

УДК 539.3

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ЖОРСТКОСТІ ОСНОВИ НА ОСНОВІ ЇЇ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТА ТЕОРІЇ ЛІНІЙНО-ПРУЖНОГО НАПІВПРОСТОРУ

І.І. Солодей,

д-р техн. наук, професор

Г.А. Затилюк,

д-р філософії в прикладній механіці, доцент

Е.Ю. Петренко,

канд. техн. наук

І.Д. Кара,

канд. техн. наук, доцент

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

DOI: 10.32347/2410-2547.2025.114.202-210

У статті запропоновано методику визначення коефіцієнта жорсткості основи (коефіцієнта постелі), що обчислюється на основі її фізико-механічних характеристик із урахуванням зменшення інтенсивності напружень із глибиною відповідно до теорії лінійно-пружного напівпростору.

Виведено допоміжні коефіцієнти, представлені у табличній формі, які необхідні для розрахунку коефіцієнтів постелі за запропонованою методикою та можуть бути використані для аналітичних розрахунків осідань підземних споруд.

Ключові слова: коефіцієнт жорсткості, коефіцієнт постелі, метод скінченних елементів (МСЕ), глибина стиснутої зони, ґрунтова основа, осідання.

Надійність і довговічність споруд значною мірою залежать від коректного врахування взаємодії конструкції з ґрунтовою основою. Розрахунок деформацій ґрунтової основи є ключовим етапом у проектуванні будівельних конструкцій, оскільки він визначає поведінку споруди під навантаженням. Для цього застосовують різні підходи, зокрема аналітичні методи, такі як метод лінійно деформованого шару, метод пошарового підсумування.

Сучасне проектування неможливо уявити без використання чисельних методів, що дозволяють моделювати складні ґрунтові середовища з високою точністю. Серед них найбільшого поширення набув метод скінченних елементів (МСЕ). Чисельне вирішення задач на основі МСЕ може передбачати моделювання основи, як скінченної обмеженої області із застосуванням різноманітних математичних моделей ґрунту та прийнятими граничними умовами на межі розрахункової моделі [1].

Іншим підходом представлення податливої основи та її механічних властивостей у загальній розрахунковій моделі споруди є використання розрахункової моделі плити на пружній вінклерівській основі. Ключовим етапом, в такому випадку, є встановлення значень коефіцієнтів жорсткості основи (коефіцієнтів постелі). Жоден нормативний документ не містить рекомендацій щодо визначення таких коефіцієнтів навіть у найпростішому випадку однорідного ґрунтового масиву, не кажучи вже про багатошарові основи. Достовірності різних методик визначення коефіцієнтів постелі при різних варіантах ґрунтових умов досліджувалась в роботі [2].

В обчислювальних програмних комплексах (таких як «ЛІРА» чи «SCAD Office») реалізована можливість моделювання ґрунтової основи із використанням коефіцієнтів постелі, які можна вирахувати за допомогою програм-супутників: «Запрос», «Кросс», «Ґрунт».

Для моделювання ґрунтової основи визначаються два коефіцієнти постелі: C_1 – коефіцієнт стиснення, фізично відповідає величині зусилля, яке необхідно прикласти до 1 м^2 поверхні основи, щоб вона деформувалась на 1 м ; C_2 – коефіцієнт зсуву, враховує розподільчу здатність основи.

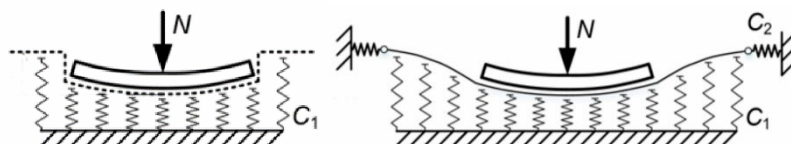


Рис. 1. Схематичне представлення роботи моделі з одним коефіцієнтом постелі C_1 – коефіцієнт стиснення (зліва) та двома коефіцієнтами постелі: C_1 – коефіцієнт стиснення та C_2 – коефіцієнт зсуву (справа)

Відомо, що ґрунти проявляють суттєву нелінійність, характер якої змінюється в залежності від виду навантаження. На рисунках 2, 3 зображено графіки залежності деформацій від напружень в ґрунтах при компресійних випробуваннях (моделюється ізотропне навантаження).

