

УДК 624.046.5

## ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ НЕЛІНІЙНИХ РОЗРАХУНКІВ У СИСТЕМІ ПРОЄКТУВАННЯ СПОРУД

Перельмутер А.В.<sup>1,2</sup>,

д-р техн. наук

<sup>1</sup>НВ ТОВ «SCAD Soft», 03037, Київ, вул. Освіти, 3а

<sup>2</sup>Київський національний університет будівництва і архітектури,  
03680, Київ, просп. Повітряних Сил. 31

DOI: 10.32347/2410-2547.2024.113.183-194

Робота присвячена аналізу розбіжностей між лінійним і нелінійним розрахунком будівельних конструкцій, що деформуються під впливом навантаження. Звертається увага на особливості, що притаманні лише нелінійному варіанту аналізу, розглядається проблема визначення граничного стану системи, який відповідає глобальній оцінці здатності. Пропонується, у якості граничного, приймати стан, у якому можливості опору системи зменшуються на декілька порядків в порівнянні з початковим навантаженням.

### Вступ

У ряді практично важливих випадків для оцінки поведінки конструкцій звертаються до нелінійного аналізу. До таких задач належать усі випадки проектування висячих та вантових систем (див., наприклад, [1]), перевірки живучості конструкцій при дії аварійних навантажень [2], багато випадків оцінювання технічного стану існуючих конструкцій та ряд інших. Особливе місце в цьому переліку складають проблеми розрахунку залізобетонних конструкцій, де аналіз поведінки системи з урахуванням тріщиноутворення не вирішується в лінійній постановці.

Тому нелінійний аналіз все частіше стає інструментом для проектування нових та оцінки існуючих будівельних конструкцій. Ця тенденція підтримується швидким зростанням обчислювальної потужності, а також новими можливостями доступних програмних засобів для чисельного моделювання конструктивних характеристик. З іншого боку, положення чинних норм проектування містять дуже мало вказівок щодо використання результатів нелінійного аналізу для оцінки надійності конструкцій або їх проектування.

Існує багато публікацій присвячених нелінійним проблемам будівельної механіки (див., наприклад, [3-11]), що розглядають головним чином способи визначення напружено-деформованого стану для нелінійних задач, але мало висвітлюють питання про місце нелінійного аналізу в процесі реального проектування будівельних конструкцій, практично не торкаючись питань використання результатів нелінійного аналізу цих конструкцій.

Формати перевірок та правила безпеки, які зазвичай використовуються в нормах, розроблені для класичних процедур оцінки на основі балкових моделей, ручного розрахунку, лінійного аналізу та локальних перевірок перерізів. На базі класичних процедур формувалась інженерна інтуїція і зміна парадигми розрахунків з лінійного на нелінійний аналіз веде до перегляду деяких уявлень, що пов'язані з розумінням і сприйняттям результатів розрахунку.

Тому є слушним розгляд основних розбіжностей між застосуванням лінійного чи нелінійного аналізу роботи споруди.

### 1. Постановка задачі

Метою цієї статті є аналіз розбіжностей між випадками застосування методу граничних станів у лінійному і нелінійному випадках виконання розрахункових процедур. Розглядаються відомі пропозиції щодо побудови формату перевірки роботоспроможності несучих конструкцій, які ґрунтуються на результатах нелінійного аналізу, і їх використання у побудові нормативних документів з проектування.

Ці пропозиції були предметом жвавої дискусії що відбувалась у 2011-2021 роках на сторінках закордонної преси [10-18], результати котрої знайшли собі місце у новій генерації Єврокодів [19-21].

Говорячи про розрахунки будівельних конструкцій, слід розрізняти дві різні процедури:

- статичний та динамічний аналіз поведінки механічної системи, результатом якого є внутрішні зусилля (напруги) в елементах, переміщення, швидкості та прискорення характерних точок, словом все те, що ми називаємо напружено-деформованим станом системи;

- визначення можливого опору системи загалом та її елементів, оцінку її міцності, стійкості, деформативності тощо. - всього того, що визначає можливість системи функціонувати у потрібному режимі.

Звичайний лінійний розрахунок будується як послідовність двох етапів роботи, де названі процедури розглядаються як незалежні і предметом нормування у будівельному проектуванні в основному є другий етап. А щодо статичного та динамічного аналізу, то лише в деяких випадках до нього висуваються якісь вимоги, найчастіше лише декларативного характеру. Ось типовий приклад з ДБН В.2.62-98:2008 [22]

*«2.1.3.8 Зусилля, напруження і деформації від зовнішніх навантажень та впливів навколишнього середовища в бетонних і залізобетонних конструкціях та в системах будівель і споруд слід визначати за загальними правилами будівельної механіки з урахуванням фізичної та геометричної нелінійності роботи конструкції у системі.»*

*У статично невизначених конструкціях необхідно враховувати перерозподіл зусиль в елементах системи внаслідок нелінійних деформацій бетону і арматури та процесів тріщинотворення за граничним станом, що розглядається.»*

Звертаючи увагу на формування у вигляді обов'язкової вимоги «слід визначити», «необхідно враховувати», зауважимо, що у більшості випадків проєктних розрахунків ці вимоги не виконують. Більш того, у деяких випадках їхнє виконання неможливо принципово, як у сейсмічних розрахунках що ґрунтуються на формах власних коливань, яких у нелінійних системах не існує. Тут можна згадати, що коли фундатори методів розрахунку залізобетонних конструкцій говорили про нелінійність, то мали на увазі саме визначення опору, і лише їхні сьгоднішні нащадки внесли наведені вище вимоги. Фундатори виходили з умови, що на елемент чи на переріз діють відомі сили, походження котрих не розглядається, а нелінійна робота залізобетону формує опір, але не впливає на перерозподіл зусиль у системі (тобто фактично брались до уваги лише статично визначені системи), а коли йдеться про статично невизначені системи, то виникають питання, що залишились поза увагою наших попередників.

Дещо обережніше повели себе розробники ДБН В.2.6-198:2014 [23] формулюючи вимоги до загального розрахунку як «5.3.6 ... Сталеві конструкції необхідно, як правило, розраховувати як єдині просторові системи з урахуванням чинників, що визначають напружений і деформований стан за потреби з урахуванням нелінійних властивостей розрахункової схеми», не конкретизуючи питання, про які умови тут йдеться.

