

УДК 539.3

НАПРУЖЕНИЙ СТАН ДВОШАРОВОГО ПОКРИТТЯ ЄМНОСТІ З ПІДВИЩЕНИМ ВНУТРІШНІМ ТИСКОМ

І.В. Бельмас,

д-р техн. наук, професор

О.І. Білоус,

канд. техн. наук, доцент

Г.І. Танцура,

канд. техн. наук, доцент

В.С. Чухно,

пошукач третього рівня вищої освіти (Phd)

А.В. Сьомич,

пошукач третього рівня вищої освіти (Phd)

Дніпровський державний технічний університет, Кам'янське

DOI: 10.32347/2410-2547.2025.114.211-216

Анотація. У статті обґрунтовані умови моделювання плоского деформованого стану двошарового покриття та її розв'язання. Розроблений алгоритм розрахунку напружено-деформований стан двошарового покриття, показано його залежність від коефіцієнта Пуассона матеріалу гідроізоляційного шару.

Ключові слова: математична модель, двошарове покриття, функція напружень, механічні властивості, напруження, деформації.

Постановка проблеми. Утримання окремих матеріалів в різних сферах вимагає їх ізоляції від зовнішнього впливу, наприклад, потрапляння вологи. Гідроізолювання забезпечують підтримкою підвищеного тиску в ємності. Задля уповільнення можливого падіння тиску, верхню частину ємності виконують з еластичного двошарового матеріалу. Один шар забезпечує гідроізоляцію. Другий шар - достатню міцність. В якості матеріалу такого шару використовують і полівінілхлоридні, і поліуретанові армовані системою паралельних ниток. Напружений стан матеріалу суттєво впливає на термін та безпеку експлуатації гнучких покриттів. Встановлення впливу умов експлуатації матеріалу на напружено-деформований стан покриття актуальна науково-технічна задача. Її розв'язання дозволить підвищити надійність та безпеку використання судин під тиском.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питаннями визначення напружено-деформованого стану шаруватих матеріалів присвячена значна кількість робіт. Так методика розв'язку задачі докритичного та критичного напружено-деформованого стану товстих шаруватих циліндричних анізотропних оболонок під дією бокового тиску запропонована в статті [1]. Напружений стан шаруватих матеріалів під час імпульсного навантаження [2, 3]. В [4] запропоновано варіаційний підхід до дослідження напруженого стану шаруватих оболонок і пластин з міжфазними дефектами. Записано варіаційне рівняння, з якого одержані рівняння рівноваги і статичні граничні умови на частинах зовнішніх поверхонь, кінематичні умови стику по поверхнях спряження. В [5] досліджується вигин кільцевих пластин на змінній пружній основі. Використовується метод прямого інтегрування та комп'ютерне моделювання з розрахунками методом скінчених елементів. Робота [6] присвячена дослідженню впливу міжфазних взаємодій на механічні властивості сумішей на основі олігоетерів і полівінілхлориду. В статті [7] розглядається контактна задача про взаємодію ударника з двошаровою композиційною підставою. В статті [8] запропоновано метод аналітико-чисельного розв'язання крайових задач для двошарового циліндра. В [9] визначено термпружний стан двошарового порожнистого термочутливого циліндра зумовлений температурним полем і зовнішнім навантаженням, а в [10] досліджено напружено-деформований стан багатошарового циліндра, побудовано власні функції для багатошарового циліндра з ненавантаженими торцями.

Аналітико-числовий метод розв'язку плоского напруженого стану задачі теорії пружності для з'єднаних між собою двох розташованих в одній площині прямокутних пластин запропоновано в [11]. Дослідженню напружено-деформованого стану (НДС) шаруватого ґрунту, як системи лінійно пружних ізотропних тіл, з використанням положень теорії пружності, присвячена робота [12].

Формулювання мети статті. Формулювання методами лінійної теорії пружності математичної моделі плоского деформованого стану двошарового покриття та її розв'язання.

Викладення основного матеріалу. Скористаємося застосованим в останній роботі напрямом оскільки в ньому не застосовано чисельних методів розв'язання задачі та досліджується матеріал складений з плоских шарів.