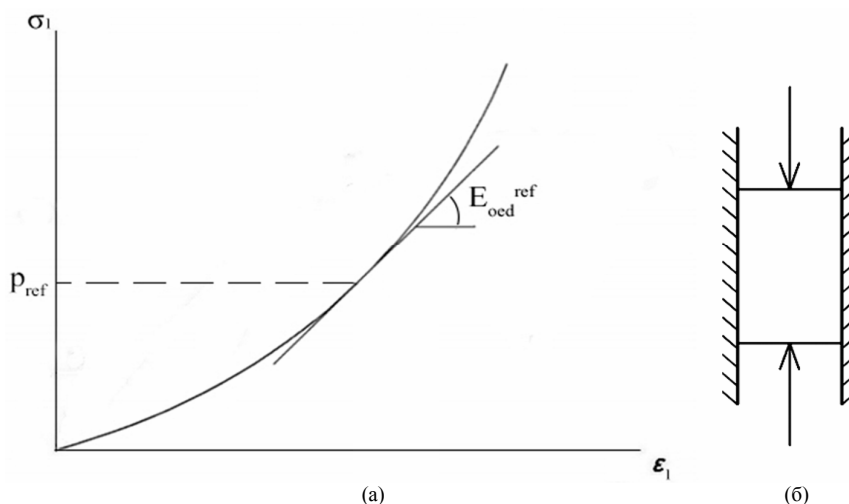


Рис. 2. Деформування ґрунтів при випробуваннях методом тривісного стиску:

(а) – графік залежності деформацій від напружень при випробуваннях методом компресійного стиску; (б) – схема випробувань ґрунтів в приборі компресійного стиску (одометрі)

Виконавши випробування в приборі тривісного стиску (моделюється девіаторне навантаження) отримаємо іншу криву залежності деформацій від напружень.

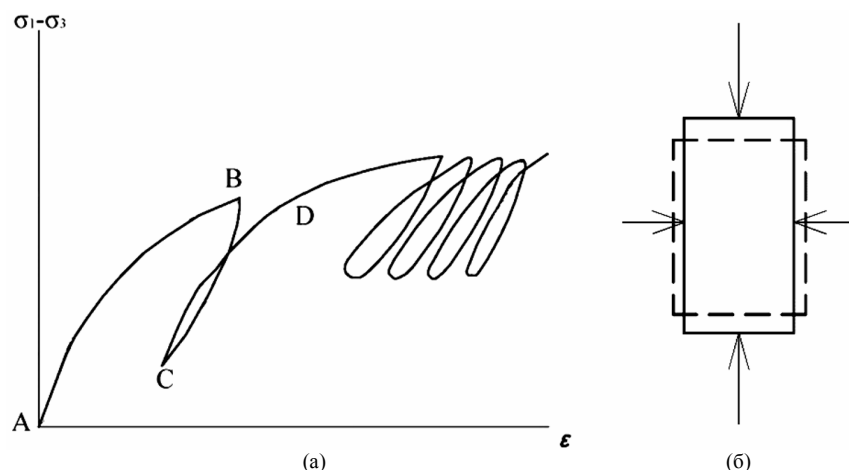


Рис. 3. Деформування ґрунтів при компресійних випробуваннях: (а) – графік залежності деформацій від напружень при випробуваннях методом тривісного стиску (A-B – гілка первинного навантаження, B-C – гілка розвантаження, C-D – гілка повторного навантаження); (б) – схема випробувань ґрунтів в приборі тривісного стиску (стабілометрі)

ПК ЛІРА САПР пропонує три варіанти визначення коефіцієнта постелі C_1 [3].

Метод 1. Заснований на моделі основи П.Л. Пастернака. Коефіцієнт постелі обчислюється за усередненими значеннями модуля деформації та коефіцієнта Пуассона ґрунту:

$$C_1 = \frac{E_{\text{гр}}}{H_c(1 - 2\nu_{\text{гр}}^2)}, \quad (1)$$

де $E_{\text{гр}}$ – усереднений модуль деформації ґрунту; H_c – глибина нижньої межі стиснутої товщі; $\nu_{\text{гр}}$ – усереднений коефіцієнт Пуассона.

Метод 2. Заснований на моделі Вінклера.

$$C_1 = q/S, \quad (2)$$

де q – навантаження на фундамент; S – осідання основи.

$$q = P/(\eta b^2), \quad (3)$$

де p – середній тиск під подошвою фундаменту; η – відношення сторін фундаменту:

$$\eta = l/b; \quad (4)$$

b – розмір меншої сторони фундаменту; l – розмір більшої сторони фундаменту.