І головне - результати лінійних і нелінійних розрахунків можуть відрізнятися досить суттєво, а як це повинно враховуватися при оцінюванні опору невідомо. Наприклад, не зовсім зрозумілим залишається питання про можливість застосування до результатів геометрично нелінійного розрахунку такого, наприклад, поняття, як коефіцієнт поздовжнього вигину  $\varphi$ , який використовується при перевірці стійкості стиснутих сталевих стержнів, бо при його обчисленні використовувався розрахунок за деформованою схемою (але для елемента, а не для системи в цілому).

## 2. Низка нових питань

Впровадження нелінійних розрахунків у практику проєктування стало можливим з одного боку, завдяки інтенсивному розвитку комп'ютерної техніки, з другого – внаслідок розробки програмних продуктів що реалізують нелінійні розрахункові процедури. Ці процедури орієнтовані на вирішення нелінійних задач чотирьох типів [24]:

- фізична нелінійність;
- геометрична нелінійність;
- конструктивна нелінійність;
- генетична нелінійність.

Як правило, при моделюванні нелінійної поведінки конструкції замість «звичайних» скінчених елементів у розрахункову схему включають спеціальні скінчені елементи, для яких

реалізована нелінійна залежність  $\sigma$ – $\epsilon$  (фізична нелінійність), використання геометричної матриці жорсткості (геометрична нелінійність) або закон включення/вилучення з роботи (конструктивна та генетична нелінійність). А щодо вигляду розрахункової моделі і побудови відповідної сітки скінчених елементів, то тут зазвичай орієнтуються на досвід лінійних розрахунків, хоча це, як можна показати, не завжди є коректним.

Деякі ефекти, які відсутні у лінійному аналізі, незвичні для фахівця, чия інженерна інтуїція виросла з розв'язання лінійних задач, і вимагають певного урахування при побудові скінчено-елементної розрахункової моделі. До таких вимог можна віднести:

**а)** По-перше, слід звернути увагу на стержньові конструктивні елементи, які при лінійному аналізі не роздрібнюються на елементарні ділянки. Ця можливість ґрунтується на тому, що поліноми Ерміта, які звичайно використовуються у якості функцій форми стержньових елементів, є загальним рішенням диференціального рівняння пружного стержня [24], що і дозволяє уникнути його роздрібнювання. Але при фізично нелінійному аналізі поліноми Ерміта лише наближено моделюють вигляд деформованої осі стержня, і для отримання необхідної точності розрахунків стержень потрібно представити сукупністю елементарних ділянок.

Крім того, для врахування розподілу напружень по перерізу стержня чи оболонки, що відповідають прийнятій залежності  $\sigma$ – $\epsilon$ , перерізи фізично нелінійних скінчених елементів поділяються на невеликі зони. При цьому, в процесі розрахунку фіксуються ті чи інші критичні події, які виникають в зазначених зонах.

Вони можуть характеризувати як пошкодження, так і руйнування. До перших належать непружні стани матеріалу (плинність) з можливістю в такому стані брати участь у роботі перерізу. Другі пов'язані з перевищенням гранично допустимих значень деформацій і припускають виключення з роботи внаслідок руйнування. І лише у випадках, коли ушкодження стають такими, що весь скінчений елемент стає не роботоспроможним, він виключається з розрахункової моделі. Але для статично невизначених систем це не завжди означає руйнування конструкції.

**б)** Другий приклад - звично вважати, що у прямому стержні поперечне навантаження створює згинальні моменти, але поздовжні зусилля при цьому не виникають, так само як, наприклад, розтяг цього стрижня не збуджує вигину. Звичайно, певний взаємозв'язок виникає в геометрично нелінійних задачах, але ще більш незвичайну поведінку демонструють задачі з фізичною нелінійністю. Найпростіший приклад, коли за рахунок аркового ефекту створюється розпір у стрижні, що згинається, представлений на рис. 1.

Справа в тому, що розтягнута зона бетону руйнується вже при малих величинах навантаження, внаслідок чого порушується цілісність перерізу, висота стиснутої зони зменшується при наближенні до граничного стану, а нейтральна вісь стержня

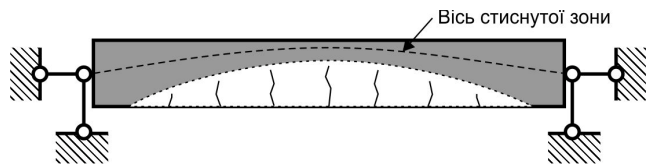


Рис. 1

викривляється. За рахунок цього ефекту у спочатку прямолінійному стержні, закріпленому від горизонтальних переміщень, з'являється поздовжня сила (розпір). Звідси висновок про необхідність у нелінійному аналізі надання особливої уваги до вузлових закріплень, бо ефекти, відсутні у початковій конфігурації, не обов'язково зберігаються на протязі деформування.

Взагалі, внаслідок того, що тангенціальна жорсткість бетону в міру розвитку пластичних деформацій розподіляється у несиметричній по висоті перерізу спосіб, при поперечному згині можуть виникати напруги розтягування-стиснення, а при дії мембранних сил, що лежать у серединній площині оболонкових елементів, виникає поперечний вигин. Нічого цього немає в пружних скінчених елементах

**в)** Ще з одним із «сюрпризів» можна зіткнутися при пошуку екстремальних результатів розрахунку. У лінійних задачах екстремальні значення параметрів напружено деформованого стану пов'язані з екстремальними значеннями тимчасових навантажень. Але принцип «або усі, або нічого» може бути порушений у нелінійній задачі, де екстремальне значення якогось ефекту впливу реалізується за деякого проміжного значення інтенсивності навантаження.

г) Крім того, в лінійних задачах невідгідна комбінація тимчасових навантажень або включає таке навантаження в повному обсязі, або (якщо її розвантажує дія) повністю виключає таке навантаження. У нелінійних задачах принцип «або все, або нічого» для впливу тимчасових навантажень може виявитися невірним, існують приклади, коли невідгідним є врахування деякої частини навантаження, а не повного значення. Один з таких прикладів геометрично нелінійної системи представлений на рис. 2. Тут залежність між поперечною силою і навантаженням  $P$  немонотонна і тільки при  $0 \leq P \leq 19$  поперечна сила зростає, а при більших значеннях інтенсивності навантаження починає зменшуватися.