Розглянемо покриття як безмежно широке, двошарове, лінійно пружне тіло. За таких умов деформований стан покриття плоский. Шари деформуються сумісно. Поверхневий шар покриття ізотропний. Інший – композитний. Його зведені механічні характеристики відомі. На нього діє рівномірно розподілений тиск. Покриття утримується від переміщень по краям. Довжину покриття позначимо літерою a . Віднесемо покриття до прямокутної плоскої системи координат zx . Початок осі z сумістимо з лінією взаємодії шарів. Початок осі x – з краєм покриття.

Шарам покриття надамо номери 1 та 2. Номер шарів занесемо в дужках у верхні індекси величини що лише їх стосуються. Так товщини шарів позначимо $H^{(1)}$ та $H^{(2)}$. Модулі пружності, відповідно, $E^{(1)}$, $\mu^{(1)}$ та $E^{(2)}$, $\mu^{(2)}$. На поверхню першого шару діє рівномірно розподілене нормальне навантаження N задане розвиненням Фур'є. Умови навантаження та взаємодії шарів покриття опишемо наступними умовами

Гранична умова для поверхні

$$z=-H^{(1)} \quad Z_z^{(1)} = \sum_{m=1}^{\infty} p_m \sin(\rho_m x), \quad X_z^{(1)} = 0, \quad (1)$$

$$\text{де } p_m = \frac{2}{a} N \int_0^a \sin(\rho_m x) dx.$$

Умови силової взаємодії та нерозривності деформування шарів

$$\text{коли } z=0 \quad Z_z^{(2)} = Z_z^{(1)}, \quad Z_x^{(2)} = Z_x^{(1)}, \quad u_z^{(2)} = u_z^{(1)}, \quad u_x^{(2)} = u_x^{(1)}. \quad (2)$$

Умова відсутності силового впливу на зовнішню поверхню другого шару

$$z=H^{(2)} \quad Z_z^{(2)} = 0, \quad Z_x^{(2)} = 0. \quad (3)$$

Умови закріплення торців шарів.

$$\text{коли } x=0 \text{ та } x=a \quad u_z=0. \quad (4)$$

Скористаємося методом функцій напружень теорії пружності. Складові НДС шарів як ізотропних тіл в межах плоского деформування в площині xz задаймо виразами [12].

$$u_x^{(k)} = -\frac{\mu^{(k)} + 1}{E^{(k)}} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z}, \quad u_z^{(k)} = \frac{\mu^{(k)} + 1}{E^{(k)}} \left(2(1 - \mu^{(k)}) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi, \quad X_x^{(k)} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu^{(k)} \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \varphi, \\ Z_z^{(k)} = \frac{\partial}{\partial z} \left((2 - \mu^{(k)}) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi, \quad Z_x^{(k)} = \frac{\partial}{\partial x} \left((1 - \mu^{(k)}) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi, \quad (5)$$

$$\text{де } \nabla^2 (\dots) = \frac{\partial^2 \dots}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dots}{\partial z^2}; \quad \varphi - \text{функція напружень.}$$

На забезпечення умов (4) для шарів покриття приймемо наступні функції напружень.

$$\varphi^{(k)} = \sum_{m=1}^{\infty} \left(A_m^{(k)} e^{\rho_m z} + B_m^{(k)} e^{-\rho_m z} + C_m^{(k)} z e^{\rho_m z} + D_m^{(k)} z e^{-\rho_m z} \right) \sin(\rho_m x), \quad (6)$$

де $\rho_m = \pi m a^{-1}$; $A_m^{(k)}$, $B_m^{(k)}$, $C_m^{(k)}$, $D_m^{(k)}$ – значення складових векторів коефіцієнтів.

Зазначимо, функції напружень мають задовольняти умові

$$\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial z^4} = 0. \quad (7)$$

Значення складових НДС шарів (5) за обраних функцій φ (6) визначаються наступними виразами.