Метод 3. Модифікована модель Пастернака, шляхом введення коефіцієнта збільшення модуля деформації. Метод носить експериментальний характер і є намаганням описати збільшення модуля деформації по глибині за допомогою коефіцієнта u , який збільшується від рівня підшви фундаменту до рівня глибини стиснутої товщі за законом квадратної параболи:

$$u = \frac{11z^2}{H_c^2} + 1, \quad (5)$$

$$E_{\text{гр}} = \frac{H_c}{\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{u_i E_i}}. \quad (6)$$

Відомо, що жорсткість ґрунтів в природньому стані в значній мірі залежить від рівня напружень, що означає, що вона зростає з глибиною їх залягання. Існують різні підходи, які намагаються врахувати це явище. В статті [4] авторами запропоновано модель зміцнюваного ґрунту з використанням залежностей теорії лінійно-деформованого середовища. Результати розв'язку ряду тестових задач показали, що значення осідань на різних глибинах при залученні співвідношень приросту модуля деформації досить добре узгоджуються з аналітичними методами [4]. В роботі [5] описано алгоритм, що базується на описі процесу ущільнення ґрунтів по напівлогарифмічному закону ущільнення ґрунтів Терцагі, з використанням коефіцієнтів пористості.

Відома ґрунтова модель Hardening Soil [6, 7] використовує гіперболічну залежність деформацій від напружень, враховує зміцнення ґрунту при збільшенні рівня напружень, тобто описується залежність жорсткості основи від напружень σ_3 в масиві:

$$E = E^{\text{ref}} \left(\frac{c \cdot \cos\varphi + \sigma_3 \sin\varphi}{c \cdot \cos\varphi + p^{\text{ref}} \sin\varphi} \right)^m, \quad (7)$$

де c – питоме щеплення ґрунту; φ – кут внутрішнього тертя; m – показник ступеня жорсткості ґрунту [8]; p^{ref} – опорний тиск, при якому виконують лабораторні випробування ґрунту; E^{ref} – модуль деформації (в моделі HSM три різних модуля деформації), який визначається при p^{ref} .

Метод 1 зазвичай вираховує занижений коефіцієнт C_1 , оскільки прикладене навантаження не змінюється з глибиною H_c . Для практики частіше використовується розрахунок за Методом 2.

Як видно з формули (2), Метод 2 передбачає попереднє визначення осідань S , наприклад методом пошарового підсумування, для фундаменту з параметрами b та η , від дії q , що робить його визначення досить трудомістким процесом. В ПК ЛІРА САПР запропоновані різні схеми розрахунку осідань, зокрема схема лінійного-пружного напівпростору за ДБН В.2.1-10-2009 «Основи та фундаменти споруд». Такий підхід узгоджує значення осідань за аналітичним розрахунком та з використанням чисельного аналізу, однак, зміна діючого навантаження q , призводить до необхідності перераховувати коефіцієнт.

На перший погляд Метод 1 позбавлений такої вади, оскільки C_1 обчислюється за усередненими значеннями модуля деформації та коефіцієнта Пуассона ґрунту, однак, глибина нижньої межі стиснутої товщі H_c фактично також залежить від діючого навантаження, хоча її визначення не є таким трудомістким процесом.

Глибиною стиснутої зони приймається на рівні, коли виконується нерівність:

$$\sigma_{zp} \leq n \cdot \sigma_{zg}, \quad (8)$$

σ_{zp} – значення вертикального нормального напруження від зовнішнього навантаження; σ_{zg} – значення вертикального нормального напруження від власної ваги ґрунтового масиву; n – коефіцієнт, що задає співвідношення для обмеження глибини стиснутої товщі (класичне значення - 0,2).

Формула методу пошарового підсумування для визначення осідань:

$$s = \beta \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{zp,i} h_i}{E_i}, \quad (9)$$

де β – безрозмірний коефіцієнт; $\sigma_{zp,i}$ – середнє значення вертикального нормального напруження від зовнішнього навантаження в i -му шарі ґрунту на вертикалі, що проходить через центр підшови фундаменту; h_i – товщина i -го розрахункового шару ґрунту, приймають не більше 0,4 ширини фундаменту; n – кількість шарів, на які розділена товща основи, що стискається; E_i – модуль деформації i -го розрахункового шару ґрунту за гілкою первинного навантаження.

Вертикальне напруження від зовнішнього навантаження (p) зменшується нелінійно зі збільшенням глибини (z) і визначається за формулою:

$$\sigma_{zp} = \alpha \cdot q, \quad (10)$$

де α – коефіцієнт, що приймають за таблицею Д.1 ДБН В.2.1-10-2009.

