

УДК 725

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БАГАТОШАРОВИХ КОНСТРУКЦІЙ З РІЗНИМИ ПРУЖНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ

Г.М. Іванченко¹,
д-р техн. наук, професор

Г.В. Гегун¹,
канд. техн. наук, доцент

І.С. Безклубенко¹,
канд. техн. наук, доцент

А.В. Соломін²,
канд. фіз.-мат. наук, доцент

С.Ю. Гегун¹,
аспірант

¹Київський національний університет будівництва і архітектури,
Проспект Повітряних сил України, 31, м. Київ. 03680

²Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,
проспект Берестейський, 37, м. Київ, Україна. 03056

DOI: 10.32347/2410-2547.2024.113.131-138

Анотація. У статті розглянуті особливості напружено-деформованого стану конструкцій складених з двох і багатошарових елементів. Обґрунтована актуальність використання багатошарових несучих конструкцій в швидкоспоруджуваних захисних спорудах України в умовах можливих ударно-вибухових і вогневих уражень.

Викладена методика інтерполяційних тригонометричних поліномів Лагранжа в змішаних плоских задачах теорії пружності. В задачах теорії пружності для області в умовах площинної постановки відомі дві з чотирьох граничних умов. Запропонована дозвольна система інтегральних рівнянь відносно невідомої пари граничних умов на кожній із сторін області, що розглядається, на основі рішення теореми про взаємність робіт і взаємність переміщень для площини під впливом одиничної сили.

Рішення для кожної із сторін області будуються шляхом розвитку методу коллакації Мультопа-Каландія. Граничні умови знаходяться в результаті вирішення системи інтегральних рівнянь. Особливості на контурі, а саме точки прикладання одиничних сил, злами границь тощо, враховуються додатковими функціями, які вводяться в ядра інтегральних виразів у вигляді співмножників шуканих граничних умов.

Для представлення громіздких функцій переміщень і напружень багатошарових конструкцій у компактному вигляді використовується апарат теорії функцій комплексної змінної, що призводить до компактних виразів, зручних для програмування. Для отримання більш точних рішень і зменшення тривалості роботи комп'ютерних програм, всі звичайні та сингулярні інтегралі, які наведені в роботі, обчислені аналітично, тобто система розв'язуваних інтегральних рівнянь зводиться до системи лінійних алгебраїчних рівнянь з невідомими функціями щільності в точках інтерполяції.

Запропонована математична модель забезпечує універсальність, характерну для загальних числових методів, і дозволяє досліджувати загальний напружено-деформований стан багатошарових конструкцій і локальні ефекти в зонах стикування прошарків з різними пружними властивостями.

Ключові слова: будівля, багатошарова конструкція, бетон, сталефібробетон, навантаження, математична модель, напружено-деформований стан, пружні властивості, переміщення, інтерполяційні поліноми, інтегральні рівняння, контактна задача.

Постановка проблеми і аналіз попередніх досліджень. Використання двошарових і багатошарових конструкцій в будівництві дозволяє зменшувати вагу конструкцій, витрати бетону і сталі, покращувати їх вогнестійкість, водо- і газопроникність, збільшувати міцність, тріщиностійкість, корозійну стійкість тощо. Монолітний багатошаровий залізобетон широко використовують в атомних електростанціях. Стіни споруд АЕС висотою до 15 м завтовшки 600 мм зводять з монолітного залізобетону, а в якості незнімної опалубки використовують збірні плоскі залізобетонні плити завтовшки 70 мм, які залишаються в конструкціях стін споруд після твердіння бетону [1, 3, 17, 18].

В умовах широкомасштабної війни Росії проти України актуальною проблемою є захист населення, працівників підприємств, які продовжують працювати у надскладних та небезпечних умовах та військових від можливих ударно-вибухових і вогневих уражень [2, 6, 7, 12]. Найефективнішим засобом захисту від вогневих уражень крилатих і балістичних ракет є проектування і зведення захисних споруд, які раціонально розміщувати нижче рівня спланованих будівельних майданчиків. Допускається проектувати і зводити швидкосторуджувальні захисні споруди модульного типу (ШСЗСЦЗ), у випадках існуючої забудови населених пунктів, розташовується об'єктів у складних гідрогеологічних умовах тощо [10, 11].