$$\begin{aligned} u_z^{(k)} &= -\frac{1+\mu^{(k)}}{E^{(k)}} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\left(A_m^{(k)} e^{\rho_m z} + B_m^{(k)} e^{-\rho_m z} \right) \rho_m + C_m^{(k)} e^{\rho_m z} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(4\mu^{(k)} + \rho_m z - 2 \right) + D_m^{(k)} e^{-\rho_m z} \left(2 + \rho_m z - 4\mu^{(k)} \right) \right) \cdot \rho_m \sin(\rho_m x), \\ u_x^{(k)} &= \frac{1+\mu^{(k)}}{E^{(k)}} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\left(A_m^{(k)} e^{\rho_m z} - B_m^{(k)} e^{-\rho_m z} \right) \rho_m + C_m^{(k)} e^{\rho_m z} (\rho_m z + 1) + \right. \\ &\quad \left. + D_m^{(k)} e^{-\rho_m z} (1 - \rho_m z) \right) \cdot \rho_m \cos(\rho_m x), \\ Z_z^{(k)} &= \sum_{m=1}^{\infty} \left(\left(-A_m^{(k)} e^{\rho_m z} + B_m^{(k)} e^{-\rho_m z} \right) \rho_m - C_m^{(k)} e^{\rho_m z} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(2\mu^{(k)} - 1 + \rho_m z \right) - D_m^{(k)} e^{-\rho_m z} \left(2^{(k)} - 1 - \rho_m z \right) \right) \cdot \rho_m^2 \sin(\rho_m x), \\ Z_x^{(k)} &= \sum_{m=1}^{\infty} \left(\left(A_m^{(k)} e^{\rho_m z} + B_m^{(k)} e^{-\rho_m z} \right) \rho_m + C_m^{(k)} e^{\rho_m z} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(\rho_m z + 2\mu^{(k)} \right) + D_m^{(k)} e^{-\rho_m z} \left(\rho_m z - 2\mu^{(k)} \right) \right) \cdot \rho_m^2 \cos(\rho_m x), \\ X_x^{(k)} &= \sum_{m=1}^{\infty} \left(\left(-A_m^{(k)} e^{\rho_m z} + B_m^{(k)} e^{-\rho_m z} \right) \rho_m - C_m^{(k)} e^{\rho_m z} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(3 + \rho_m z - 2\mu^{(k)} \right) - D_m^{(k)} e^{-\rho_m z} \left(2^{(k)} - 3 + \rho_m z \right) \right) \cdot \rho_m^2 \sin(\rho_m x). \end{aligned} \quad (5)$$

Граничні умови та умови сумісності деформування (1) - (3), вирази складових НДС шарів покриття (8) за функцій напружень (6) дозволяють сформувати систему лінійних рівнянь восьмого порядку для довільного значення величини m – порядкового номера складової суми функції напружень (4). Обмеживши кількість складових в сумах деякою величиною, можна остаточно сформулювати функцію (3) та визначити показники НДС покриття.

За сформульованою послідовністю визначили НДС поліпропіленового покриття з наступними параметрами. Ширина покриття $a=1$ м, ширина смуг приклеювання 10мм, товщини $H^{(1)}=1$ мм, $H^{(2)}=0,1$ мм. Зведений модуль пружності композитного шару 10^2 МПа, коефіцієнт Пуассона $\mu_1=0,24$ Модуль пружності не навантаженого (поверхневого) шару покриття - 2МПа. Для нього розглянули два випадки значень коефіцієнту Пуассона $\mu_2=0$ та $\mu_2=0,45$. Визначені розподіли нормальних напружень Z_z збігаються в обох розглянутих випадках (рис. 1).

Наведений розподіл свідчить про незначний міжшаровий тиск зумовлений дією не навантаженого шару на порядок меншої товщини та виготовленого з матеріалу з меншим модулем пружності. Значно менші деформації стиску навантаженого шару ніж деформації його прогину призводять до практично рівних переміщень поверхонь покриття. Розраховані розподіли переміщень за відмінних значень коефіцієнту Пуассона в ненавантаженому шарі наведені на рисунку 2.

З наведених графічних залежностей можна зробити висновок про суттєвий вплив на деформування покриття властивостей матеріалу не навантаженого шару, зокрема, значення коефіцієнту Пуассона. Зростання його значення від мінімально можливого до практично максимального призвело до зменшення прогину покриття практично на порядок.

Залежні від коефіцієнту Пуассона μ_2 прогини зумовлюють залежні розподіли дотичних напружень поміж шарами (рис. 3)

Симетричність навантаження супроводжується асиметричним розподілом дотичних напружень по поверхні взаємодії шарів (рис. 3) та симетричним розподілом напружень розтягу (стиску) шарів.

Параметри міцності матеріалів для виготовлення гнучких покриттів регламентуються силами їх розтягнення. З урахуванням вказаного розподіли вздовж осі x екстремальних значень сил розтягу (стиску) наведені на рисунку 4.