З врахуванням (9), формула (10) набуває вигляду.

$$s = \beta \cdot q \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i h_i}{E_i}. \quad (11)$$

Або в інтегральній формі для одношарової основи в межах стиснутої товщі, враховуючи, що E не є функцією від глибини z і в межах шару не змінюється:

$$s = \frac{\beta \cdot q}{E} \int_0^{H_c} \alpha dz. \quad (12)$$

Табличний коефіцієнт α є функцією і відповідно до теорії лінійно-деформованого середовища, для прямокутних фундаментів змінюється з глибиною за законом:

$$\alpha = \frac{2}{\pi} \left(\arctg \left(\frac{\eta}{\zeta \cdot \sqrt{1 + \zeta^2 + \eta^2}} \right) + \frac{\zeta \cdot \eta \cdot (1 + \eta^2 + 2\zeta^2)}{(\eta^2 + \zeta^2) \cdot (1 + \zeta^2) \cdot \sqrt{1 + \zeta^2 + \eta^2}} \right), \quad (13)$$

де ζ – відносна глибина до меншої сторони фундаменту

$$\zeta = 2z/b, \quad (14)$$

z – глибина на якій визначається напруження.

Для круглих фундаментів коефіцієнт α змінюється за законом:

$$\alpha = 1 - \left(\frac{1}{1 + (1/\zeta^2)} \right)^{3/2}. \quad (15)$$

Тоді, з врахуванням (14), формула (12) набуває вигляду:

$$s = \frac{\beta \cdot qb}{2E} \int_0^{\zeta(H_c)} \alpha d\zeta, \quad (16)$$

$\zeta(H_c)$ – відносна глибина до меншої сторони фундаменту на відмітці H_c :

$$\zeta(H_c) = \frac{2 \cdot H_c}{b}. \quad (17)$$

Позначимо

$$\int_0^{\zeta(H_c)} \alpha d\zeta = \alpha_{\Sigma}. \quad (18)$$

Тоді формула для розрахунку осідань одношарової основи набуває вигляду:

$$s = \beta \frac{\alpha_{\Sigma} q b}{2E}. \quad (19)$$

Для врахування багатошарових основ, введемо середній модуль деформації $E_{\text{сеп}}$ за глибиною H_c :

$$E_{\text{сеп}} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i^{\text{III}} h_i^{\text{III}}}{H_c}, \quad (20)$$

h_i^{III} – товщина i -го природнього шару ґрунту, в межах стиснутої товщі; E_i^{III} – модуль деформації i -го природнього шару ґрунту за гілкою первинного навантаження.

Тоді формула для розрахунку осідань основи набуває вигляду:

$$s = \beta \frac{\alpha_{\Sigma} q b}{2E_{\text{сеп}}}. \quad (21)$$

Коефіцієнт α_{Σ} може бути вирахований за формулами (13) або (15) та (18), а також за аналогією з коефіцієнтом α можна представити в табличній формі (табл. 1).

Таблиця 1

ζ	Коефіцієнт α _Σ для фундаментів							
	Круглих	Прямокутних, із співвідношенням сторін η = l/b						Стрічк. (η ≥ 10)
		η = 1	η = 1,4	η = 1,8	η = 2,4	η = 3,2	η = 5	
0,0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,4	0.394	0.396	0.397	0.397	0.398	0.398	0.398	0.398
0,8	0.739	0.751	0.764	0.768	0.77	0.771	0.771	0.771
1,2	0.998	1.032	1.07	1.085	1.093	1.097	1.098	1.099
1,6	1.183	1.241	1.312	1.343	1.363	1.372	1.376	1.377
2,0	1.317	1.397	1.5	1.551	1.586	1.603	1.612	1.615
2,4	1.415	1.515	1.646	1.717	1.77	1.798	1.815	1.82
2,8	1.49	1.605	1.763	1.852	1.923	1.964	1.99	1.999
3,2	1.549	1.677	1.856	1.963	2.051	2.106	2.144	2.157
3,6	1.596	1.735	1.933	2.054	2.16	2.228	2.28	2.299
4,0	1.634	1.783	1.996	2.131	2.252	2.335	2.4	2.428
4,4	1.666	1.822	2.049	2.196	2.332	2.428	2.508	2.544
4,8	1.693	1.856	2.095	2.252	2.4	2.51	2.605	2.652
5,2	1.716	1.884	2.134	2.3	2.461	2.582	2.693	2.751
5,6	1.736	1.909	2.168	2.343	2.514	2.646	2.772	2.843
6,0	1.753	1.931	2.197	2.38	2.56	2.703	2.844	2.93
6,4	1.768	1.95	2.223	2.412	2.602	2.755	2.91	3.01
6,8	1.781	1.967	2.247	2.442	2.639	2.801	2.971	3.086
7,2	1.793	1.982	2.267	2.468	2.673	2.844	3.026	3.158
7,6	1.804	1.995	2.286	2.491	2.704	2.882	3.077	3.226
8,0	1.814	2.008	2.303	2.513	2.731	2.917	3.124	3.291
8,4	1.822	2.019	2.318	2.532	2.756	2.949	3.168	3.352
8,8	1.83	2.029	2.332	2.55	2.779	2.978	3.209	3.411
9,2	1.838	2.038	2.345	2.566	2.801	3.005	3.246	3.467
9,6	1.844	2.047	2.357	2.581	2.82	3.03	3.281	3.521
10,0	1.851	2.054	2.368	2.595	2.838	3.054	3.314	3.573
10,4	1.856	2.062	2.378	2.608	2.855	3.075	3.345	3.622