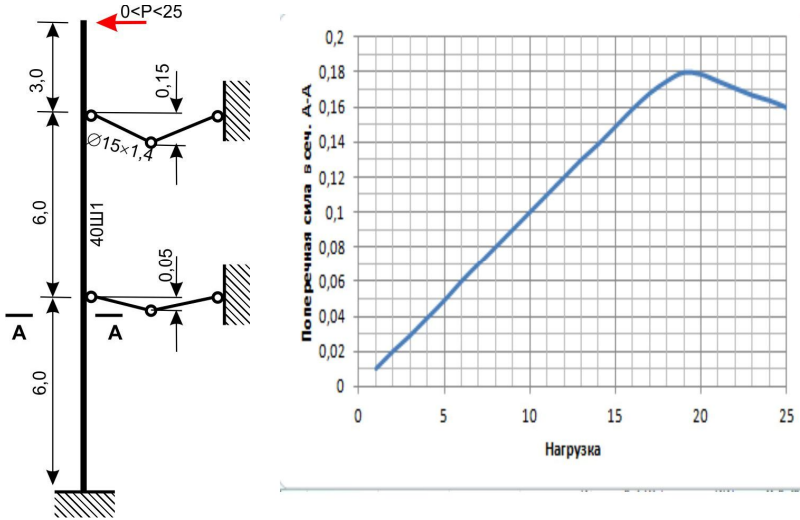


Рис. 2

д) Лінійний розрахунок спирається на закон збереження механічної енергії, тобто має діло з консервативною системою. Але пластична поведінка матеріалу потребує враховувати, що деяка доля механічної енергії обертається на теплову і залишає систему. Тобто фізично нелінійний розрахунок має діло з неконсервативною системою, а для неї, на відміну від консервативного випадку, не виконується принцип незалежності результуючого стану від шляхів навантаження.

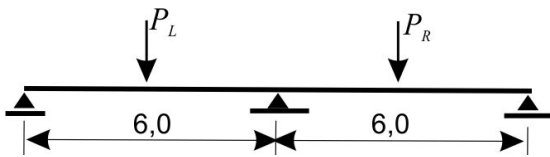


Рис. 3

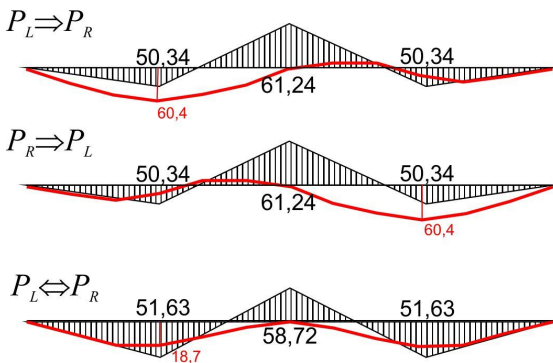


Рис. 4

Ілюстрацією може бути досить простий приклад двопрогінної сталевий балки (рис. 3), на котру діють два незалежних навантаження. Переріз балки симетричний двотавр з полицями  $200 \times 20$  мм і стінкою  $400 \times 10$  мм. Матеріал конструкції сталь з межею плинності 240 МПа, пружно-пластична робота за деформаційною теорією пластичності (білінійна діаграма з коефіцієнтом зростання 0,01 в зоні плинності).

Було розглянуто три програми навантажування, коли прикладені сили зростають від нуля до граничного значення 54 Т: перша  $P_L$  і потім  $P_R$  ( $P_L \Rightarrow P_R$ ); перша  $P_R$  і потім  $P_L$  ( $P_R \Rightarrow P_L$ );  $P_L$  і  $P_R$  одночасно ( $P_R \Leftrightarrow P_L$ ). Одержані епюри моментів і форми кривої згину показані на рис. 4.

У деяких випадках, головним чином пов'язаних з діями робочих механізмів,

існують данні про послідовність дії окремих навантажень. Але, найчастіше, така інформація відсутня, і виникає потреба прийняти якоесь вольове рішення. Мабуть, є логічним припущення про синхронне зростання усіх навантажень, що входять до розрахункового сполучення, оскільки сам факт сполучення має на увазі одночасне існування ефектів цих дій. Наше рішення додатково вважає не тільки одночасне існування, але і їхню одночасну появу. Зрозуміло, що у сумнівних випадках слід перевіряти і деякі з інших можливих варіантів послідовності появи незалежних навантажень.

### 3. Визначення граничного стану

Використання нелінійного аналізу роботи системи висвітлює ряд негараздів щодо звичайних, зокрема зафіксованих у нормах, правил застосування методу розрахункових граничних станів у вигляді методу часткових коефіцієнтів надійності [26]. Правила перевірки міцності та стійкості, що містяться сьогодні в нормах, засновані на процедурах, в яких внутрішні зусилля, які отримані з лінійно-пружного розрахунку, застосовуються для перевірок окремих критичних перерізів з використанням нелінійних моделей опору.

А ймовірніше обгрунтування характеристик опору конструкції враховує статистичну мінливість властивостей міцності матеріалів, мінливість геометричних характеристик, помилки моделювання тощо. При цьому традиційно статистичні показники мінливості навантажень та впливів, а також характеристики міцності матеріалу, розглядаються як незалежні. Разом з тим, може виявитися неприйнятним роздільний розгляд моделей невизначеності впливів та невизначеності опору конструкції (рис. 5), оскільки при нелінійному розрахунку мінливість фізичних (жорсткісних) параметрів матеріалу позначиться на мінливості параметрів напружено-деформованого стану.

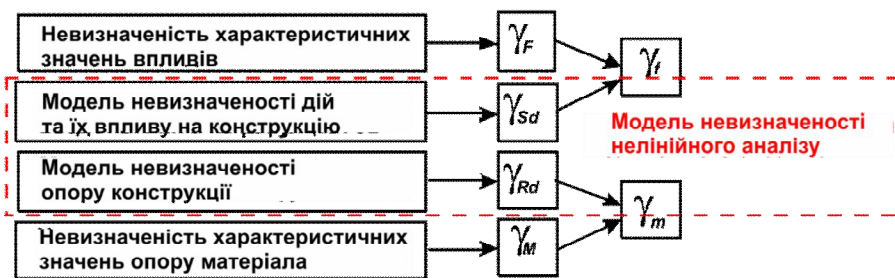


Рис. 5

Крім того, стандартні перевірки граничного стану можуть виявитися непридатними, коли відсутня пропорційність між впливами (навантаженнями) на систему та ефектами впливів. Адже у розрахунках міцність матеріалу зіставляється не з навантаженням, а з ефектом його впливу на систему (зусиллями, напругами, деформацією та інших.).

Сам собою метод граничних станів, заснований на застосуванні часткових коефіцієнтів надійності, виявляється прив'язаним до припущення про лінійність розрахункової математичної моделі. Її лінійність, наприклад, дозволяє виконати розрахунок системи на характеристичне навантаження, а перехід від навантаження до розрахункового значення її ефекту (зусилля, переміщення і т.п.) реалізувати множенням отриманого в розрахунку значення на коефіцієнт надійності по навантаженню.