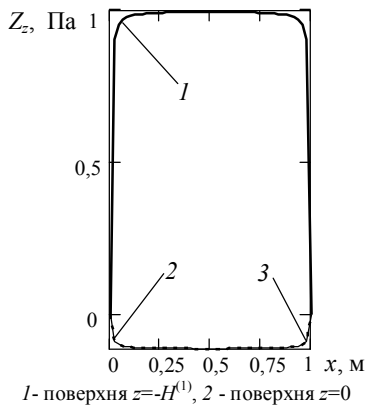


Рис. 1. Розподіл вздовж осі x нормальних напружень Z_z по поверхнях першого шару

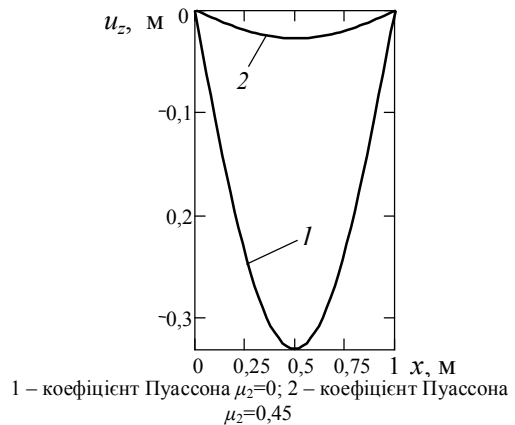


Рис. 2. Розподіл вздовж осі x переміщень u_z покриття

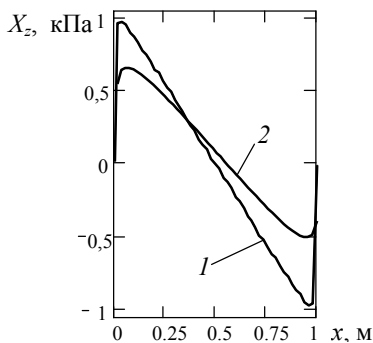


Рис. 3. Розподіл вздовж осі x дотичних напружень X_z що діють поміж шарами покриття

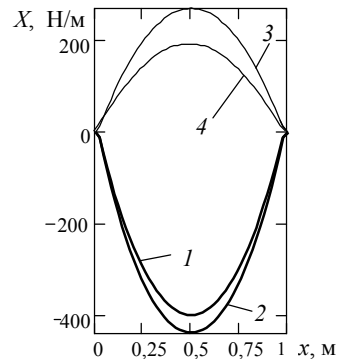


Рис. 4. Розподіл вздовж осі x екстремальних значень сил розтягу шарів покриття

Висновки. Методами лінійної теорії пружності, в межах задачі плоского деформування побудована математична модель та її розв'язок які можуть бути використані при розрахунках на міцність двошарового покриття як системи двох лінійно пружних тіл. Встановлено механізм деформування шаруватого покриття, зокрема дію поміж шарами напружень що зменшують прогини навантаженого шару. Останній суттєво залежать від механічних властивостей не навантаженого шару, зокрема коефіцієнту Пуассона.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Трач В. М., Семенюк М. П., Подворний А. В. Використання 3d методики до розрахунку напруженого стану шаруватих анізотропних циліндричних оболонок під дією бокового тиску. Ресурсоекономічні матеріали, конструкції будівлі, та споруди – 2019. – № 37. – С. 296–306. <https://doi.org/10.31713/budres.v0i37.304>
2. Драгобецький В. В. Напружений стан шаруватих матеріалів під час імпульсного навантаження // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2004. – № 2. – С.85-88.
3. Мороз М. М. Моделирование напряженного состояния шаруватих матеріалів при імпульсному навантаженні /М. М. Мороз// Управління проектами, системний аналіз і логістика. Технічна серія. – 2010. – Вип. 7. – С. 147-150. http://nbuv.gov.ua/UJRN/Upsal_2010_7_34.
4. Лазько В. А., Мачуга О. С., Лозбень В. Л., Андрусяк І. В., Орищин О. Г. Напружений стан шаруватих анізотропних оболонок і пластин з міжфазними дефектами // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології: науковий збірник. – 2020. – Вип. 30. – С. 55–61. <https://doi.org/10.15407/fmmi2020.30.055>
5. Сур'янінов, М., Крутий, Ю., Кіріченко, Д., Клименко, О. До розрахунку кільцевих пластин на змінній пружній основі. // Містобудування та територіальне планування. – 2023. – Вип. 83. – С. 304–313. <https://doi.org/10.32347/2076-815x.2023.83.304-313>