10,8	1.862	2.068	2.387	2.62	2.87	3.095	3.373	3.67
11,2	1.867	2.075	2.396	2.631	2.885	3.114	3.4	3.716
11,6	1.871	2.08	2.404	2.641	2.898	3.132	3.426	3.76
12,0	1.875	2.086	2.412	2.651	2.911	3.148	3.449	3.803

На основі формули (2) для розрахунку коефіцієнта C_1 та формули (21) для розрахунку осідань, отримаємо:

$$C_1 = \frac{2E_{\text{сеп}}}{\beta\alpha_{\Sigma}b}. \quad (22)$$

Замість використання коефіцієнта α_{Σ} , можна використати усереднений за глибиною коефіцієнт α_{avg} , який використовувався при виведенні формул у роботі [5]

$$\alpha_{\text{avg}} = \frac{\int_0^{\zeta(H_c)} \alpha d\zeta}{\zeta(H_c)}. \quad (23)$$

Або з врахуванням (14):

$$\alpha_{\text{avg}} = \frac{b \int_0^{\zeta(H_c)} \alpha d\zeta}{2H_c}. \quad (24)$$

Тоді з врахуванням формула для розрахунку осідань набуває вигляду:

$$s = \beta \frac{\alpha_{\text{avg}} q H_c}{E_{\text{сеп}}}. \quad (25)$$

Коефіцієнт α_{avg} може бути вирахований за формулами (13) або (15) та (24), та за аналогією з коефіцієнтами α та α_{Σ} можна представити в табличній формі (табл. 2):

Таблиця 2

ζ	Коефіцієнт α_{avg} для фундаментів							
	Круглих	Прямокутних, із співвідношенням сторін $\eta = l/b$						Стрічк. ($\eta \geq 10$)
		$\eta = 1$	$\eta = 1,4$	$\eta = 1,8$	$\eta = 2,4$	$\eta = 3,2$	$\eta = 5$	
0,0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0,4	0.985	0.990	0.993	0.993	0.995	0.995	0.995	0.995
0,8	0.924	0.939	0.955	0.960	0.963	0.964	0.964	0.964
1,2	0.832	0.860	0.892	0.904	0.911	0.914	0.915	0.916
1,6	0.739	0.776	0.820	0.839	0.852	0.858	0.860	0.861
2,0	0.659	0.699	0.750	0.776	0.793	0.802	0.806	0.808
2,4	0.590	0.631	0.686	0.715	0.738	0.749	0.756	0.758
2,8	0.532	0.573	0.630	0.661	0.687	0.701	0.711	0.714
3,2	0.484	0.524	0.580	0.613	0.641	0.658	0.670	0.674
3,6	0.443	0.482	0.537	0.571	0.600	0.619	0.633	0.639
4,0	0.409	0.446	0.499	0.533	0.563	0.584	0.600	0.607
4,4	0.379	0.414	0.466	0.499	0.530	0.552	0.570	0.578
4,8	0.353	0.387	0.436	0.469	0.500	0.523	0.543	0.553
5,2	0.330	0.362	0.410	0.442	0.473	0.497	0.518	0.529
5,6	0.310	0.341	0.387	0.418	0.449	0.473	0.495	0.508
6,0	0.292	0.322	0.366	0.397	0.427	0.451	0.474	0.488
6,4	0.276	0.305	0.347	0.377	0.407	0.430	0.455	0.470
6,8	0.262	0.289	0.330	0.359	0.388	0.412	0.437	0.454
7,2	0.249	0.275	0.315	0.343	0.371	0.395	0.420	0.439