У разі нелінійного аналізу, коли ефект дії  $S$  непропорційний впливу  $F$  цей прийом стає хибним (рис.6). Точний облік перетворення ймовірності впливу  $p_F$ , що є основою для призначення коефіцієнта надійності по навантаженню, у ймовірність ефекту цього впливу  $p_S$  є досить складним і до того ж формується функціональною залежністю  $S(F)$ , яка характеризує не навантаження, а особливості системи що аналізується. Тобто призначити досить загальний коефіцієнт надійності не вдається..

Як наближений прийом для таких випадків в запас надійності рекомендується застосовувати коефіцієнт надійності за навантаженням  $\gamma_F$  до характеристичного значення  $F$ , якщо ефект впливу  $S(F)$  збільшується повільніше самого впливу (рис. 6.а), і до розрахункового значення впливу  $\gamma_F F$ , якщо ефект впливу збільшується швидше самого впливу (рис. 6.б)

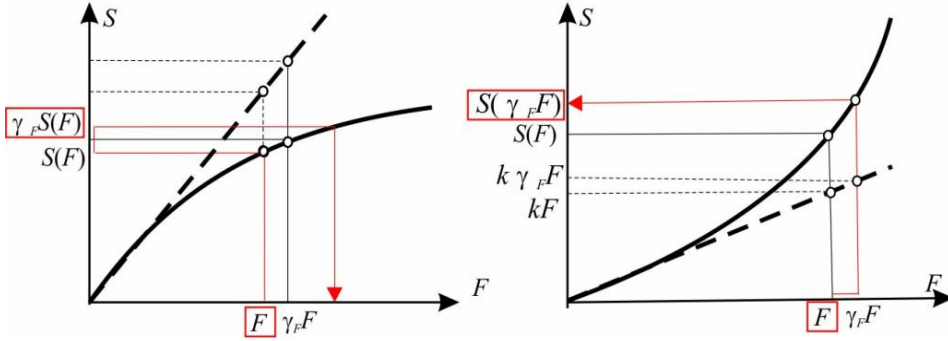


Рис. 6

У нелінійному розрахунку конструкційний опір звичайно оцінюється кроковою процедурою, у котрій відповідний вплив збільшується від початкового значення до розрахункового проектного рівня. Для визначення запасу надійності кроковий процес дій слід продовжувати, доки не буде досягнутий стан руйнування конструкції (структурний збій). Такий аналіз за своєю природою завжди є оцінкою глобального типу, у якому всі конструктивні елементи системи та його перерізи перебувають у взаємодії.

Дійсно, фізично нелінійний розрахунок конструкцій при заданій діаграмі  $\sigma$ - $\epsilon$ , що визначає роботу матеріалу конструкції, характеризується тим, що відсутній поділ між етапом визначення внутрішніх зусиль від розрахункових навантажень та етапом розрахунку перерізу. Якщо такий розрахунок виконується кроковим методом при монотонно зростаючій інтенсивності навантаження, що розглядається, то конструкція і всі її розрахункові перерізи проходять через різні напружені стани і їх поведінка визначається заданою діаграмою роботи матеріалу. При цьому практично оцінюється опір всіх перерізів, і якщо деякі з них досягли граничного стану через плинність матеріалу, то надалі в них не збільшуються внутрішні зусилля, а опір конструкції зростаючому навантаженню забезпечується іншими елементами системи, які ще не досягли своєї межі по несній здатності. Весь процес зупиняється при перетворенні конструкції на механізм (досягненні граничної несучої здатності системи).

Слід зазначити, що реальний числовий розрахунок часто буває неможливо довести до граничної несучої здатності  $P_{max}$ . Цьому заважає чисельна нестабільність процесу при наближеності матриці жорсткості системи до стану виродження, котрий як раз і характеризує перетворення конструкції у механізм. Реальний розв'язок цієї проблеми полягає у визначенні граничним такого стану конструкції, де вона втратила значну (в порівнянні з початковою) здатність чинити опір зростанню навантаження.

Ця концепція була запропонована у роботі [27] і спирається на характеристику поведінки системи, котра визначається швидкістю зміни реакції системи на зміну зовнішнього впливу. У якості вимірювача пропонується використовувати зменшення кута нахилу кривої станів рівноваги, якій характеризує можливість втрати опору і може визначати наближення

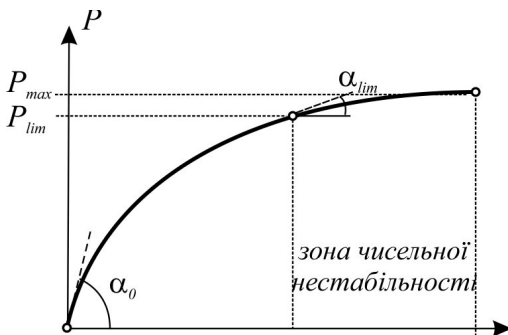


Рис. 7

конструкції до стану повної відмови, що виникає при нульовому опорі (рис. 7). У якості осі абсцис цієї кривої може виступати так зване характерне переміщення, що енергетично узгоджено з навантаженням, або робота зовнішніх сил на переміщеннях системи.

Слід також зазначити, що знайдений таким чином граничний опір конструкції  $P_{lim}$  іноді реалізується при досить великих переміщеннях, що може викликати потребу у корегуванні значення  $P_{lim}$ . Тут потрібно зауважити, що використання фізично

нелінійного розрахунку без врахування геометричної нелінійності може привести до хибного висновку щодо картини деформування.

Дійсно при геометрично лінійному аналізі перетворення конструкції у механізм веде до появи нескінченно великих переміщень, котрі не з'являються у геометрично нелінійному розрахунку. Ця різниця добре відчувається при наближенні системи до граничного стану.

#### 4. Забезпечення надійності

Розрахункова процедура, що ґрунтується на лінійному аналізі, відносить питання надійності до другого етапу, де за методом розрахункових граничних станів кожен критичний переріз перевіряється шляхом демонстрації того, що розрахункові ефекти впливу  $E_d$  не перевищують розрахункових опорів  $R_d$  (рис. 8).