6. *Malysheva T. L.* Miscibility of the polyurethane elastomer with poly(vinyl chloride) / T. L. Malysheva, A. L. Tolstov, E. V. Gres // Полімерний журнал. – 2019. – Т. 41. – № 2. – С. 96-100. http://nbuv.gov.ua/UJRN/Polimer_2019_41_2_5
7. *Богданов В.* Задача про плоский деформований стан двошарового тіла в динамічний пружнопластичний постановці (частина II) // *Підводні технології*. – 2023. – С. 15-23.
8. *В.П. Ревенко.* Визначення тривимірного напружено-деформованого стану товстостінного двошарового циліндра. // *Фізико-хімічна механіка матеріалів*. – 2014. – Т. 50. – № 3. – С. 53-58. <http://jnas.nbuv.gov.ua/article/UJRN-0000662103>
9. *Г.Ю. Гарматій, Б. М. Каліняк, М. В. Кутнів.* Незв'язана квазістатична задача термopужності для двошарового порожнистого термочутливого циліндра за умов конвективного теплообміну. // *Математичні методи та фізико-механічні поля*. – 2018. – № 4. – С. 66-77.
10. *Ревенко В.П.* Визначення тривимірного напруженого стану багатoshарового циліндра // *Вісник ТНТУ – Тернопіль: ТНТУ*. – 2014. – Том 74. – № 2. – С. 25-37.
11. *Ревенко В.П.* Визначення розподілу напружень у двох з'єднаних між собою прямокутних пластинах. // *Вісник ТНТУ – Тернопіль: ТНТУ*. – 2014. – Том 76. – № 4. – С. 70-79.
12. *І.В. Бельмас, А.І. Трикіло, О.І. Білоус, Г.І. Танира, О.М. Фесан.* Деформування шаруватого ґрунту. // *Опір матеріалів і теорія споруд /Strength of Materials and Theory of Structures*. – 2024. – № 112. – С. 125-131. DOI: 10.32347/2410-2547.2024.112.125-131.