7,6	0.237	0.263	0.301	0.328	0.356	0.379	0.405	0.424
8,0	0.227	0.251	0.288	0.314	0.341	0.365	0.391	0.411
8,4	0.217	0.240	0.276	0.301	0.328	0.351	0.377	0.399
8,8	0.208	0.231	0.265	0.290	0.316	0.338	0.365	0.388
9,2	0.200	0.222	0.255	0.279	0.304	0.327	0.353	0.377
9,6	0.192	0.213	0.246	0.269	0.294	0.316	0.342	0.367
10,0	0.185	0.205	0.237	0.260	0.284	0.305	0.331	0.357
10,4	0.178	0.198	0.229	0.251	0.275	0.296	0.322	0.348
10,8	0.172	0.191	0.221	0.243	0.266	0.287	0.312	0.340
11,2	0.167	0.185	0.214	0.235	0.258	0.278	0.304	0.332
11,6	0.161	0.179	0.207	0.228	0.250	0.270	0.295	0.324
12,0	0.156	0.174	0.201	0.221	0.243	0.262	0.287	0.317

Формула для розрахунку коефіцієнта постелі C_1 тоді набуває вигляду:

$$C_1 = \frac{E_{\text{сеп}}}{\beta \alpha_{\text{avg}} H_c}. \quad (26)$$

Виведена формула для розрахунку коефіцієнта постелі C_1 не вимагає знаходження осідань, як за Методом 2. Коефіцієнт обчислюється за усередненим значенням модуля деформації ґрунту, як за Методом 1 та позбавлена його основного недоліку. В той же час необхідно виконати розрахунок глибини стиснутої зони, де виконується нерівність (8). В загальному випадку така перевірка відбувається паралельно з трудомісткими розрахунками за методом шарового підсумування.

Подамо нерівність (8) в наступному вигляді

$$\alpha_{\zeta(H_c)} q \leq n \cdot \gamma_{\text{сеп}} H_c, \quad (27)$$

γ – середня щільність ґрунтового масиву товщиною H_c , $\alpha_{\zeta(H_c)}$ – табличний коефіцієнт α на глибині H_c .

Звідси

$$H_c \geq \frac{\alpha_{\zeta(H_c)} q}{n \cdot \gamma_{\text{сеп}}}. \quad (28)$$

Однак, в цій нерівності H_c знаходиться не тільки в лівій частині, а й у правій у неявному вигляді: коефіцієнт α має бути обраний для відносної глибини, знайдений за формулою (14), в якій $z=H_c$; $\gamma_{\text{сеп}}$, у випадку багатошарової основи, можна знайти за формулою:

$$\gamma_{\text{сеп}} = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i^{\text{III}} h_i^{\text{III}}}{H_c}. \quad (29)$$

Враховуючи це, глибина стиснутої товщі H_c може бути знайдена ітераційно, за допомогою методу послідовних наближень

$$\frac{\alpha_{\zeta(H_c)} q}{n \cdot \sum_{i=1}^n \gamma_i^{\text{III}} h_i^{\text{III}}} \leq 1. \quad (30)$$

Таким чином, авторами статті запропонована методика розрахунку коефіцієнта постелі C_1 , яка не вимагає попереднього знаходження осідань основи та обчислюється за усередненим значенням модуля деформації ґрунту, параметра глибини стиснутої товщі та виведених коефіцієнтів α_{Σ} або α_{avg} , представлених у табличній формі. Вказані коефіцієнти також можуть бути використані для аналітичної оцінки величини осідань за виведеними формулами. Параметр глибини стиснутої товщі запропоновано знаходити за допомогою виведеної формули з використанням методу послідовних наближень.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Solodei, I., Petrenko, E., & Zatyliuk, Gh. (2020). Nonlinear problem of structural deformation in interaction with elastoplastic medium. *Опір матеріалів та теорія споруд*, 105, 48–63. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.48-63>
2. Жупаненко, І. (2020). Чисельний аналіз методів розрахунку ґрунтової основи та методів визначення коефіцієнтів постелі. *Основи та фундаменти*, (41), 64–71. <https://doi.org/10.32347/0475-1132.41.2020.64-71>
3. Стрілець–Стрілецький, С., Журавльов, А., & Водоп'янов, Р. (2019). LIRA-SAPR. Книга І. Основи (А. Городецький, ред.). LIRALAND.
4. Солодей, І.І. & Затилюк, Г.А. (2022). Дослідження достовірності та ефективності використання моделей зміцнюваного ґрунту в рамках метода скінченних елементів. *Опір матеріалів та теорія споруд*, (109), 30–37. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.109.30-37>
5. Литвин, О. (2024). Методика врахування процесу ущільнення ґрунтів при оцінці взаємодії конструкцій з ґрунтовою основою методом скінченних елементів. *Опір матеріалів та теорія споруд*, (113), 352–359. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2024.113.352-359>
6. Duncan, J. M., & Chang, C. Y. (1970, September). Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 96(5), 1629–1653. <https://doi.org/10.1061/jsfaq.0001458>
7. Schanz, T., Vermeer, P., & Bonnier, P. (2019, January 22). The hardening soil model: Formulation and verification. *Beyond 2000 in Computational Geotechnics*, 281–296. <https://doi.org/10.1201/9781315138206-27>
8. Janbu, N. (1963). Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests. *Proc. ECSMFE Wiesbaden*. 1, 19–25.