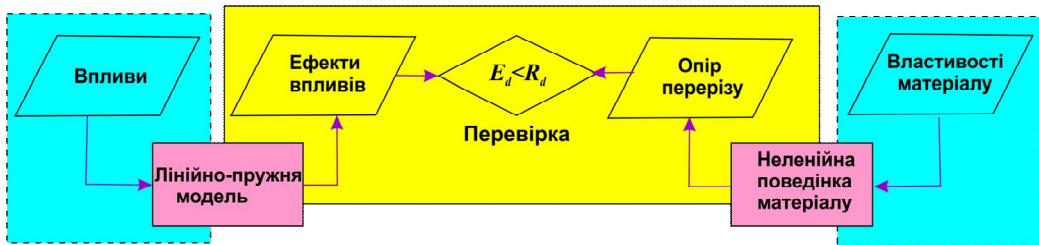


Рис. 8

Ця стандартна двоетапна процедура є непослідовною, тому що на ранніх етапах використовує несумісні визначальні співвідношення. Заснований на припущенні про лінійно-пружну реакцію матеріалу, аналіз розрахункової моделі не відповідає моделі опору перерізів, що враховують нелінійну поведінку матеріалу. Лінійно-пружні розрахункові моделі не дозволяють реалістично моделювати поведінку конструкції (тріщиноутворення, пластичну роботу, великі переміщення та ін.). Також неможливо визначити повну несучу здатність системи, що пов'язана з перерозподілом зусиль.

Слід зауважити, що звичайно результати першого етапу використовують для перевірки параметрів перерізу (наприклад, армування у залізобетонних конструкціях). Коли ці параметри дуже сильно відрізняються від заданих при формуванні розрахункової моделі, що веде до помітної зміни жорсткості елемента, перший етап повторюється з новими параметрами жорсткості.

Щоб подолати недоліки двоетапної процедури, все частіше використовується нелінійний аналіз, за допомогою якого моделюється поведінка конструкції аж до руйнівного навантаження. Навантаження зазвичай збільшується поступово, і прийняті визначальні моделі поведінки матеріалу автоматично гарантують рівновагу у всіх частинах конструкції.

Співставлення ефектів впливу з розрахунковими опорами перерізів добре підходить для двоетапної процедури, оскільки використовуються дві окремі моделі. Однак для одноетапної процедури (рис. 9), коли використовується тільки нелінійний аналіз, виконується співставлення зовнішніх та внутрішніх сил. Зовнішні сили діють на нелінійну модель, і сама модель перевіряє, чи можна знайти внутрішні сили, щоб врівноважити зовнішні сили. Тому перевірка одноетапної процедури зазвичай проводиться на глобальному рівні з допомогою нерівності сил  $E_d < R_d$ . Виконання цієї нерівності свідчить про те, що нелінійний аналіз ще може знайти рівновагу, коли на нелінійну модель діє розрахункове навантаження. Позначення  $g(\dots) > 0$  на рис. 9, означає, що нелінійний аналіз знаходить рівновагу для параметрів, зазначених у дужках.

Слушно визначити елементи, що деформуються як лінійні. Під час побудови скінченно-елементної моделі у першу чергу формується матриця жорсткості цієї частини конструктивного комплексу з метою, щоб саме для неї виконати неповне Гаусові виключення. І лише друга частина матриці жорсткості, що залишилася після такого виключення, використовується у нелінійному розрахунку, виконуючи роль своєрідного суперелемента системи. Таке зменшення нелінійної задачі помітно скорочує час розрахунку [28].

Однак зауважимо, що при виконанні нелінійного аналізу немає тієї системи підказок, які містяться в нормах проектування, і орієнтовані на традиційну двоетапну процедуру

розрахунків. Це потребує самостійної і відповідальної інженерної оцінки з боку проєктувальника. Практично всі слушні норми не містять відповідних критеріїв для перевірок результатів нелінійних розрахунків, подібно до тих, що застосовується в традиційному проєктуванні.

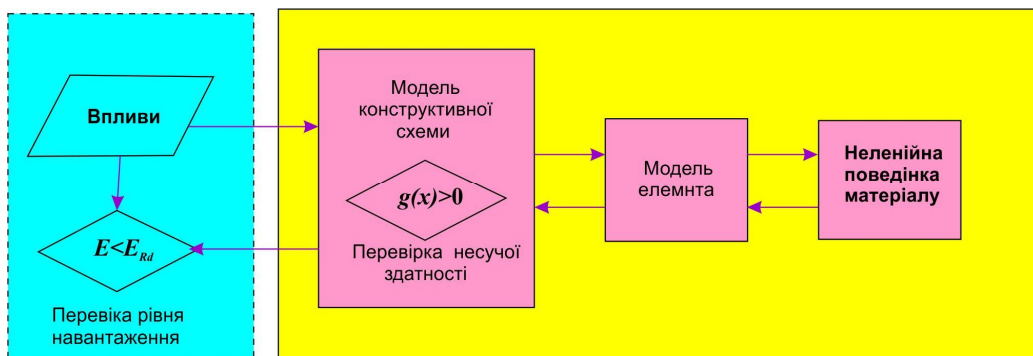


Рис. 9

Тому формат перевірки безпеки при виконанні нелінійних розрахунків є однією з найбільш обговорюваних і суперечливих проблем теорії надійності [29-32]. І якщо для лінійного розрахунку проблема вирішується за рахунок використання часткових коефіцієнтів надійності, які калібрують стосовно нормованої ймовірності відмови  $p_f$ , то в нелінійному випадку, коли розрахунковий опір  $R_d$  визначається через граничний опір системи  $R_{lim}$  як

$$R_d = \frac{R_{lim}}{\gamma_R}, \quad (1)$$

і надійність калібрується за рахунок глобального коефіцієнту безпеки  $\gamma_R \gamma_R$ .

Метод врахування впливу статистичної невизначеності механічних властивостей системи був запропонованим у роботах [29, 31]. Він базується на твердженні про те, що опір конструкції є випадковою величиною, у якій функції розподілу густини ймовірності може бути оцінена, спираючись на середні  $R_{lim,m}$  та характеристичні значення  $R_{lim,k}$  граничного опору системи. Ключовим для цього методу є визначення  $R_{lim,m}$  і  $R_{lim,k}$ . З їх допомогою визначається коефіцієнт варіації опору і через нього загальний коефіцієнт опору  $\gamma_R^*$ , який враховує невизначеності механічних властивостей і геометрії матеріалів.

Розрахунковий опір визначають з формулою

$$R_d = \frac{R_{lim,m} \{X, a\}}{\gamma_R^* \gamma_{Rd}}, \quad (2)$$

де крім загального коефіцієнту опору  $\gamma_R^*$  присутній частковий коефіцієнт для невизначеності моделі  $\gamma_{Rd}$ .