Конструктивні системи і схеми ШСЗСЦЗ модульного типу повинні забезпечувати їх міцність, стійкість, просторову жорсткість, а також герметичність. Рекомендується застосовувати об'ємно-блокову конструктивну систему із залізобетонних об'ємних конструкцій заводського виготовлення, або складену з окремих конструкцій у вигляді коробки з жорсткими вузлами.

Основні несучі конструкції ШСЗСЦЗ повинні витримувати без руйнування всі види статичних і динамічних навантажень і впливів від можливих вибухів і детонації. Вплив ударних і знакозмінних навантажень спричиняє утворення і розкриття тріщин і руйнування конструкцій. Сучасні наукові досягнення в теорії міцності свідчать, що висока конструктивна ефективність будівельного матеріалу досягається створенням композицій з декількох матеріалів, які покращують властивості таких композиційних матеріалів, наприклад, залізобетон і сталевіфібробетон.

В несучих конструкціях будівель і споруд в Україні та за кордоном для підсилення несучої здатності бетонних і залізобетонних конструкцій, зменшення висоти їх поперечних перерізів і ваги використовують зовнішнє армування. В якості зовнішньої арматури використовують сталеві листи або прокатні профілі, які одночасно використовують як незнімну опалубку. Недоліком зовнішнього сталевих армування конструкцій є зменшення вогнестійкості та корозійної стійкості таких конструкцій. Тому пропонується найнапруженіші ділянки несучих конструкцій швидкосторуджуваних захисних споруд підсилювати шарами сталевіфібробетону, який є негорючим матеріалом і корозійностійкий до атмосферних впливів.

Сталевіфібробетон (СФБ) – це композитний матеріал, утворений матрицею з дрібнорозмірного бетону, який підсилений сталевими волокнами довільної орієнтації.

Сталевіфібробетон має ряд переваг у порівнянні з бетоном і залізобетоном, а саме кращий опір утворенню і розвитку тріщин, більшу в'язкість, пружність, вібраційну та ударну витривалість, чинить опір більш високим температурним впливам [8, 9]. Використання СФБ спрощує технологію виготовлення конструкцій через суміщення в єдиний процес армування і виготовлення бетону, його укладання та ущільнення [4, 19].

Для збільшення міцності нормальних і нахилених перерізів, а також зменшення деформативності сталевіфібробетонних конструкцій доцільно використовувати комбіноване армування. В таких випадках наряду з фібрами використовується дротяна, стрижньова ненапружена або попередньо напружена арматура.

Дослідження підтверджують, що міцність сталевіфібробетону на стискання несуттєво перевищує відповідну міцність бетонної матриці [5, 19]. Тому з метою економії сталі в ряді конструкцій захисних споруд, з чітко вираженими стиснутими і розтягнутими зонами які працюють на згинання, позацентрове стискання і позацентрове розтягнення, пропонується вводити сталевіфібробетон тільки в розтягнуті зони конструкцій. При цьому висоту шару сталевіфібробетону можна змінювати в залежності від вимог міцності, тріщиностійкості та деформативності конструкцій.

Для забезпечення сумісної роботи шарів конструкцій з різними механічними характеристиками і виключення розшарування на ділянках контактів між шарами передбачають спіральні випуски з арматурних сіток, установлюють додаткову поперечну арматуру, створюють нерівні поверхні стикування, використовують фіброве армування або склеювання епоксидним клеєм [19].

Для виявлення напружено-деформованого стану в зонах стикування багатшарових несучих конструкцій з різними пружними властивостями необхідно вирішувати одну з основних задач теорії пружності – контактну задачу. Основою в дослідженні контактної проблеми є рішення класичної задачі Герца в 1882 році.

