасу міцності ніж у лінійній постановці, тому її використання є цікавою прикладною задачею [1-2]. Оптимальне проектування будівельних конструкцій поділяється на 4 основні загальні принципи: параметрична оптимізація – ґрунтується на мінімізації чи максимізації певного параметру конструкції; топологічна оптимізація – ґрунтується на зменшенні або прибиранні конструкційного матеріалу з ненавантажених зон, якщо це не обмежує жорсткість чи стійкість цієї конструкції; оптимізація форми – для великогабаритних просторових конструкцій підбір певної форми дає можливість зменшити внутрішні зусилля (згинальних моментів, поперечних зусиль), які виникають у конструкції, що веде до зменшення її ваги в цілому; оптимізація фізико-механічних характеристик – створення нових композиційних матеріалів, які володіють високою міцністю що зменшують вагу матеріалів [3-4]. Ці принципи допомагають провідному інженеру проектувальнику створювати конструкції високої міцності, оптимальної форми при невеликій матеріалоемності в порівнянні з класичною лінійною постановкою.

Оптимальне проектування не застосовується в стандартній методиці проектування будівельних конструкцій, а також не включено до державних будівельних норм України [5]. Використання підходу до проектування будівельних конструкцій з урахуванням оптимального проектування може бути перевагою при виборі виконавців, при цьому повністю залежить від інвестора чи замовника певного будівельного проекту.

В даній науковій статті розглядається об'єкт дослідження – оболонка мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається з двох похилих еліпсів. Такий вид просторових тонких оболонок дає можливість використовувати декілька видів оптимального проектування одночасно. Перший вид оптимального проектування – оптимізація форми оболонки мінімальної поверхні яка відбувається за допомогою прикладних програм. Другий вид оптимального проектування – параметрична оптимізація яка дає можливість використовувати оптимальну товщину оболонки мінімальної поверхні за допомогою програмного комплексу Femap with Nastran з додатковими модулями власного програмування [6-7]. Такий підхід до проектування просторових тонких оболонок дає можливість використовувати мінімальну вагу при максимальному використанні міцнісних характеристик конструкції.

Чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації відбувається з урахування геометричної нелінійності, що дає можливість врахувати дійсні переміщення і напруження, що в свою чергу веде до додаткового оптимального проектування просторової конструкції. Чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації відбувається в парі двох цільових функцій – напруження по Мізесу та власної ваги оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається з двох похилих еліпсів. Така постановка задачі в будівельній та прикладній механіці є новою і дає певні прикладні результати та дослідження напружено-деформованого стану просторової оболонки [8-9].

Для оптимального проектування використовуються математичний метод градієнтного спуску, який дає можливість знаходити максимум чи мінімум за допомогою прикладного програмування. Метод чисельного дослідження в програмному комплексі Femap with Nastran відбувається на основі методу скінченних елементів. Метод скінченних елементів найпоширеніший у світі, який використовується у всіх великих відомих розрахункових комплексів вітчизняного і закордонного виробництва. Якість результатів використання методу скінченних елементів (МСЕ) доведено багатьма вченими в області будівельної і прикладної механіки, а також будівельних конструкцій. Цей метод полягає у розбитті просторової конструкції на скінченні елементи (СЕ) на кожен скінченний елемент або його вузли задаються комбінацію зовнішнього термосилового навантаження. З'єднання скінченних елементів відбувається за допомогою вузлів які належать до декількох скінченних елементів одночасно [10].

Після чисельного дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації розрахунковий комплекс Femap with Nastran видає результати: напружено-деформований стан конструкції, розподілення напружень по Мізесу, розподіленню переміщень конструкції в кожному скінченному елементі (СЕ), а також оптимізована товщина оболонки мінімальної поверхні. За допомогою додаткового модуля багатокритеріальної параметричної оптимізації будується графіки цільових функцій за допомогою MS Excel [11-12].

Чисельні дослідження такого роду було проведено не одним авторів наукових робіт, але фактично відсутні дослідження де враховуються декілька видів оптимізації на одному досліджуваному об'єкті одразу при декількох цільових функцій. Така постановка задачі дає можливість дослідити процеси оптимізації в оболонці мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається з двох похилих еліпсів з використанням нової методики [13].

Матриця жорсткості скінчено-елементної моделі з урахуванням геометричної нелінійності для оболонки мінімальної поверхні [3]. Матриця жорсткості – для всього тіла формується на основі матриці жорсткості скінченних елементів. При цьому передбачається, що енергія пружної деформації скінчено-елементної моделі дорівнює сумі енергій скінченних елементів:

$$U = \sum_{l=1}^m U_{(l)}, \quad (1)$$

де $U_{(l)}$ – енергія деформації елемента з урахуванням геометричної нелінійності; m – загальна кількість скінчених елементів.

Враховуючи співвідношення

$$U = \frac{1}{2} \iint_S \{u\}^T [B]^T [E] [B] \{u\} dS. \quad (2)$$

Доповнимо вираз (1)

$$U = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m \{u\}_{(l)}^T [k]_{(l)} \{u\}_{(l)}. \quad (3)$$

Ведемо в розгляд вектор переміщень вузлів всієї скінчено-елементної моделі.

$$\{\bar{u}\} = \{u_1^{-(1)} u_2^{-(1)} u_1^{-(2)} u_2^{-(2)} \dots u_1^{-(n)} u_2^{-(R)}\}^T. \quad (4)$$

де n – кількість глобальних вузлів скінчено-елементної моделі; $u_i^{(k)}$ – переміщення вузла з глобальним номером k ($1 \leq k \leq n$) по напрямку координатної осі x_i ($i = 1, 2$).