Якщо розрахунковий опір є недостатнім або не перевищує розрахунковий вплив, то необхідно вносити зміни до розрахункової моделі і рішення у цьому напрямку можуть спиратися на зафіксовані в процесі розрахунку критичні події, підсилюючи ті частини конструкції де вони виникали. І навпаки, коли розрахунковий опір вважається зайвим, можна послабити елементи, де критичні події не виникали.

### Деякі висновки

1. Стан нормативної бази будівельного проєктування такий, що на цьому етапі нелінійні розрахунки ще не стали стандартним інструментом проєктувальника, їх можна розглядати як деякий досконаліший, але додатковий інструмент, який використовують у тих випадках, коли застосування простих стандартних методів розрахунку перерізів є недостатнім і не дає повної інформації про поведінку конструктивної системи.



2. Виконання нелінійних розрахунків потребує помітно більш високої кваліфікації виконавців і, головне, розуміння деяких важливих відмінностей, які призводять до незвичних результатів.

3. Одним із актуальних напрямків досліджень слід вважати накопичення, аналіз та узагальнення досвіду нелінійних розрахунків у реальному проектуванні. Важливим є зіставлення локального підходу до забезпечення надійності і безпеки, характерного для стандартного лінійного аналізу, та глобального коефіцієнта безпеки, яким оперує нелінійний аналіз.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Дмитрів Л.Г., Касілов О.В. Вантові покриття (розрахунок і конструювання). - Київ: Будівельник, 1974. - 272 с. (Російською).
2. Ngo T., Mendis P., Gupta A., Ramsay J. Blast Loading and Blast Effects on Structures: An Overview // *Electronic Journal of Structural Engineering, Special Issue: Loading on Structures*. 2007. - P. 76-91.
3. Лукаш П.А. Основи нелінійної будівельної механіки - М.: Стройиздат, 1978 - 204 с (Російською).
4. Oden J.T. *Finite Elements of Nonlinear Continua* - New York: McGraw-Hill, 1972 448 p.
5. Hinton E. *Introduction to Non-linear Finite Element Analysis* - East Kilbridge: NAFEMS, 1992 - 220 p.
6. Crisfield M.A. *Non-linear finite element analysis of solids and structures*. Vol. 1: Essentials, Vol. 2: Advanced Topics - Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 1998 - 345+494 p.
7. Becker A.A. *Understanding Non-linear Finite Element Analysis Through Illustrative Benchmarks*. - Glasgow: NAFEMS, 2001. - 170 p.
8. Баженов В.А., Піскунов С.О., Солодей І.І. Чисельне дослідження процесів нелінійного статичного і динамічного деформування просторових тіл - Київ, Вид-во «Каравела», 2017 - 302 с.
9. Schlune H. *Safety Evaluation of Concrete Structures with Nonlinear Analysis* - Gothenburg: Chalmers University of Technology, 2011 - 45 p.
10. Петров В.В. Нелінійна інкрементальна будівельна механіка - М.: Інфра Інженерія, 2014. - 480 с (Російською).
11. Клованіч С.Ф., Малишко Л. Нелінійні моделі матеріалів у будівельній механіці - Одеса: ОНМУ, 2017 - 125 с (Російською).
12. Schlune H., Plos M., Gylltoft K. Safety Format for the non-linear analysis of Concrete Structures // *Engineering Structures*, 2011, Vol. 3, №8 – P. 2350-2356.
13. Bertagnoli G, Giordano L, Mancini G. Safety Format for the Nonlinear Analysis of Concrete Structures. *Studi e ricerche*. Politecnico di Milano, Scuola di specializzazione in costruzioni in cemento armato, 2004, Vol. 25 – P 31-56.
14. Tur A., Tur V. Reliability Approaches to Modeling of the Nonlinear Pseudo-static Response of RC-structural Systems in Accidental Design Situations // *Journal of Sustainable Architecture and Civil Engineering*, 2018, Vol. 22, Issue 1– P 76-87.
15. Allaix D.L., Carbone V.I., Mancini G. Global Safety Format for Non-Linear Analysis of Reinforced Concrete Structures // *Structural Concrete*, 2013,; Vol. 14 – P 29–42.
16. Sangioio F. Safety Format for Non-linear Analysis of RC Structures Subjected to Multiple Failure Modes. Doctoral Thesis – Stockholm, Sweden: KTH Royal Institute of Technology, 2015 – 45 p.
17. Gino D., Castaldo P., Giordano L., Mancini G. Model uncertainty in non-linear numerical analyses of slender reinforced concrete members // *Structural concrete*, 2021, Vol. 22(2) – P 845-870. DOI:10.1002/suco.202000600.
18. Cervenka V, Cervenka J, Kadlec L Model uncertainties in numerical simulations of reinforced concrete structures // *Structural Concrete*, 2018;19:2004–2016
19. EN 1990:2023. Eurocode - Basis of structural and geotechnical design - Brussels, Belgium: CEN, European Committee for Standardization, 2023.
20. EN 1993-1-1:2022. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings - Brussels, Belgium: CEN, European Committee for Standardization, 2022.
21. prEN 1992-1-1:2021. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules - Rules for buildings, bridges and civil engineering structures - Brussels, Belgium: CEN, European Committee for Standardization, 2021.
22. ДБН В.2.62-98:2008 Бетоні та залізобетоні конструкції. Основні положення проектування – Київ, Мінрегіон України, 2011.
23. ДБН В.2.6-198:2014 Сталеві конструкції. Норми проектування – Київ, Мінрегіон України, 2014.
24. Перельмутер А.В. Бесіди про будівельну механіку – К.: Вид-во «Сталь», 2024 – 316 с.
25. Perelmuter A.V., Slivker V.I. *Numerical Structural Analysis: Models: Methods and Pitfalls*. - Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag, 2003.- 600 p.
26. Перельмутер А.В., Пічугін С.Ф. Основи методу розрахункових граничних станів - К.: Вид-во «Софія-А», 2024 -253 с.
27. Perelmuter A.V. Repulsion criterion in estimating structural limit state. *Vestnik MGSU*. 2021; 16 (12): 559–566.
28. Фіалко С.Ю. Застосування методу скінчених елементів до аналізу міцності та несучої здатності тонкостінних залізобетонних конструкцій з урахуванням фізичної нелінійності - М.: Вид-во СКАД СОФТ, вид-во АСВ, 2018 - 192 с (Російською).
29. Cervenka V. Reliability-based non-linear analysis according to fib Model Code 2010, *Structures Concrete, Journal of fib / March 2013*. – Vol. 14. – ISSN 1464-4177. – P. 19–28.
30. Walraven J., (editor), «fib Model Code for Concrete Structures 2010», September 2013, ISBN: 978-3-433-03061-5.
31. Červenka V., Červenka J., Šykora M., Mlčoch J. Computational Modelling of Concrete Structures // Meschke, Pichler & Rots (Eds). *Evaluation of safety formats for structural assessment based on nonlinear analysis* - London: Taylor & Francis Group, 2018 - P. 669-678.