В роботах Ковнеристова Г.Б. [13, 15] за допомогою метода Шварца-Неймана вирішена задача для жорстких вісесиметричних штампів, заглиблених в пружну півплощину за наявності зчеплення та за відсутності тертя по лінії контакту. В роботах [14, 16] наводяться рішення контактної задачі для плоских і вісесиметричних заглиблених штампів нескінченної та скінченної жорсткості при різних граничних умовах і довільних окресленнях поверхонь контакту. Для вирішення таких задач використовується метод інтегральних рівнянь, за допомогою якого з'являється можливість представити напружено-деформований стан внутрішніх точок області, що розглядається, в залежності від граничних умов і навантаження.

Мета публікації полягає в побудові математичної моделі для визначення напружено-деформованого стану багат шарових несучих конструкцій захисних споруд з різними пружними характеристиками на основі використання інтегральних поліномів Лагранжа в змішаних задачах теорії пружності.

Основне дослідження. Для визначення напружено-деформованого стану залізобетонних згинних балок, підслених в розтягнутій зоні шаром сталеві фібробетону, зроблений аналіз з використанням положень теорії пружності. Вирішується основна задача теорії пружності – визначається напружений стан в конструкції, яка знаходиться від впливом заданих зовнішніх навантажень.

Для вирішення задачі прийняті наступні спрощення:

- задача розглядається в умовах плоского напруженого стану, тобто напруги по площадках, які паралельні площині, дорівнюють нулю;
- матеріали всіх прошарків вважаються однорідними;
- змінами товщин в процесі деформації нехтуємо;
- всі тіла обмежені ламаними лініями, які складаються з прямолінійних ділянок;
- контакти між тілами відбувається по контактних дугах при повному зчепленні.

При виводі інтегральних рівнянь контактної взаємодії між тілами користуємося правилом знаків:

- за додатного напрямку руху уздовж дуги тіла, що розглядається, приймається такий напрямок руху, за якого тіло залишається праворуч. При цьому дуги контакту під час обходу сусідніх тіл будуть проходити в протилежному напрямку (рис. 1);

- додатнім напрямком нормалі до дуги є нормаль направлена від тіла;

- додатнім напрямком дотичної до дуги є вектор, отриманий обертанням нормалі на кут $\pi/2$ проти годинникової стрілки;

- додатні напрямки нормальних напружень і переміщень до дуги P_1 і U_1 співпадають з додатніми напрямками нормалі до дуг;

- додатні напрямки тангенціальних напружень і переміщень P_2 і U_2 співпадають з додатніми напрямками дотичної до дуги.

Розглянемо плоску область D , обмежену прямолінійними відрізками – дугами l_k . Точками розділення дуг є кути зламу границь, точки зміни граничних умов і точки прикладання зосереджених сил (рис. 2).

Границя l області D може бути записана наступним чином

$$l = \bigcup_{k=1}^N l_k^q, \quad q = \overline{1,5}.$$

Для компактного представлення невідомих функцій та граничних умов на границі l , а також матриць рішень допоміжних станів введемо функціональний переривник

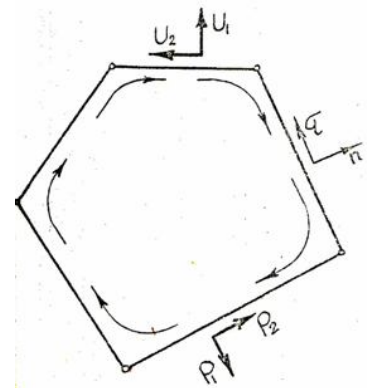


Рис. 1. Додатній напрямок обходу тіла, вектору зусиль і переміщень

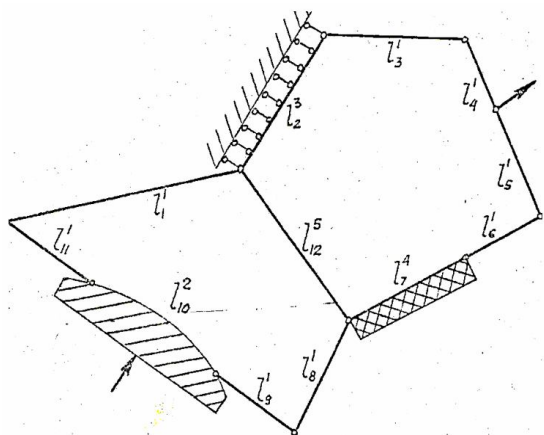


Рис. 2. Багатокутна область D

$$\Gamma_{jk}(s) = \begin{cases} 1, j = q, s \in l_k^q; \\ 0, j \neq q, s \notin l_k^q \end{cases}; \quad j = \overline{1, 5}; k = \overline{1, N}.$$