Вектор переміщень вузлів скінченого елемента $\{\bar{u}\}_{(l)}$ складається із компонентів вузових переміщень $u_i^{(k)}$, який розташовується в порядку локальних номерів k ($1 \leq k \leq 3$) вузлів. Оскільки вектори $\{\bar{u}\}$ і $\{\bar{u}\}_{(l)}$ характеризує переміщення з одним і тим же вузлів при різних ітераціях геометричної нелінійності і способі нумерації, вони можуть бути виражені один через одного за допомогою матриці інцидентності $[i]_{(l)}$

$$\{\bar{u}\}_{(l)} = [i]_{(l)} \{\bar{u}\}. \quad (5)$$

Матриця $[i]_{(l)}$ представляє собою таблицю із нулів і одиниць, число стовпців q яких рівно порядку вектору $\{\bar{u}\}$, а число рядків p – порядку вектора $\{\bar{u}\}_{(l)}$. Одиниці ставлять на перетині рядків і стовпців, які відповідають одним і тим же переміщенням. Положення одиниць в матриці інцидентності для довільного скінченого елемента визначається формулами

$$n_p = j + 2(n_{\text{лок}} - 1), \quad (6)$$

$$n_q = j + 2(n_{\text{гл}} - 1), \quad (7)$$

де n_p – номер рядка; n_q – номер стовпця матриці $[i]_{(l)}$; $j = 1, 2$ – номер напрямлення переміщення у вузлі з локальним номером $n_{\text{лок}}$ і глобальним номером $n_{\text{гл}}$. Підставляємо формули (3-7) і отримаємо

$$U = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m ([i]_{(l)} \{\bar{u}\})^T [k]_{(l)} [i]_{(l)} \{\bar{u}\}. \quad (8)$$

Враховуючи матричну рівність

$$([i]_{(l)} \{\bar{u}\})^T = \{\bar{u}\}^T [i]_{(l)}^T, \quad (9)$$

$$U = \frac{1}{2} \{u\}^T \left(\sum_{l=1}^m [i]_{(l)}^T [k]_{(l)} [i]_{(l)} \right) \{\bar{u}\} = \frac{1}{2} \{u\}^T [\bar{k}]^T \{\bar{u}\}, \quad (10)$$

де

$$[\bar{k}] = \sum_{l=1}^m [i]_{(l)}^T [k]_{(l)} [i]_{(l)}. \quad (11)$$

Вираз (11) матриця жорсткості всього тіла. Матриця жорсткості $[\bar{k}]$ для двовірної скінчено-елементної моделі з двома ступенями свободи вузол має розмірність $2n \times 2n$, його структура симетрична $k_{ij} = k_{ji}$ і $k_{ij} > 0$. Кожен коефіцієнт k_{ij} матриці жорсткості представляє собою R_i по напрямку L , яке викликано переміщеннями $\bar{u}_j = 1$ ($i = 1, 2; j = 1, 2, \dots, n$).

Діюча область або на контурі навантаження приводиться до статичного еквівалентного вузлового навантаження, яке діє на конструкцію, і при ітераційному розрахунку дає вузлові переміщення, які за допомогою розрахункового комплексу Femap with Nastran передаються як напружено-деформований стан конструкції що і є геометричною нелінійністю [14-15]

$$A = \iint_S \{u\}^T \{G\} dS + \iint_S \{u\}^T \{F\} dL = \{u\}^T \{Q\}, \quad (12)$$

де $\{Q\}$ – вузлові сили, $\{G\}$ і $\{F\}$ матриці розподіленого навантаження.

Система розв'язуючих рівнянь з урахуванням геометричної нелінійності оболонки мінімальної поверхні методом скінченних елементів [16]. Систему вирішуючих рівнянь методу скінченних елементів формують, використовуючи варіаційний принцип Лагранжа, у відповідності з яким повна потенціальна енергія П скінчено-елементної моделі тіла знаходиться в стані стійкості і рівноваги має мінімальне значення.

Умова мінімуму буде використано, коли частинні похідні від потенціальної енергії П по всім вузлом переміщенням $\{\bar{u}\}$ дорівнюють нулю:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{\bar{u}\}} = 0. \quad (13)$$

Повна потенціальна енергія скінчено-елементної моделі дорівнює:

$$\Pi = U - A = \frac{1}{2} \{u\}^T [\bar{k}] \{\bar{u}\} - \{u\}^T \{Q\}. \quad (14)$$

Після диференціювання згідно (13) отримаємо систему розв'язуючих рівнянь методу скінченних елементів:

$$[\bar{k}] \{\bar{u}\} - \{Q\} = 0. \quad (15)$$

В системі рівнянь (15) не враховані граничні умови відносно переміщень. Для приведення рівняння у відповідність із заданими значеннями вузлових переміщень необхідно виконати наступні зміни матриці жорсткості $[\bar{k}]$ і вектора вузлових навантажень $\{Q\}$ скінчено-елементної моделі. В першому варіанті в $[\bar{k}]$ і $\{Q\}$ записуються нулі в рядках, які відповідають відомим переміщенням, за виключенням діагональних членів матриці $[\bar{k}]$, які прирівнюються до одиниці. В другому варіанті стовпці матриці $[\bar{k}]$, які відповідають відомим переміщенням, множаться на ці переміщення і зі зворотнім знаком додається з відповідними компонентами вектора $\{Q\}$, після чого у вказаному стовпці матриці $[\bar{k}]$ (крім діагональних елементів) записуються нулі. Перетворена система рівнянь приймає вигляд

$$[\bar{K}] \{\bar{U}\} - \{Q\} = 0. \quad (16)$$

Рішення системи рівнянь (16), як правило, виконується прямими методами, враховуючи особливості структури матриці (лінійність і симетрію відносно головної діагоналі).