32. Sýkora M. Holický M. Safety format for non-linear analysis in the model code – verification of reliability level // Proceedings of the fib Symposium, Prague, 8-10 June, 2011 - Prague. 2011. - P. 943-946.

## REFERENCES

1. Dmitriev L.G., Kasilov O.V. Vantovi pokryttia (rozrakhunok i konstruiuvannia) (Cable-stayed coverings (calculation and construction)) - Kyiv: Budivelnik, 1974 - 272 p. (in Russian).
2. Ngo T., Mendis P., Gupta A., Ramsay J. Blast Loading and Blast Effects on Structures: An Overview // Electronic Journal of Structural Engineering, Special Issue: Loading on Structures. 2007- P. 76-91.
3. Lukash P.A. Osnovy nelineinnoi budivelnoi mekhaniky (Basics of nonlinear construction mechanics) - M.: Stroyizdat, 1978. - 204 p. (in Russian).
4. Oden J.T. Finite Elements of Nonlinear Continua - New York: McGraw-Hill, 1972 - 448 p.
5. Hinton E. Introduction to Non-linear Finite Element Analysis - East Kilbridge: NAFEMS, 1992 - 220 p.
6. Crisfield M.A. Non-linear finite element analysis of solids and structures. Vol. 1: Essentials, Vol. 2: Advanced Topics - Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 1998 - 345+494 p.
7. Becker A.A. Understanding Non-linear Finite Element Analysis Through Illustrative Benchmarks.- Glasgow: NAFEMS, 2001. - 170 p.
8. Bazhenov V.A., Piskunov S.O., Solodei I.I. Chyselne doslidzhennia protsesiv nelineinoho statychnoho i dynamichnoho deformuvannia prostorovykh til (Numerical study of the processes of nonlinear static and dynamic deformation of spatial bodies) - Kyiv, "Karavella" Publishing House, 2017 - 302 p (in Ukrainian).
9. Schlune H. Safety Evaluation of Concrete Structures with Nonlinear Analysis - Gothenburg: Chalmers University of Technology, 2011 - 45 p.
10. Petrov V.V. Nelineinai inkrementalna budivelna mekhanika (Nonlinear incremental construction mechanics) - M.: Infra Engineering, 2014. - 480 s (in Russian).
11. Klovanich S.F., Malysheko L. Nelineinai modeli materialiv u budivelnii mekhanitsi (Nonlinear models of materials in construction mechanics) - Odesa: ONMU, 2017 - 125 p. (in Russian).
12. Schlune H., Plos M., Gylltoft K. Safety Format for the non-linear analysis of Concrete Structures // Engineering Structures, 2011, Vol. 3, №8 – P. 2350-2356.
13. Bertagnoli G, Giordano L, Mancini G. Safety Format for the Nonlinear Analysis of Concrete Structures. Studi e ricerche. Politecnico di Milano, Scuola di specializzazione in costruzioni in cemento armato, 2004, Vol. 25 – P 31-56.
14. Tur A., Tur V. Reliability Approaches to Modeling of the Nonlinear Pseudo-static Response of RC-structural Systems in Accidental Design Situations // Journal of Sustainable Architecture and Civil Engineering, 2018, Vol. 22, Issue 1–P 76-87.
15. Allaix D.L., Carbone V.I., Mancini G. Global Safety Format for Non-Linear Analysis of Reinforced Concrete Structures // Structural Concrete, 2013,; Vol. 14 – P 29–42.
16. Sangiorgio F. Safety Format for Non-linear Analysis of RC Structures Subjected to Multiple Failure Modes. Doctoral Thesis – Stockholm, Sweden: KTH Royal Institute of Technology, 2015 – 45 p.
17. Gino D., Castaldo P., Giordano L., Mancini G. Model uncertainty in non-linear numerical analyses of slender reinforced concrete members // Structural concrete, 2021, Vol. 22(2) – P 845-870. DOI:10.1002/suco.202000600.
18. Cervenka V, Cervenka J, Kadlek L Model uncertainties in numerical simulations of reinforced concrete structures // Structural Concrete, 2018;19:2004–2016
19. EN 1990:2023. Eurocode - Basis of structural and geotechnical design - Brussels, Belgium: CEN, European Committee for Standardization, 2023.
20. EN 1993-1-1:2022. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings - Brussels, Belgium: CEN, European Committee for Standardization, 2022.
21. prEN 1992-1-1:2021. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules - Rules for buildings, bridges and civil engineering structures - Brussels, Belgium: CEN, European Committee for Standardization, 2021.
22. DBN V.2.62-98:2008 Betoni ta zalizobetonni konstruksii. Osnovni polozhennia proektuvannia (Concrete and reinforced concrete structures. Basic provisions of design) - Kyiv, Ministry of Regions of Ukraine, 2011 (in Ukrainian).
23. DBN V.2.6-198:2014 Stalevi konstruksii. Normy proektuvannia (Steel structures. Design norms) - Kyiv, Ministry of Regions of Ukraine, 2014 (in Ukrainian).
24. Perelmuter A.V. Besidy pro budivelnu mekhaniku (Conversations about construction mechanics) - K.: "Stal" Publishing House, 2024 - 316 p (in Ukrainian).
25. Perelmuter A.V., Slivker V.I. Numerical Structural Analysis: Models: Methods and Pitfalls. - Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag, 2003. - 600 p.
26. Perelmuter A.V., Pichugin S.F. Osnovy metodu rozrakhunkovykh hranychnykh staniv (Basics of the method of calculated limit states) - K.: Sofia-A Publishing House, 2024 - 253 p (in Ukrainian).
27. Perelmuter A.V. Repulsion criterion in estimating structural limit state. Vestnik MGSU. 2021; 16 (12): 559–566.
28. Fialko S.Yu. Zastosuvannia metodu skinchenykh elementiv do analizu mitsnosti ta nesuchoi zdatnosti tonkostinnykh zalizobetonnykh konstruksii z urakhuvanniam fizychnoi nelineinosti (Application of the finite element method to the analysis of the strength and load-bearing capacity of thin-walled reinforced concrete structures taking into account physical nonlinearity) - Moscow: SKAD SOFT Publishing House, ASV Publishing House, 2018 - 192 p. (in Russian).
29. Cervenka V. Reliability-based non-linear analysis according to fib Model Code 2010, Structures Concrete, Journal of fib / March 2013. – Vol. 14. – ISSN 1464-4177. – P. 19–28.
30. Walraven J., (editor), «fib Model Code for Concrete Structures 2010», September 2013, ISBN: 978-3-433-03061-5.
31. Červenka V., Červenka J., Sýkora M., Mičoch J. Computational Modelling of Concrete Structures // Meschke, Pichler & Rots (Eds). Evaluation of safety formats for structural assessment based on nonlinear analysis - London: Taylor & Francis Group, 2018 - P. 669-678.