Таким чином, невідомі функції на границі l можуть бути представлені у загальному вигляді

$$\omega(s) = \sum_{k=1}^N \left\{ \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \Gamma_{1k} + \begin{pmatrix} u_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \Gamma_{2k} + \begin{pmatrix} p_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \Gamma_{3k} + \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \Gamma_{4k} + \begin{pmatrix} u \\ p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \Gamma_{5k} \right\}, \quad (1)$$

де p_1 та p_2 – нормальні та дотичні напруження до l , u_1 та u_2 – нормальні та дотичні переміщення точок l .

Граничні умови задані у вигляді функції $\omega^*(s)$

$$\omega^*(s) = \sum_{k=1}^N \left\{ \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \Gamma_{1k} + \begin{pmatrix} p_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \Gamma_{2k} + \begin{pmatrix} u_1 \\ p_2 \end{pmatrix} \Gamma_{3k} + \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \Gamma_{4k} \right\}. \quad (2)$$

Кожній з дуг l_k відповідає конкретне значення q , яке залежить від вигляду функцій (рис. 2).

Для складання дозвільного інтегрального рівняння розглядаємо умовну площину з

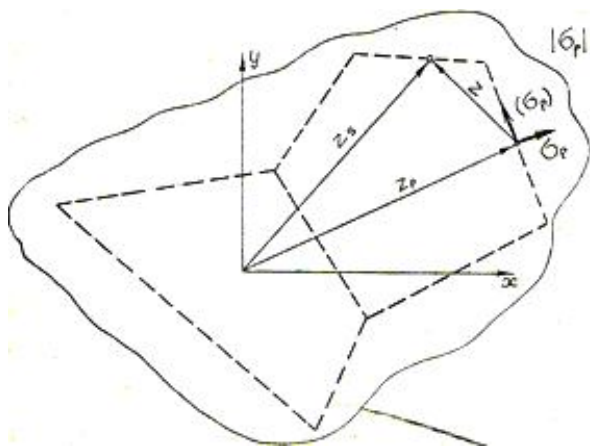


Рис. 3. Умовна площина з пружними сталими тіла D

пружними сталими, що дорівнюють пружним сталим тіла D , яке навантажується в точці t образа границі l одиничним зосередженим впливом, направленим по нормалі або по дотичній до l_k (рис. 3).

Якщо вирізати з пружної площини частину, що відповідає тілу, що розглядається, то воно буде знаходитися під впливом зосередженої сили величиною 0,5, яка прикладена в точці t , і під впливом розподілених уздовж l напружень $P_1(s, t)$ і $P_2(s, t)$ (рис. 4).

Спираючись на теорему Бетті (або на теорему о взаємності робіт), виводиться дозвільне інтегральне рівняння

$$A(t) \cdot \omega(t) + \int_l \omega(s) \cdot S(t, s) ds + \int_l \omega(s) \cdot F(t, s) ds = f(t), \quad (3)$$

де $A(t)$ – матриця, що описує рішення допоміжного стану у випадку, коли точка, в якій визначаються шукані напруження $P_1(s, t)$ і $P_2(s, t)$, збігається з точкою, в якій прикладена зосереджена сила величиною 0,5,

$$A(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \Gamma_{1k}(t) - \frac{1}{2} \Gamma_{2k}(t) + C_1 \Gamma_{3k}(t) + C_1 \Gamma_{4k}(t) + C_1 \Gamma_{5k}(t) & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \Gamma_{1k}(t) - \frac{1}{2} \Gamma_{2k}(t) + C_2 \Gamma_{3k}(t) + C_2 \Gamma_{4k}(t) + C_2 \Gamma_{5k}(t) \end{pmatrix};$$