REFERENCES

1. *Trach V. M., Semenyuk M. P., Podvorny A. V.* Vykorystannia 3d metodyky do rozrakhunku napruzhenoho stanu sharuvatykh anizotropnykh tsylindrychnykh obolonok pid diieiu bokovoho tysku (Using the 3d method to calculate the stress state of layered anisotropic cylindrical shells under the action of lateral pressure). – 2019. – No. 37. – P. 296–306. <https://doi.org/10.31713/budres.v0i37.304>
2. *Dragobetsky V. V.* Napruzhenyi stan sharuvatykh materialiv pid chas impulsnoho navantazhennia (Stress state of layered materials during impulse loading) // *Bulletin of Vinnytsia Polytechnic Institute*. – 2004. – No. 2. – P.85-88.
3. *Moroz M. M.* Modeliuvannia napruzhenoho stanu sharuvatykh materialiv pry impulsnomu navantazhenni (Modeling the stress state of layered materials during impulse loading) /M. M. Moroz// *Project management, system analysis and logistics. Technical series*. – 2010. – Issue 7. – P. 147-150. http://nbuv.gov.ua/UJRN/Upsal_2010_7_34.
4. *Lazko V. A., Machuga O. S., Lozben V. L., Andrusyak I. V., Orishchyn O. G.* Napruzhenyi stan sharuvatykh anizotropnykh obolonok i plastyn z mizhfaznymy defektamy (Stress state of layered anisotropic shells and plates with interfacial defects) // *Physical and mathematical modeling and information technologies: scientific collection*. – 2020. – Issue 30. – P. 55–61. <https://doi.org/10.15407/fimmit2020.30.055>
5. *Suryaninov, M., Krutyi, Yu., Kirichenko, D., Klymenko, O.* Do rozrakhunku kiltsevykh plastyn na zmynnii pruzhnii osnovi (To the calculation of annular plates on a variable elastic base) // *Urban planning and territorial planning*. – 2023. – Issue 83. – S. 304–313. <https://doi.org/10.32347/2076-815x.2023.83.304-313>
6. *Malysheva T. L.* Miscibility of the polyurethane elastomer with poly (vinyl chloride) /T. L. Malysheva, A. L. Tolstov, E. V. Gres // *Polymer Journal*. – 2019. – Vol. 41. – No. 2. – P. 96-100. http://nbuv.gov.ua/UJRN/Polimer_2019_41_2_5
7. *Bogdanov V.* Zadacha pro ploskyi deformovanyi stan dvosharovoho tila v dynamichnii pruzhnoplastychnii postanovtsi (chastyna II) (The problem of the plane deformed state of a two-layer body in the dynamic elastoplastic formulation (part II)). // *Pidvodni tehnologii*. – 2023. – P. 15-23.
8. *V.P. Revenko.* Vyznachennia tryvymirnoho napruzhenoho stanu tovtstinnoho dvosharovoho tsylindra. // *Fizyko-khimichna mekhanika materialiv* (Determination of the three-dimensional stress-strain state of a thick-walled two-layer cylinder) // *Physical and chemical mechanics of materials*. – 2014. – Vol. 50. – No. 3. – P. 53-58. <http://jnas.nbuv.gov.ua/article/UJRN-0000662103>
9. *G.Yu. Garmatiy, B. M. Kalynyak, M. V. Kutniv.* Nezviazana kvazistatychna zadacha termopruzhnosti dlia dvosharovoho porozhnystoho termochutlyvoho tsylindra za umov konvektyvnoho teploobminu (Uncoupled quasi-static thermoelasticity problem for a two-layer hollow thermosensitive cylinder under convective heat transfer conditions). // *Mathematical methods and physical and mechanical fields*. – 2018. – No. 4. – P. 66-77.
10. *Revenko V.P.* Vyznachennia tryvymirnoho napruzhenoho stanu bahatosharovoho tsylindra (Determination of the three-dimensional stress state of a multilayer cylinder) // *Bulletin of TNTU – Ternopil: TNTU*. – 2014. – Volume 74. – No. 2. – P. 25-37.
11. *Revenko V.P.* Vyznachennia rozpodilu napruzhen u dvokh ziednanykh mizh soboiu priamokutnykh plastynakh (Determination of the stress distribution in two interconnected rectangular plates). // *Bulletin of TNTU – Ternopil: TNTU*. – 2014. – Volume 76. – No. 4. – P. 70-79.
12. *I.V. Belmas, A.I. Trykilo, O.I. Bilous, G.I. Tantsura, O.M. Fesan.* Deformuvannia sharuvatoho ґрунту (Deformation of layered soil). // *Strength of Materials and Theory of Structures*. – 2024. – No. 112. – P. 125-131. DOI: 10.32347/2410-2547.2024.112.125-131.

Стаття надійшла 18.01.2025

Бельмас І.В., Білоус О.І., Танира Г.І., Чухно В.С., Сьомич А.В.

НАПРУЖЕНИЙ СТАН ДВОШАРОВОГО ПОКРИТТЯ ЄМНОСТІ З ПІДВИЩЕНИМ ВНУТРІШНІМ ТИСКОМ

Зберігання окремих сипких матеріалів в ємностях вимагає їх ізоляції від зовнішнього впливу, наприклад, потрапляння вологи. Гідроізолювання забезпечують підтримкою підвищеного тиску в ємності. Задля уповільнення можливого падіння тиску, верхню частину ємності виконують з еластичного двошарового матеріалу. Один шар забезпечує гідроізоляцію. Другий шар – достатньо міцність двошарового покриття. Його напружений стан матеріалу суттєво впливає на термін та безпеку експлуатації гнучких покриттів. Встановлення та урахування впливу умов експлуатації, механічних властивостей шарів матеріалу на напружено-деформований стан покриття актуальна науково-технічна задача. Її розв'язання дозволяє підвищити надійність та безпеку використання судин під тиском У статті шари розглянуті як ізотропні зі зведеними механічними характеристиками. З використанням функцій напружень (функцій Ері) класичної лінійної теорії пружності побудована математична модель плоского деформованого стану двошарового покриття. В моделі враховані граничні умови для зовнішніх поверхонь двошарового покриття: на поверхню першого шару діє рівномірно розподілене нормальне навантаження задане розвиненням Фур'є. На зовнішню поверхню другого шару нормальне напруження на діє. Враховані в моделі умови сумісного

деформування шарів: рівність сил взаємного тиску шарів, дотичних напружень що виникають по поверхням взаємодії шарів їх та переміщень. На основі розв'язання математичної моделі сформульовано алгоритм визначення напружено-деформованого стану двошарового покриття. Він враховує прийняття функцій напружень, відповідно, складових напружено-деформованого стану матеріалу шарів покриття у формі сум. Встановлена залежність деформацій покриття від механічних властивостей матеріалу шарів. Так зростання від мінімального до практично максимального значення коефіцієнта Пуассона матеріалу шару що забезпечує гідроізолювання майже на порядок зменшує прогин покриття.