32. Sýkora M. Holický M. Safety format for non-linear analysis in the model code – verification of reliability level // Proceedings of the fib Symposium, Prague, 8-10 June, 2011 - Prague. 2011. - P. 943-946.

Стаття надійшла 29.08.2024

*Перельмутер А.В.*

### **ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ НЕЛІНІЙНИХ РОЗРАХУНКІВ У СИСТЕМІ ПРОЄКТУВАННЯ СПОРУД**

**Анотація.** Робота присвячена аналізу розбіжностей між лінійним і нелінійним розрахунком будівельних конструкцій, що деформуються під впливом навантаження. Нагадується про наявність двох принципово різних процедур, що притаманні проектному розрахунку, а саме:

(i) статичного чи динамічного аналізу поведінки механічної системи, результатом якого є параметри напружено-деформованого стану системи та (ii) оцінки можливого опору елементів системи і конструкції загалом.

Показується, що при використанні лінійного аналізу ці процедури ставлять (відтворюють) зміст незалежних етапів розрахунку, в той час, коли при нелінійного аналізу, вони об'єднуються і взаємно впливають одна на одну.

Звертається увага на особливості, що притаманні лише нелінійному варіанту аналізу, наприклад, таких як:

– неможливість використання стержневих скінченних елементів без роздрібнення довжини стержня на елементарні ділянки;

– виникнення при згині напруги розтягування-стиснення, внаслідок несиметричного розвитку пластичних деформацій по висоті перерізу;

– можливість реалізації екстремальних відкликів системи на проміжних (не екстремальних) значеннях інтенсивності навантаження.

Розглядається проблема визначення граничного стану системи, що відповідає глобальній оцінці несучої здатності. Зважаючи на розрахункові труднощі чисельного аналізу при наближенні системі до стану механізму, пропонується у якості граничного приймати стан, у якому можливості опору системи зменшуються на декілька порядків в порівнянні з початком навантаження. Також звертається увага на випадки, коли граничний стан визначається рівнем деформування системи.

Дається опис головних рис глобального формату безпеки, і надається опис останніх відомих пропозицій щодо глобальної оцінки надійності і відомості про реалізацію цих пропозицій у новій редакції Європейських норм проєктування.

**Ключові слова:** проєктні розрахунки, напружено-деформований стан, глобальний опір, часткові коефіцієнти надійності, норми проєктування.

*Perelmuter A.V.*

### **SOME FEATURES OF NONLINEAR CALCULATIONS IN THE BUILDING DESIGN SYSTEM**

**Abstract.** The work is devoted to the analysis of discrepancies between linear and non-linear calculation of building structures that deform under the influence of load. It is recalled that there are two fundamentally different procedures inherent in the design calculation, namely:

(i) static or dynamic analysis of the behavior of the mechanical system, the result of which are the parameters of the stress-strain state of the system and (ii) assessment of the possible resistance of the system elements and the structure in general.

It is shown that when using linear analysis, these procedures set the content of independent calculation stages, while when using nonlinear analysis, they are combined and mutually influence each other.

Attention is drawn to features inherent only to the non-linear version of the analysis, for example, such as:

- the impossibility of using rod finite elements without crushing the length of the rod into elementary sections;

- the occurrence of tension-compression stress during bending, as a result of asymmetric development of plastic deformations along the cross-section height;

- the possibility of realizing extreme responses of the system at intermediate (not extreme) values of load intensity.

The problem of determining the limit state of the system, which corresponds to the global assessment of the carrying capacity, is considered. Taking into account the computational difficulties of numerical analysis when the system approaches the state of the mechanism, it is proposed to accept the state in which the resistance of the system decreases by several orders of magnitude compared to the beginning of the load. Attention is also drawn to cases where the limit state is determined by the level of deformation of the system.

A description of the main features of the global safety format is given, and a description of the latest known proposals for global reliability assessment and information on the implementation of these proposals in the new edition of the European Design Standards is provided.

**Keywords:** design calculations, stress-strain state, global resistance, partial reliability factors, design cod.

УДК 624.046.5

*Перельмутер А.В. Деякі особливості нелінійних розрахунків у системі проєктування споруд // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 113. – С. 183-194.*

*Робота присвячена аналізу розбіжностей між лінійним і нелінійним розрахунком будівельних конструкцій, що деформуються під впливом навантаження. Нагадується про наявність двох принципово різних процедур, що притаманні проектному розрахунку, а саме: (i) статичного чи динамічного аналізу поведінки механічної системи, результатом якого є параметри напружено-деформованого стану системи та (ii) оцінки можливого опору елементів системи і конструкції загалом.*

Іл. 9. Бібліог. 32 назв.

UDC 624.046.5

*Perelmuter A.V. Some features of nonlinear calculation in the building design system // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2024. – Issue 113. – P. 183-194.*

*The work is devoted to the analysis of discrepancies between linear and non-linear calculation of building structures that deform under the influence of load. It is recalled that there are two fundamentally different procedures inherent in the design calculation, namely: (i) static or dynamic analysis of the behavior of the mechanical system, the result of which are the parameters of the stress-strain state of the system and (ii) assessment of the possible resistance of the system elements and the structure in general.*

Figs. 9. Refs. 32.

**Автор:** доктор технічних наук, головний науковий співробітник HBO SCAD Soft, Перельмутер Анатолій Вікторович  
**Адреса:** 03037, Україна, м. Київ, вул. Освіти, 3а, Науково-виробниче об'єднання з обмеженою відповідальністю SCAD Soft

**Мобільний тел.:** +38 (050) 382-16-25

**E-mail:** AnatolyPerelmuter@gmail.com

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-9537-2728>