C_1 і C_2 – нормальна та дотична контактна податливість шару І.Я. Штаермана [20];

$$\left. \begin{aligned} S(t,s) \\ F(t,s) \end{aligned} \right\} = \sum_{k=1}^N \left\{ - \begin{pmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{pmatrix} \Gamma_{1k}(t) - \begin{pmatrix} p_{11} & u_{21} \\ p_{12} & u_{22} \end{pmatrix} \Gamma_{2k}(t) + \begin{pmatrix} u_{11} & u_{21} \\ u_{12} & u_{22} \end{pmatrix} \Gamma_{4k}(t) + \begin{pmatrix} -p_{11} - p_{21} & u_{11} & u_{21} \\ -p_{12} - p_{22} & u_{12} & u_{22} \end{pmatrix} \Gamma_{5k}(t) \right\}; \quad (4)$$

$S(t,s)$ – матриця рішень допоміжного стану, яка має особливості на лінії інтегрування, тобто коли $t, s \in l_k$; $F(t,s)$ – матриця рішень допоміжного стану, яка не має особливості на лінії інтегрування, тобто t і s знаходяться на різних дугах l_k , тобто $t \in l_k, s \in l_m (k \neq m)$.

Права частина системи рівнянь (3) формується аналогічно основній частині рівнянь лише для тіл, на дугах яких задані зовнішні впливи

$$f(t) = A^*(t) \cdot \omega(t) + \int_l \omega^*(s) \cdot S^*(t,s) ds + \int_l \omega^*(s) \cdot F^*(t,s) ds,$$

де

$$A^*(t) = \begin{pmatrix} -C_1 \Gamma_{1k}(t) - C_2 \Gamma_{2k}(t) + \frac{1}{2} \Gamma_{3k}(t) + \frac{1}{2} \Gamma_{4k}(t) & 0 \\ 0 & -C_2 \Gamma_{1k}(t) + \frac{1}{2} \Gamma_{2k}(t) - C_2 \Gamma_{3k}(t) + \frac{1}{2} \Gamma_{4k}(t) \end{pmatrix}; \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} S^*(t,s) \\ F^*(t,s) \end{aligned} \right\} = \sum_{k=1}^N \left\{ - \begin{pmatrix} u_{11} & u_{21} \\ u_{12} & u_{22} \end{pmatrix} \Gamma_{1k}(t) + \begin{pmatrix} -u_{11} & p_{21} \\ -u_{12} & p_{22} \end{pmatrix} \Gamma_{2k}(t) + \begin{pmatrix} p_{11} & -u_{21} \\ p_{12} & -u_{22} \end{pmatrix} \Gamma_{3k}(t) + \begin{pmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{pmatrix} \Gamma_{4k}(t) \right\};$$

$S^*(t,s)$ при $t, s \leq l_k$; $F^*(t,s)$ при $t \in l_k, s \in l_m (k \neq m)$.

Висновки. Для визначення напружено-деформованого стану залізобетонних конструкцій швидко-споруджувальних захисних споруд модульного типу, підсилених у розтягнутій зоні шаром сталевібро-бетону, розв'язувалась контактна задача. Будь-яка крайова задача зі змішаними граничними умовами зводиться до розв'язання інтегральних рівнянь. Побудовано дозвільне інтегральне рівняння для пружної однорідної області шляхом використання фундаментального розв'язання задачі у випадку необмеженої площини з наступним застосуванням теореми взаємності робіт.

У наступних дослідженнях будуть розглянуті питання перетворення системи інтегральних рівнянь в систему алгебраїчних рівнянь і наведені методи їх розв'язання з використанням теорії аналітичних функцій для кусковополіноміальної апроксимації щільностей в Чебишевських точках інтерполяції з урахуванням фізики задачі та можливих особливостей багат шарових конструкцій.