Величини деформації і напружень в скінченому елементі визначається за формулами:

$$\{\epsilon\} = \partial \{u\} = \partial N \{u\} = B \{u\}. \quad (17)$$

$$\{\sigma\} = [E] \{\epsilon\} = [E][B] \{u\}. \quad (18)$$

Попередньо із вектора переміщення скінчено-елементної моделі $\{\bar{u}\}$ виділяється вектор переміщення $\{u\}_{(I)}$ скінченого елемента за допомогою матриці інцидентів

$$\{\bar{u}\}_{(I)} = [i]_{(I)} \{\bar{u}\}. \quad (19)$$

Викладена методика отримання співвідношення методу скінченних елементів з урахуванням геометричної нелінійності не залежить від форми і властивостей скінченних елементів, тому може бути впроваджена для пластинчастого скінченого елемента оболонки мінімальної поверхні [17].

Нижче представлені значення матриці для тонкої пластини, яка працює на згин чотирикутного тонкого скінченного елемента **plate**

$$[N] = [N_{11} N_{12} N_{13} N_{21} N_{22} N_{23} N_{31} N_{32} N_{33} N_{41} N_{42} N_{43}], \quad (20)$$

$$N_{i_1} = \frac{1}{8} \left(\frac{x_1}{x_1^{(i)}} + 1 \right) \left(\frac{x_2}{x_2^{(i)}} + 1 \right) \left(2 + \frac{x_1}{x_1^{(i)}} + \frac{x_2}{x_2^{(i)}} - \frac{x_1^{(2)}}{a_1^2} - \frac{x_2^{(2)}}{a_2^2} \right), \quad (21)$$

$$N_{i_2} = \frac{x_1^{(i)}}{8} \left(\frac{x_1^{(2)}}{a_1^2} - 1 \right) \left(\frac{x_1}{x_1^{(i)}} + 1 \right) \left(\frac{x_2}{x_2^{(i)}} + 1 \right), \quad (22)$$

$$N_{i_3} = \frac{x_2^{(i)}}{8} \left(\frac{x_2^{(2)}}{a_2^2} - 1 \right) \left(\frac{x_1}{x_1^{(i)}} + 1 \right) \left(\frac{x_2}{x_2^{(i)}} + 1 \right). \quad (23)$$

N_{ij} ($j=1,2,3$) - функції форми i -го вузла чотирикутного плоского скінченного елемента **plate** в розрахунковому комплексі **Femap with Nastran** [3].

Аналіз чутливості параметричної оптимізації для оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі.

В рамках аналізу чутливості обчислюються градієнти змінних проектування конструкції, переміщень у вигляді частинних похідних від цих характеристик по змінним проектуванням та товщини оболонки. Інформація про чутливість служить основою побудови алгоритму оптимального проектування методом градієнтного спуску функції цілі. Матриця чутливості

$$G = \left\{ \frac{\partial g_i}{\partial X_j}; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m} \right\} \quad (24)$$

і градієнт цільової функції $\nabla \bar{f}(X)$ використовується для побудови матриці проектування, обчислення множників Лагранжа і визначення напрямку спуску по градієнту. Тут n – кількість змінних проектування, m – кількість обмежень. Крім того, при проведенні аналізу чутливості з'являється кількісна інформація про вплив зміни змінних проектування на функціонування системи [18].

З математичної точки зору, залежність реакцій оболонки у вигляді переміщень і напружень від змінних проектування є товщина оболонки. Такі рівняння лінійні відносно змінних станів, але якщо врахувати вплив змінних проектування на коефіцієнти лінійних операторів, рівняння стану є нелінійним відносно функціональної залежності змінних станів і змінних проектування.

Аналіз чутливості реакцій конструкцій на зміну змінних проектування можливо провести без обчислення похідної матриці жорсткості. Для цього виконуємо диференціювання по i -й складовій X_i рівняння стану [19]

$$K \times \frac{\partial \bar{z}}{\partial X_i} + \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \bar{z} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial X_i}. \quad (25)$$

Цей вираз можливо перетворити до вигляду:

$$K \times \frac{\partial \bar{z}}{\partial X_i} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial X_i} - \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \bar{z}. \quad (26)$$

Праву частину рівняння (26) можливо розглядати як вектор псевдо навантаження $\bar{p}$. Тоді для системи похідних переміщень вираз можна переписати як:

$$K \times \left[\frac{\partial \bar{z}}{\partial X_1}, \frac{\partial \bar{z}}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial \bar{z}}{\partial X_n} \right] = [p_1^*, p_2^*, \dots, p_k^*], \quad (27)$$

де k – кількість навантажень конструкції.

Оскільки вирішення системи рівнянь статки можливо при багатьох варіантах правих частин рівняння [20], то рішення (27) формується одночасно з вирішенням рівняння стану методу скінченних елементів. Як показують дослідження, така схема вирішення задачі при розгляді до 100 вантажних векторів потребує всього на 15% більше часу роботи процесору в

порівнянні з вирішенням задачі на один вантажний вектор. Ефект досягається за рахунок виключення $K \times \frac{\partial \bar{z}}{\partial X_i}$ із виразу градієнтів цільової функції і обмежень.