REFERENCES

1. Solodei, I., Petrenko, E., & Zatyliuk, Gh. (2020). Nonlinear problem of structural deformation in interaction with elastoplastic medium. *Strength of Materials and Theory of Structures*, 105, 48–63. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.48-63>
2. Zhupanenko, I. (2020). Chyselnyi analiz metodiv rozrakhunku gruntovoi osnovy ta metodiv vyznachennia koeffitsientiv posteli (Numerical analysis of methods for calculating the soil base and methods for determining bed coefficients). *Bases and Foundations*, (41), 64–71. <https://doi.org/10.32347/0475-1132.41.2020.64-71>
3. Strelets–Streletsky, E., Zhuravlev, A., & Vodopyanov, R. (2019). LIRA-SAPR. Knyha I. Osnovy (LIRA-SAPR. Book I. Basics. (A. Gorodetsky, Ed.). LIRALAND.
4. Solodei, I.I., & Zatyliuk, Gh.A.. (2022). Doslidzhennia dostovirnosti ta efektyvnosti vykorystannia modelei zmitsniuvanoho ґрунту v ramkakh metoda skinchennykh elementiv. *Opir materialiv ta teoriia sporud* (Study of the reliability and efficiency of using reinforced soil models within the framework of the finite element method). *Strength of Materials and Theory of Structures*, (109), 30–37. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.109.30-37>
5. Lytvyn, O. (2024). Metodyka vrakhuvannia protsesu ushchilnennia gruntiv pry otsyntsi vziaemodii konstruktssii z gruntovoiu osnovoiu metodom skinchennykh elementiv (Methodology for taking into account the process of soil compaction when assessing the interaction of structures with the soil base using the finite element method). *Strength of Materials and Theory of Structures*, (113), 352–359. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2024.113.352-359>
6. Duncan, J. M., & Chang, C. Y. (1970, September). Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 96(5), 1629–1653. <https://doi.org/10.1061/jsfaq.0001458>
7. Schanz, T., Vermeer, P., & Bonnier, P. (2019, January 22). The hardening soil model: Formulation and verification. *Beyond 2000 in Computational Geotechnics*, 281–296. <https://doi.org/10.1201/9781315138206-27>
8. Janbu, N. (1963). Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests. *Proc. ECSMFE Wiesbaden*. 1, 19–25.

Стаття надійшла 17.03.2025

Солодей І.І., Затилюк Г.А., Петренко Е.Ю., Кара І.Д.

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ЖОРСТКОСТІ ОСНОВИ НА ОСНОВІ ЇЇ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТА ТЕОРІЇ ЛІНІЙНО-ПРУЖНОГО НАПІВПРОСТОРУ

Надійшність і довговічність будівельних конструкцій значною мірою залежать від правильного врахування їх взаємодії з ґрунтовою основою. Визначення деформацій основи є ключовим етапом проектування, оскільки саме воно визначає поведінку конструкції під навантаженням. Для розрахунків застосовують як аналітичні методи, так і чисельні підходи, серед яких найбільшого поширення набув метод скінченних елементів (МСЕ).

Чисельне моделювання на основі МСЕ дозволяє розглядати ґрунтову основу як скінченну обмежену область із використанням різних математичних моделей ґрунту та відповідних граничних умов. Альтернативним підходом є представлення податливої основи у вигляді плити на пружній вінклерівській основі, де важливим етапом є визначення коефіцієнтів жорсткості (коефіцієнтів постелі): C_1 (коефіцієнт стиснення) та C_2 (коефіцієнт зсуву). Проте нормативні документи не містять чітких рекомендацій щодо їх визначення.