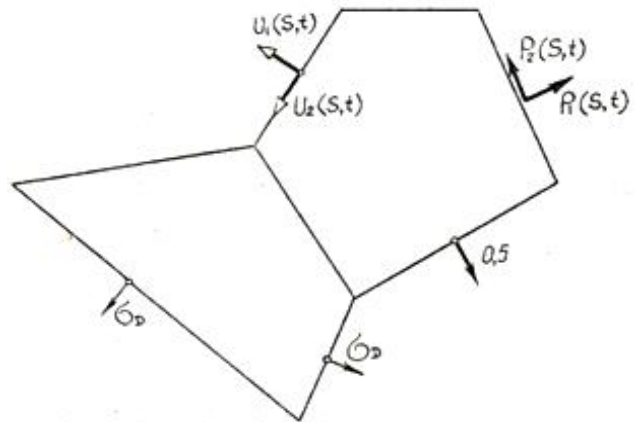


Рис. 4. Допоміжний стан для області D від навантаження $\frac{1}{2}$ зосередженої сили

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гетун Г. В., Куліков П. М., Плоский В. О., Чернишев Д. О. Конструкції будівель і споруд. Книга 2. Нежитлові будівлі. Підручник для вищих навчальних закладів / Гетун Г. В., Куліков П. М., Плоский В. О., Чернишев Д. О. – Кам'янець-Подільський: Друкарня «Рута», 2023. р. – 900 с.: іл.
2. Гетун Г. В., Безклубенко І. С., Соломін А. В., Баліна О. І. Особливості об'ємно-планувальних рішень захисних споруд цивільного захисту // Сучасні проблеми архітектури та містобудування. – 2023. – Вип. 67, с. 216-225.
3. Гетун Г. В., Колякова В. М., Соломін А. В., Безклубенко І. С. Особливості проєктування сталевих сейсмостійких конструкцій висотних будівель // Будівельні конструкції. Теорія і практика. – 2022. – Issue 11, р. 18-31.
4. Getun G., Butsenko Y., Balina O., Bezklubenko I., Solomin A. Дифузійні процеси з накопичувальними характеристиками при експлуатації будівель // Strength of materials and theory of structures. – 2019. – Issue 102, р. 243-251.
5. Getun G., Butsenko Y., Labzhinsky V., Balina O., Bezklubenko I., Solomin A. Situations forecasting and decision-making optimization based on markovs finite chains in areas with industrial pollutants. // Strength of materials and theory of structures. – 2020. – Issue 104, р. 164-174.