Матриця (27) легко обчислюється при відомій функціональній залежності зовнішніх навантажень від змінних проектування. Якщо $\bar{p}(\bar{X})$ вектор зовнішніх навантажень, який є постійним, то $\frac{\partial \bar{p}}{\partial X_i} = 0$ [4]

$$P = \left\{ \frac{\partial p_j}{\partial X_i}; i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m} \right\}. \quad (28)$$

Розглянемо визначення похідної $K \times \frac{\partial \bar{z}}{\partial X_i}$, для цього ведемо наступні позначення K_g і K_l – матриці жорсткості відповідного елемента в загальній і локальній системах координат; $\bar{z}_g$ і $\bar{z}_l$ – вузлові переміщення в локальній системі координат; T – матриця перетворення локальної системи координат в глобальну [21].

Основні співвідношення методу скінченних елементів при перетворенні координат:

$$K = T^T \times K^l \times T, \quad (29)$$

$$\bar{z}_l = T \times \bar{z}_g. \quad (30)$$

Оскільки в якості змінних проектування прийнята товщина оболонки, то координати вузлів конструкції похідна K_g по $\bar{X}$ дорівнює [6, 19]:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \bar{X}} = \left(\frac{\partial T}{\partial \bar{X}} \right) \times K_l \times T + T^T \times \frac{K_l}{\partial \bar{X}} \times T + T^T \times K_l \times \frac{\partial T}{\partial \bar{X}}. \quad (31)$$

Приймаємо до уваги рівність (30), маємо:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \bar{X}} \bar{z}_g = \left(\frac{\partial T}{\partial \bar{X}} \right)^T \times (K \times \bar{z}_l) + T^T \times \left(\frac{K_l}{\partial \bar{X}} + K_l \times \frac{\partial T}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_g \right). \quad (32)$$

Можемо показати, що

$$\frac{\partial}{\partial \bar{X}} K \times \bar{z} = \frac{\partial}{\partial \bar{X}} \left(\int_{i=1}^{NE} K_g^i \times \bar{z} \right) = \int_{i=1}^{NE} \left(\frac{\partial K_g^i}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_g^i \right). \quad (33)$$

де NE – число скінченних елементів; K_g^i – матриця жорсткості i -го елемента в глобальній системі координат.

Звідси матриця $\frac{\partial K}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}$ може бути сформована шляхом обчислення вектору $\frac{\partial K_g^i}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_g^i$ для кожного скінченного елемента конструкції і подальшої їх суми.

Вектор $K_l \times \bar{z}_l$ в першому складеному рівнянні (29) представляє собою внутрішні зусилля в елементі в локальній системі координат, які можуть бути визначені як [5]

$$\bar{p}_l = K_l \times \bar{z}_l = \left(\int_0^l (B^T \times D \times B) dx \right) \times \bar{z}_l = \int_0^l (B^T \times \bar{\sigma}) dx, \quad (34)$$

де $\bar{\sigma} = D \times B \times \bar{z}_l$.

Вектор $K_l \times \frac{\partial T}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_g$ із останнього члена (33) може бути отриманий аналогічно із визначенням внутрішніх зусиль, відповідно фіктивним вузловим локальним переміщенням (34)

$$\bar{z}_l = \frac{\partial T}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_g. \quad (35)$$

Вектор $\frac{K_l}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_l$ апроксимується за допомогою скінченної різниці шляхом перерахунку матриці K_l для малих відшкодувань змінних проектування X_l . З урахуванням (35) знаходження вектора $\frac{K_l}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_l$ зводиться до ряду векторних операцій, і при малих змінах $\partial \bar{X}$ дорівнює:

$$\frac{K_l}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}_l = \frac{(K_l \times \bar{z}_l)_{\bar{X} + \delta \bar{X}} - (K_l \times \bar{z}_l)_{\bar{X}}}{\partial \bar{X}}. \quad (36)$$

Таким чином, аналіз чутливості реакцій оболонки для кожного пластинчастого скінченного елемента до варіацій змінних проектування зводиться до визначення вектору $\frac{\partial K}{\partial \bar{X}} \times \bar{z}$, шляхом знаходження двох додаткових векторів внутрішніх зусиль в локальній системі координат і перетворення результативних векторів в загальну координатну систему.

Визначивши чутливість $\frac{\partial \bar{z}}{\partial \bar{X}}$, є можливість перейти від знаходження чутливості внутрішніх зусиль в скінченних елементах до зміни змінних проектування, оскільки для реалізації алгоритму вирішення задачі оптимізації потрібно побудова матриці чутливості обмежень G [4].

Чутливість обмежень на напруження по Мізесу може бути також представлена у вигляді [5]:

$$\frac{\partial g_i}{\partial X} = -\frac{\Delta_{\max}}{\Delta_i^2} \frac{\partial \Delta_i}{\partial X}. \quad (37)$$

Підготовка чисельних досліджень багатокритеріальної параметричної оптимізації міцності і ваги оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається із двох похилих еліпсів при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності [9-11]. Для дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні з урахуванням геометричної нелінійності використовується спеціальний додатковий модуль оптимізатора створений авторами, який прив'язується до розрахункового комплексу Femap with Nastran [12]. Скінчено-елементна модель побудована з пластинчастих скінченних елементів **plate**, які представлені в розрахунковому комплексі Femap with Nastran і відповідає теоретичним відомостям, які вказані у статті вище. Кількість елементів **plate** – 2000, вузлів – 2037. Кріплення до жорсткого диску землі відбувається у двох точках, в яких закріплюються переміщення в трьох напрямках і три кути повороту. Розрахункова модель зображена на рис. 1.

Для налаштування чисельного дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації вводяться вихідні дані [10]. Цільова функція – вага і переміщення по трьом координаційним осям. Змінні проектування – товщина оболонки від 1 до 200 мм. Обмежені показані, як розрахунковий опір сталі на розтяг $R_y=260$ МПа, це середня сталь по міцності. Врахування геометричної нелінійності відбувається через нелінійний статичний розрахунок, за допомогою якого при кожній ітерації відбувається перенесення дійсних вузлових переміщень на оболонку за допомогою напружено-деформованого стану [13-16].