Авторами статті запропоновано методику розрахунку коефіцієнта постелі C_1 , яка не вимагає знаходження осідань, а потребує використання лише усередненого значення модуля деформації ґрунту, параметру глибини стиснутої товщі та спеціальних коефіцієнтів, які враховують зменшення інтенсивності напружень із глибиною відповідно до теорії лінійно-пружного напівпростору, які подані у зручній табличній формі. Вказані коефіцієнти також можуть бути використані для аналітичної оцінки величини осідань за виведеними формулами.

Ключові слова: коефіцієнт жорсткості, коефіцієнт постелі, метод скінченних елементів, глибина стиснутої зони, ґрунтова основа, осідання.

Solodei I.I., Zatyliuk Gh.A., Petrenko E.Yu., Kara I.D.

METHOD FOR DETERMINING THE FOUNDATION STIFFNESS COEFFICIENT BASED ON ITS PHYSICAL AND MECHANICAL CHARACTERISTICS AND THE THEORY OF A LINEAR-ELASTIC HALF-SPACE

The reliability and durability of building structures largely depend on the proper consideration of their interaction with the soil foundation. Determining foundation deformations is a key stage in design, as it defines the structural behavior under load.

Both analytical methods and numerical approaches are used for calculations, among which the finite element method (FEM) is the most widely applied.

Numerical modeling based on FEM allows for the simulation of the soil foundation as a finite bounded domain, using various mathematical soil models and appropriate boundary conditions. An alternative approach is to model a flexible foundation as a slab on an elastic Winkler foundation, where a critical step is determining the stiffness coefficients (coefficient of foundation subgrade reaction): C_1 (subgrade reaction coefficient) and C_2 (shear coefficient). However, regulatory documents do not provide clear recommendations for their determination.

The authors propose a method for calculating the bed coefficient C_1 , which eliminates the need for settlement calculations and relies solely on the average soil deformation modulus, the compressed layer depth parameter, and special coefficients that account for the decrease in stress intensity with depth according to the theory of a linear-elastic half-space. These coefficients are provided in an easy-to-use tabular format and can also be applied for analytical assessment of settlement magnitudes using the derived formulas.

Keywords: stiffness coefficient, modulus of subgrade reaction, finite element method, depth of the compressed zone, soil foundation, settlement.

УДК 539.3

Солодей І.І., Затилюк Г.А., Петренко Е.Ю., Кара І.Д. **Методика визначення коефіцієнта жорсткості основи на основі її фізико-механічних характеристик та теорії лінійно-пружного напівпростору** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2025. – Вип. 114. – С. 202-210.

У статті запропоновано методику визначення коефіцієнта жорсткості основи (коефіцієнта постелі), що обчислюється на основі її фізико-механічних характеристик із урахуванням зменшення інтенсивності напружень із глибиною відповідно до теорії лінійно-пружного напівпростору. Виведено допоміжні коефіцієнти, представлені у табличній формі, які необхідні для розрахунку коефіцієнтів постелі за запропонованою методикою та можуть бути використані для аналітичних розрахунків осідань підземних споруд.

Іл. 3. Бібліогр. 10 назв.

UDC 539.3

Solodei I.I., Zatyliuk Gh.A., Petrenko E.Yu., Kara I.D. **Method for determining the foundation stiffness coefficient based on its physical and mechanical characteristics and the theory of a linear-elastic half-space** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUCA, 2025. – Issue 114. – P. 202-210.

The article proposes a methodology for determining the subgrade stiffness coefficient (bedding coefficient), which is calculated based on its physical and mechanical characteristics, considering the reduction in stress intensity with depth according to the theory of a linear elastic half-space. Auxiliary coefficients are derived and presented in tabular form, which are necessary for calculating the bedding coefficients using the proposed methodology and can be used for analytical calculations of settlements of underground structures.

Fig. 3. Ref. 10.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельної механіки СОЛОДЕЙ Іван Іванович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних Сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, НДІ Будівельної механіки

Робочий тел.: +38 (044) 241-55-55

Мобільний тел.: +38 (050) 357-44-90

E-mail: solodei.ii@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-7638-3085>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор філософії в прикладній механіці, доцент, доцент кафедри будівельної механіки ЗАТИЛЮК Герман Анатолійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних Сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, будівельний факультет

E-mail: zatyliuk.ha@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0392-2214>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри геотехніки ПЕТРЕНКО Едуард Юрійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних Сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

E-mail: petrenko.ey@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-9792-4757>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки КАРА Ірина Дмитрівна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних Сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки

Роб. тел.: +38 (044) 2415412

E-mail: karaidknuba@tutanota.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4700-997X>