6. Гетун Г. В., Колякова В. М., Соломін А. В., Безклубенко І. С. Конструктивні рішення вибухостійких будівель з приміщеннями цивільного захисту населення // Будівельні конструкції. Теорія і практика: Наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 13. – с. 27-35.
7. Гетун Г. В., Баліна О. І., Безклубенко І. С., Ботвіновська С. І., Соломін А. В. Об'ємно-планувальні та конструктивні рішення захисних споруд цивільного захисту населення // Наука та освіта: Наук.-техн. збірник. – XVIII Міжнародної наукової конференції в м. Хайдусобосло, Угорщина, 2024 р. – с. 55-62
8. ДБН В.1.1-7-2016. Технічні норми, правила і стандарти. Загальнотехнічні вимоги до життєвого середовища та продукції будівельного призначення. Захист від небезпечних геологічних процесів, шкідливих експлуатаційних впливів, від пожежі. Пожежна безпека об'єктів будівництва. Загальні вимоги. – К.: Мінрегіонбуд України, 2017. – 41 с.
9. ДБН В.1.2-7-2021 Технічні норми, правила і стандарти. Загальнотехнічні вимоги до життєвого середовища та продукції будівельного призначення. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Основні вимоги до будівель і споруд. Пожежна безпека. – К.: Мінрегіонбуд України, 2022. – 13 с.
10. ДБН В.2.2.5:2023 Технічні норми, правила і стандарти. Об'єкти будівництва та промислової продукції будівельного призначення. Будинки і споруди. Захисні споруди цивільної оборони. – К.: Мінрегіонбуд України, 2022. – 133 с.
11. ДСТУ 9195:2022 Швидкоспоруджувальні захисні споруди цивільного захисту модульного типу. Основні положення. – К.: ДП «Укр НДНЦ», 2023. – 12 с.
12. Іванченко Г. М., Гетун Г. В., Безклубенко І. С., Соломін А. В. Вплив вибухових навантажень на будівлі та споруди цивільного захисту населення // Опір матеріалів і теорія споруд. – К.: КНУБА, 2023. – вип. 111, с. 108-117.
13. Ковнеристов Г. Б. Интегральные уравнения контактной задачи теории упругости для заглубленных штампов // Збірник наукових робіт. – К.: КНУБА, 1962. – вип. 20, с. 200-213.
14. Ковнеристов Г. Б. Взаимодействие штампа и балочной плиты // Опір матеріалів і теорія споруд. – К.: КНУБА, 1975. – вип. 25, с. 165-171.
15. Ковнеристов Г. Б. Кроткая балка на границе упругой полуплоскости // Опір матеріалів і теорія споруд. – К.: КНУБА, 1976. – вип. 28, с. 42-51.
16. Ковнеристов Г. Б., Шишов О. В. Штамп, заглубленный в полуплоскость с переменным модулем упругости // Опір матеріалів і теорія споруд. – К.: КНУБА, 1971. – вип. 15, с. 95-98.
17. Куліков П. М., Плоский В. О., Гетун Г. В. Архітектура будівель та споруд. Книга 5. Промислові будівлі: Підручник для вищих навчальних закладів / Куліков П. М., Плоский В. О., Гетун Г. В. – Кам'янець-Подільський: Видавництво «Рута». 2020 р. – 820 с.: іл.
18. Куліков П. М., Плоский В. О., Гетун Г. В. Конструкції будівель і споруд. Книга 1: Підручник для вищих навчальних закладів / Куліков П. М., Плоский В. О., Гетун Г. В. – К.: Видавництво «Ліра-К». 2021 р. – 820 с.: іл.
19. Лисенко Є. Ф., Гетун Г. В. Проктування сталевібробетонних конструкцій: Навчальний посібник / Лисенко Є. Ф., Гетун Г. В. – К.: УМК ВО. 1989 р. – 184 с.
20. Штатерман І. Я. Контактна задача теорії пружності. М.: Л.: Гостезиздат, 1949 р. – 270 с.