Після виконання розрахунку параметричної оптимізації маємо значення напружень на рис. 2., переміщень – на рис. 3, розподіл товщини – на рис. 4, а також графік зміни цільових функцій на рис. 5.

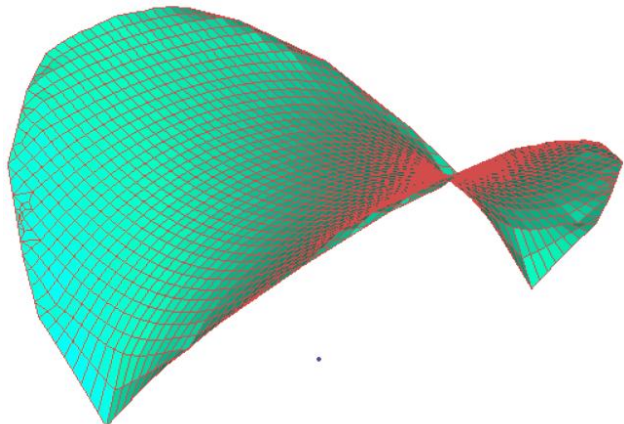


Рис 1 Скінчено-елементна модель оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, яка складається з двох похилих еліпсів

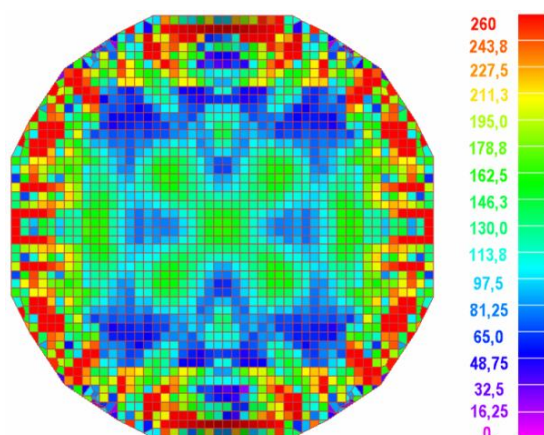


Рис. 2. напруження по Мізесу оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації

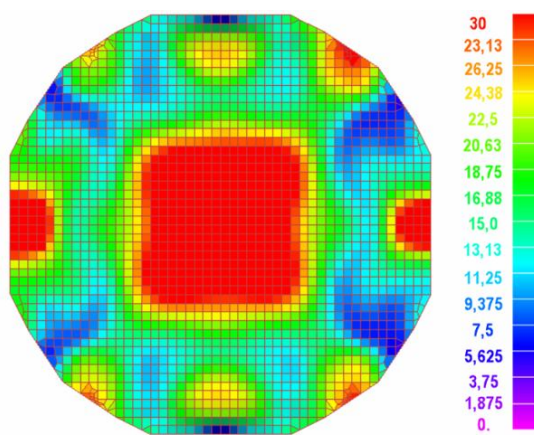


Рис. 3. переміщення оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації

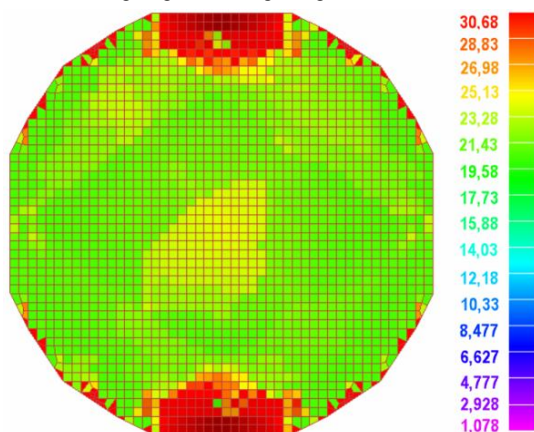


Рис. 4. розподіл товщини оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації

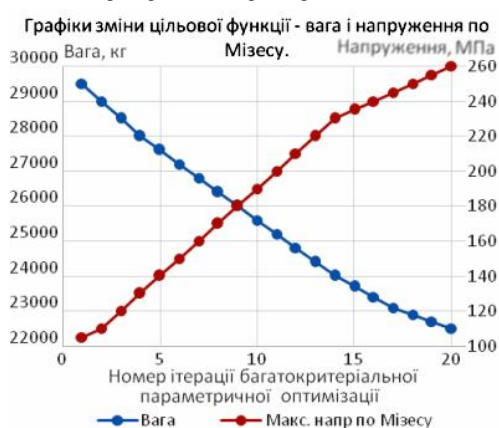


Рис. 5. розподіл товщини оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації

Результати дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. В даній статті розглянуто чисельне дослідження процесів оптимізації, яке досліджувалося на прикладі тонкої оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі. В результаті досліджень вдалося зекономити конструктивної сталі на 15% від початкових даних, графік зміни цільових функцій зображено на рис. 5. Максимальні напруження по Мізесу відповідають обмеженням, які були встановлені вихідними даними перед початком оптимізаційного процесу, і становлять 260 МПа (рис. 2); максимальні переміщення - 40 мм (рис. 3). Розподіл товщини оболонки відбувається від 1 до 32 мм в залежності від зон навантаженості (рис. 4).

Чисельні дослідження відбувалися методом скінченних елементів з урахуванням геометричної нелінійності. За рахунок врахування геометричної нелінійності вдалося врахувати дійсні напруження і переміщення, які дали додатковий оптимізаційний ефект в порівнянні з лінійною постановкою на 3%. Даний підхід до розрахунку конструкції дає можливість використовувати оптимізаційну методику для розрахунку і проектування тонких сталевих оболонок мінімальних поверхонь на реальних об'єктах. Дана методика була перевірена за даними інших авторів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 50-65.

2. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О. Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 430-446.
3. Перельмутер А.В., Перельмутер М.А. Энергетична оцінка граничного стану фізично нелінійної конструкції // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 113. – С. 56-62.
4. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Затилюк Г.А. Багатокритеріальна параметрична оптимізація переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається із двох похилих еліпсів при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 112. – С. 251-271.
5. Кошевий О.О. Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 103. – С. 253-265.
6. Рожок Л.С., Онищенко А.М., Крук Л.А., Найдьонова З.М. Чисельний аналіз напруженого стану нетонких гофрованих циліндричних оболонок з неперервно-неоднорідних матеріалів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 113. – С. 108-115.
7. Гоцуляк С.О., Кошевий О.П., Морсков Ю.А. Чисельне моделювання оболонок, утворених мінімальними поверхнями. // Прикладна геометрія та інженерна графіка: наук.-тех. збірник. К.: КНУБА. 2001. Вип. 69. – С.47-51.
8. Лізунов П.П., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г. Оптимізація конструкції віброударного демпфера за допомогою інструментарію MATLAB // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2024. – Вип. 112. – С. 3-18.
9. Лізунов П.П., Лук'яченко О.О., Палій О.М., Костіна О.В. Власні частоти і форми параметричних коливань оболонки резервуару з недоскональностями форми // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 112. – С. 58-66.
10. Дзюба А.П., Сафронова І.А., Левітіна Л.Д. Числове та експериментальне моделювання поведінки гнучких оболонкових елементів конструкцій // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 3-20.
11. Кошевой А.П. Устойчивость пластин и оболочек сложной формы // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборник. – К.: КИСИ, 1991. – Вип. 59. – С. 65–71.
12. Манита, Л.А. Условия оптимизации в конечномерных задачах оптимизации. – М.: Московский государственный институт электроники и математики, 2010. – 81 с.
13. Мелькумова Е.М. О некоторых подходах к решению многокритериальных задач. // Вестник ВГУ. Серия Системный анализ и информационные технологии. – В.: ВГУ– №2– 2010– 3 с.
14. Пелешко І.Д., Юрченко В.В. Оптимальне проектування металевих конструкцій на сучасному етапі (огляд праць). // Металеві конструкції: збірник наукових праць. – 2009. – №15 – С. 13–21.
15. Пелешко І.Д., Балук І.М. Оптимізація поперечних перерізів стрижнів сталевих конструкцій. // Збірник наукових праць УкрНДПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 4. – 2009. – С. 142–151.
16. Пелешко І.Д., Лісоцький Р.В., Балук І.М. Оптимальне проектування сталевий стрижневої конструкції покриття торговельно-розважального комплексу. // Збірник наукових праць УкрНДПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 5. – 2010. – С. 181–191.
17. Сахаров А.С., Кислюк В.Н., Киричевский В.В., Альтенбах И., Габберт У., Данкерт Ю., Кеплер Х., Кочык З. Метод конечных элементов в механике твердых тел // Издательство Вища школа. Головное издательство – Киев – 1982. – 480 с.
18. Bazenov V.A., Gaidachuk V.V., Koshevoy A.P. Stability of multiply connected ribbed shells and plates in a magnetic field // Journal of Soviet Mathematics 66(6). – 1993. – С. 2631–2636.
19. Cheung Y. K. The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton. : CRC Press, 1997. – 416 p.
20. Guest J.K., Prievost J., Belytschko T. Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004. –61(2) – P.238–254.
21. Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I. Handbook of Monte Carlo Methods. —New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.

REFERENCES

1. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні (Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a square contour under thermoforce loading) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 50-65.
2. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О. Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі при термосиловому навантаженні (Numerical study of the parametric optimization of the force doscillation frequencies of the shell of a minimal surface on a trapezoidal contour under thermal and power loading) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 430-446.
3. Perelmuter A.V., Perelmuter M.A. Energetichna otsinka hranychnoho stanu fizychno nelineinoy konstruktzii (Energy-Based Assessment of the Ultimate Limit State of a Physically Nonlinear Structure) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUCA, 2024. – Issue 113. – P. 56-62.
4. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Затилюк Г.А. Багатокритеріальна параметрична оптимізація переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається із двох похилих еліпсів при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності (Multi-criteria parametric optimization of the displacement and weight of a shell of a minimum surface on a circular contour consisting of two inclined ellipses under thermal and power loading with consideration of geometric nonlinearity) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2024. – Issue 112. – P. 209-221.
5. Кошевий О.О. Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття. (Optimal design of cylindrical tanks with rigid coating shells) // Opirmaterialiv i teoriyasporud: nauk.-tekh. zbirnyk. – K.: KNUBA, 2019. – №. 103. – P. 253-265.