Ключові слова: математична модель, двошарове покриття, функція напружень, механічні властивості, напруження, деформації.

Belmas I.V., Bilous O.I., Tantsura A.I., Chyhno V.C., Comuh A.V.

STRESSED STATE OF A DOUBLE-LAYER COATING OF A TANK WITH INCREASED INTERNAL PRESSURE

Storage of individual bulk materials in containers requires their isolation from external influences, for example, moisture ingress. Waterproofing is provided by maintaining increased pressure in the container. In order to slow down the possible pressure drop, the upper part of the container is made of an elastic two-layer material. One layer provides waterproofing. The second layer provides sufficient strength of the two-layer coating. Its stressed state of the material significantly affects the service life and safety of flexible coatings. Establishing and taking into account the influence of operating conditions, mechanical properties of material layers on the stressed-deformed state of the coating is a relevant scientific and technical problem. Its solution allows to increase the reliability and safety of using pressure vessels. In the article, the layers are considered as isotropic with reduced mechanical characteristics. Using the stress functions (Erie functions) of the classical linear theory of elasticity, a mathematical model of the plane deformed state of the two-layer coating is constructed. The model takes into account the boundary conditions for the external surfaces of a two-layer coating: a uniformly distributed normal load given by Fourier expansion acts on the surface of the first layer. A normal stress acts on the external surface of the second layer. The model also takes into account the conditions for the joint deformation of the layers: equality of the forces of mutual pressure of the layers, tangential stresses arising on the surfaces of interaction of the layers and their displacements. Based on the solution of the mathematical model, an algorithm for determining the stress-strain state of a two-layer coating is formulated. It takes into account the assumption of stress functions, respectively, of the components of the stress-strain state of the material of the coating layers in the form of sums. The dependence of the coating deformations on the mechanical properties of the material of the layers has been established. Thus, an increase from the minimum to practically maximum value of the Poisson's ratio of the layer material that provides waterproofing reduces the coating deflection by almost an order of magnitude.

Key words: mathematical model, two-layer coating, stress function, mechanical properties, stresses, deformations.

УДК 539.3

Бельмас І.В., Білоус О.І., Таниць Г.І., Чухно В.С., Сьомич А.В. Напружений стан двошарового покриття ємності з підвищеним внутрішнім тиском // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. – 2025. – Вип. 114 – С. 211-216.

Розглядається алгоритм визначення напружено деформованого стану багатошарового композитного матеріалу.

Табл. 0. Іл. 4. Бібліогр. 12 назв.

UDC 539.3

Belmas I.V., Bilous O.I., Tantsura A.I., Chyhno V.C., Comuh A.V. Stressed state of a two-layer coating of a container with increased internal pressure // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA. – 2025. – Vol. 114 – С. 211-216.

An algorithm for determining the stressed-deformed state of a multilayer composite material is considered.

Табл. 0. Fig. 4. Ref. 12.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри машинобудівних технологій та інженерії БЕЛЬМАС Іван Васильович

Адреса робоча: 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет»

E-mail: belmas09@meta.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-2112-0303>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри галузевого машинобудування БІЛОУС Олена Іванівна

Адреса робоча: 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет»

E-mail: bilouselena66@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-6398-8843>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри галузевого машинобудування ТАНЦУРА Ганна Іванівна

Адреса робоча: 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет»

E-mail: hannaivan71@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-8672-1153>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): пошукач третього (Phd) рівня вищої освіти ЧУХНО Вадим Сергійович

Адреса робоча: 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет»

E-mail: vadim.chuhno@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0009-0003-7295-8971>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): пошукач третього (Phd) рівня вищої освіти СЬОМИЧ Андрій Васильович

Адреса робоча: 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет»

E-mail: trade@azot.com.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0009-0007-0857-8498>