6. Rozhok L.S., Onishchenko A.M., Kruk L.A., Naidonova Z.M. Chyselnyi analiz napruzhenoho stanu netonkyykh hofrovanykh tsylindrychnykh obolonok z neperervno-neodnorodnykh materialiv (Numerical analysis of the stress state of non-thin corrugated cylindrical shells made of continuous-inhomogeneous materials) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2024. – Issue 113. – P. 108-115.
7. Hotsulyak Ye.O., Koshevyi O.P., Morskoy Yu.A. Chyselne modelivannia obolonok, utvorenykh minimal'nymi poverkhniamy.. (Numerical modeling of shells formed by minimal surfaces). // Prykladna heometriya ta inzhenerna hrafika: nauk.-tekhn. zbirnyk. K.: KNUBA. 2001. № 69.- P.47-51.
8. Lizunov P.P., Pogorelova O.S., Postnikova T.G. Optymizatsiia konstrukttsii vibroudarnoho dempfera za dopomohoiu instrumentarii MATLAB (Optimization of a vibro-impact damper design using MATLAB tools) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. – K.: KNUBA. 2024. – Issue 112. – P. 3-18.
9. Lizunov P.P., Lukianchenko O.O., Paliy O.M., Kostina O.V. Vlasni chastoty i formy parametrychnykh kolyvan obolonky rezervuaru z nedoskonalostiamy formy (Natural frequencies and modes of parametric vibrations of reservoir shell with shape imperfections) // Strength of Materials and Theory of Structures. – 2024. – Issue. 112. – P. 58-66.
10. Dzyuba A.P., Safronova I.A., Levitina L.D. Chyslove ta eksperymentalne modelivannia povedinky hnuchkykh obolonkovykh elementiv konstrukttsii (Numerical and experimental modeling of the behavior of flexible shell elements of structures) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. – K.: KNUCA, 2023. – Issue 110. – P. 3-20.
11. Koshevoy A.P. Ustoychivost plastin i obolochekslozhnoyformi (Stability of plates and shells of complex shape) // Soprotivleniyematerialov i teoriyasooruzheniy: nauch.-tekhsbornik. – K.: KISI, 1991. – Vip. 59. – P. 65–71.
12. Manyta L.A. Usloviya optymyzatsyy v konechnomernykh nelyneinykh zadachakh optymyzatsyy (Optimization condition sinfinite-dimensional nonlinear optimization problems). – M.: Moskovskiy gosudarstvenniy instytut elektroniky y matematiki, 2010. – 81 p.
13. Melkumova E.M. O nekotorykh podkhodakh k resheniyu mnohokryterialnykh zadach. (About some approaches to solving multicriteria problems). // Vestnyk VHU. Seryya Systemnyy analiz y ynfomatyyonnye tekhnolohyy. – V.: VHU– №2– 2010– 3 p.
14. Peleshko I.D., Yurchenko V.V. Optymalne proektuvannia metalevykh konstrukttsii na suchasnomu etapi (ohliad prats). (Optimal design of metal structures at the present stage (review of works)). // Metalevi konstrukttsiyi: zbirnyk naukovy khprats. – 2009. – №15 – P. 13–21.
15. Peleshko I.D., Baluk I.M. Optymizatsiia poperechnykh pereriziv stryzhniv stalevykh konstrukttsii (Optimization of crosssections of rods of steel structures). // Zbirnyk naukovy khprats UkrNDIPSKim. V. M. Shymanovskoho. – K.: Stal, №. 4. – 2009. – P. 142–151.
16. Peleshko I.D., Lisotskyi R.V., Baluk I.M. Optymalne proektuvannia stalevoi stryzhnevoi konstrukttsii pokryttia torhovo-rozvalzhnogo kompleksu. (Optimal design of a steel rod coverstructure of a shopping and entertainment complex). // Zbirnyk naukovy khprats UkrNDIPSKim. V. M. Shymanovskoho. – K.: Stal, №. 5. – 2010. – P. 181–191.
17. Sakharov A.S., Kyslooky V.N., Kyrychevskyi V.V., Altenbakh Y., Habbert U., Dankert YU., Keppler KH., Kochyk Z. Metod konechnykh elementov v mekhanike tverdykh tel (Finite element method in solid mechanics). // Vydavnytstvo Vyschshchashkola. Holovnoye zdatselstvo – Kyev – 1982. – 480 p.
18. Bazenov V.A., Gaidaichuk V.V., Koshevoy A.P. Stability of multiply connected ribbed shells and plates in a magnetic field. // Journal of Soviet Mathematics 66(6). – 1993. – C. 2631–2636.
19. Cheung Y. K. The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton.: CRC Press, 1997. – 416 p.
20. Guest J.K., Prievost J., Belytschko T. Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004. – 61(2) – P.238–254.
21. Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I. Hand book of Monte Carlo Methods. — New York: John Wiley and Sons, 2011. – 772 p.

Стаття надійшла 28.02.2025

Іванченко Г.М., Кошевий О.О.

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ МІЦНОСТІ І ВАГИ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА КРУГЛОМУ КОНТУРІ, ЩО СКЛАДАЄТЬСЯ ІЗ ДВОХ ПОХИЛИХ ЕЛІПСІВ З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ.

В сучасному проектуванні будівельних просторових конструкцій по типу тонких оболонок розроблена новітня методика багатокритеріальної параметричної оптимізації при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. Такий підхід до розрахунку конструкції може бути погоджено з методикою розрахунку за двома групами граничних станів. До першої групи граничних станів відноситься міцність і стійкість. До другої групи граничних станів відносяться прогини і для залізобетонних конструкцій тріщиностійкість.

Врахування зовнішніх навантажень виконується згідно державних будівельних норм, які дають можливість врахувати з регламентованими коефіцієнтами запасами міцності для комбінації статичних термічних навантажень, які задаються на скінченні елементи. Розрахунок виконується за допомогою методу скінчених елементів в розрахунковому комплексі Femap with Nastran. Оптимізаційне дослідження виконується за рахунок під'єднання додаткових модулів власного програмного забезпечення, які вказують пару цільових функцій напруження по Мізесу та вагу конструкції. Змінні проектування представлені за рахунок товщини оболонки мінімальної поверхні. Обмеження у вигляді напружень по Мізесу 240 МПа, що відповідають відповідній марці сталі.

В даній науковій статті розглядається об'єкт дослідження – оболонка мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається з двох похилих еліпсів. Такий вид просторових тонких оболонок дає можливість використовувати декілька видів оптимального проектування одночасно. Перший вид оптимального проектування – оптимізація форми оболонки мінімальної поверхні яка відбувається за допомогою прикладних програм. Другий вид оптимального проектування – параметрична оптимізація яка дає можливість використовувати оптимальну товщину оболонки мінімальної поверхні. Такий підхід до проектування просторових тонких оболонок дає можливість використовувати мінімальну вагу при максимальному використанні міцнісних характеристик конструкції.

Чисельні дослідження відбувалися з урахуванням геометричної нелінійності. За рахунок врахування геометричної нелінійності вдалося врахувати дійсні напруження і переміщення, які дали додатковий оптимізаційний ефект в порівнянні з лінійною постановкою на 3%. Даний підхід до розрахунку конструкції дає можливість використовувати оптимізаційну методику для розрахунку і проектування тонких сталених оболонок мінімальних поверхонь на реальних об'єктах. Дана методика була перевірена за даними інших авторів.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна оптимізація, оптимізація цільової функції, змінні проектування, обмеження, оболонки мінімальних поверхонь, геометрична нелінійність, метод скінченних елементів.

Ivanchenko H.M., Koshevyi O.O.

MULTICRITERIA PARAMETRIC OPTIMIZATION OF THE STRENGTH AND WEIGHT OF A SHELL OF A MINIMUM SURFACE ON A CIRCULAR CONTOUR CONSISTING OF TWO INCLINED ELLIPSES, TAKING INTO ACCOUNT GEOMETRIC NONLINEARITY UNDER THERMAL AND POWER LOADING.

In the modern design of building spatial structures of the thin shell type, a new method of multicriteria parametric optimization under thermal and power loading with consideration of geometric nonlinearity has been developed. This approach to the design of the structure can be coordinated with the method of calculation for two groups of limit states. The first group of limit states includes strength and stability. The second group of limit states includes deflections and, for reinforced concrete structures, crack resistance.

External loads are taken into account in accordance with state building codes, which allow for safety factors to be taken into account with regulated safety factors for a combination of static thermal loads applied to finite elements. The calculation is performed using the finite element method in the Femap with Nastran calculation package. The optimization study is performed by connecting additional modules of our own software, which specify a pair of target Mises stress functions and the weight of the structure. The design variables are represented by the shell thickness of the minimum surface. The constraints are in the form of Mises stresses of 240 MPa, corresponding to the corresponding steel grade.

This research paper considers the object of study - a shell of minimal surface on a circular contour consisting of two inclined ellipses. This type of spatial thin shells makes it possible to use several types of optimal design simultaneously. The first type of optimal design is the optimization of the shape of the minimum surface hull, which is performed using application programs. The second type of optimal design is parametric optimization, which makes it possible to use the optimal thickness of the minimum surface shell. This approach to the design of spatial thin shells makes it possible to use minimum weight while maximizing the strength characteristics of the structure.

Numerical studies were carried out taking into account geometric nonlinearity. By taking into account the geometric nonlinearity, it was possible to take into account the actual stresses and displacements, which gave an additional optimization effect of 3% compared to the linear formulation. This approach to structural design makes it possible to use the optimization technique to calculate and design thin steel shells with minimal surfaces on real objects. This methodology has been verified by other authors.

Keywords: optimization, parametric optimization, multicriteria optimization, objective function optimization, design variables, constraints, minimum surface envelopes, geometric nonlinearity, finite element method.

УДК 539.3

Іванченко Г.М., Кошевий О.О. Багатокритеріальна параметрична оптимізація міцності і ваги оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається із двох похилих еліпсів, з урахуванням геометричної нелінійності при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2025. – Вип. 114. – С. 265-275.

В статті розглянуто дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації міцності і ваги оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається із двох похилих еліпсів при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. Результати дослідження показали зменшення ваги оболонки після оптимізаційного розрахунку на 15%, а також за допомогою врахування геометричної нелінійності вдалося зменшити вагу конструкції на додаткові 3% в порівнянні з лінійною постановкою.

Таб. 0. Іл. 5. Бібліогр. 21 назв.

UDC 539.3

Ivanchenko H.M., Koshevyi O.O. Multicriteria parametric optimization of the strength and weight of a shell of a minimum surface on a circular contour consisting of two inclined ellipses, taking into account geometric nonlinearity under thermal and power loading // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2025. – Issue 114. – P. 265-275.

The article deals with the study of multicriteria parametric optimization of the strength and weight of a shell of a minimum surface on a circular contour consisting of two inclined ellipses under thermal and power loading with consideration of geometric nonlinearity. The results of the study showed a 15% reduction in the weight of the shell after the optimization calculation, and by taking into account the geometric nonlinearity, it was possible to reduce the weight of the structure by an additional 3% compared to the linear formulation.

Tabl. 0. Il. 5. Ref. 21.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, декан будівельного факультету КНУБА ІВАНЧЕНКО Григорій Михайлович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних Сил 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ІВАНЧЕНКУ Григорію Михайловичу

Робочий тел.: +38(044) 248-32-37;

Мобільний тел.: +38(067) 597-19-48;

E-mail: ivgm61@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1172-2845>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор філософії (Ph.D.), доцент, доцент кафедри теоретичної механіки КОШЕВИЙ Олександр Олександрович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних Сил 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВУ Олександру Олександровичу

Робочий тел.: +38(044) 241-55-36

Мобільний тел.: +38(098) 207-01-37

E-mail: a380982070137@gmail.com.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1903-2905>