REFERENCES

1. Getun G.V., Kulikov P.M., Plosky V.O., Chernyshev D.O. Konstruktsiyi budivel i sporud. Knhyha 2. Nezhytlovi budivli. (Structures of buildings and structures. Book 2. Non-residential buildings). Textbook for higher educational institutions / Getun G. V., Kulikov P. M., Plosky V. O., Chernyshev D. O. – Kamianets-Podilskyi: «Ruta», 2023 – 900 p.: ill.
2. Getun G.V., Bezklubenko I.S., Solomin A.V., Balina O.I. Osoblyvosti ob'yemno-planuvalnykh zakhysnykh sporud tsyvilnoho zakhystu. (Peculiarities of volume-planning decisions of protective structures of civil defense) // Modern problems of architecture and urban planning. – 2023. – Issue 67, p. 216-225.
3. Getun G. V., Kolyakova V. M., Solomin A. V., Bezklubenko I. S. Osoblyvosti proyektuvannya stalevykh seysmostiyykh vysotnykh budivel. (Design features of steel earthquake-resistant structures of high-rise buildings) // Building constructions. Theory and practice. – 2022. – Issue 11, p. 18-31.
4. Getun G.V., Butsenko Y., Balina O., Bezklubenko I., Solomin A. Dyfuziyni protsesy z nakopychuvannykh kharakterystykamy pry ekspluatatsiyi budivel. (Diffusion processes with accumulative characteristics during the operation of buildings) // Strength of materials and theory of structures. – 2019. – Issue 102, p. 243-251.
5. Getun G.V., Butsenko Y., Labzhinsky V., Balina O., Bezklubenko I., Solomin A. Prohnozuvannya sytuatsiy ta optymizatsiya pryunyattya rishen na osnovi kintsevykh lantsyuhiv Markova v zonakh promyslovoho zabrudnennya. (Prediction of situations and optimization of decision-making based on finite Markov chains in industrial pollution zones) // Strength of materials and theory of structures. – 2020. – Issue 104, p. 164-174.
6. Getun G.V., Kolyakova V.M., Solomin A.V., Bezklubenko I.S. Konstruktyvni rishennya vybukhostiyykh budivel z prymishchennamy tsyvilnoho zakhystu naselennya. (Structural solutions of explosion-proof buildings with premises for civil protection of the population) // Building structures. Theory and practice: Science and technology. collection. - K.: KNUBA, 2023. – Issue 13. – p. 27-35.
7. Getun G. V., Balina O. I., Bezklubenko I. S., Botvinovska S. I., Solomin A. V. Oob'yemno-planuvalni ta konstruktyvni rishennya sporud tsyvilnoho zakhystu naselennya. (Volumetric planning and constructive solutions of protective structures of civil protection of the settlement) // Nauka and education: Scientific and technical collector – XVIII International Scientific Conference in Hajdusoboszló, Hungary, 2024 – p. 55-62
8. ДБН В.1.1-7-2016. Технічні норми, правyla I standarty. Zahalnotekhnichni vymohy do zhyttevoho seredovyscha ta produktyi budivelnogo pryznachennya. Zakhyst vid nebezpechnykh heolohichnykh protsesiv, shkidlyvykh ekspluatatsiynykh vplyviv, vid pozhehzi. Pozhezna bezpeka ob'yektiv budivnytstva. Zahalni vymihy. (Technical regulations, rules and standards. General technical requirements for the living environment and construction products. Protection from unsafe geological processes, harmful operational influences, and fire. Fire safety of construction sites. General requirements). – K.: Ministry of Regional Development of Ukraine, 2017. – 41 p.
9. ДБН В.1.2-7-2021. Технічні норми, правyla I standarty. Zahalnotekhnichni vymohy do zhyttevoho seredovyscha ta produktyi budivelnogo pryznachennya. Sistema zabezpechennya nadiynosti ta bezpeky budivelnnykh ob'yektiv. Osnovni vymohy do budivel i sporud. Pozhezna bezpeka. (Technical regulations, rules and standards. General technical requirements for the living environment and construction products. A system for ensuring the reliability and safety of construction objects.

- Basic requirements for buildings and structures. Fire Security). - K.: Ministry of Regional Construction of Ukraine, 2022. – 13 p.
10. DBN V.2.2.5:2023. Tekhnichni normy, pravyla I standarty. Ob'yekty budivnytstva ta promyslova produktsiya budivelnogo pryznachennya, Budynky, sporudy. Zakhysni sporudy tsyvilnoho oborony. (Technical regulations, rules and standards. Construction objects and industrial products for construction purpose. Buildings and structures. Protective structures of civil defense). - K.: Ministry of Regional Construction of Ukraine, 2022. – 133 p.
 11. DSTU 9195:2022. Shvydkosporudzhuvani zakhysni sporudy tsyvilnoho zakhystu modulnoho typu. Osnovni polozhennya. (Quick-build protective structures of modular civil protection. Substantive provisions). – K.: SE "Ukr NDNC", 2023. – 12 p.
 12. *Ivanchenko G. M., Getun G. V., Bezklubenko I. S., Solomin A. V.* Vplyv vybukhovyykh navantazhen na budivli ta sporudy tsyvilnoho zakhystu naselelnya. (Impact of explosive loads on buildings and structures of civil protection of the population) // Strength of Materials and Theory of Structures. – 2023. – issue 110, p. 108-117.
 13. *Kovneristov G.B.* Integralnyye uravneniya kontaktnoy zadachi teorii uprugosti dlya zaglublennykh shtampov. (Integral equations of the contact problem of the theory of elasticity for sunken stamps) // Collection of scientific works. – K.: KNUBA, 1962. –issue 20, p. 200-213.
 14. *Kovneristov G.B.* Vzaimodeystviye shtampa i balochnoy plity. (The interaction of a stamp and a beam plate). // Resistance of materials and theory of structures. – K.: KNUBA, 1975. –issue 25, p. 165-171.
 15. *Kovneristov G.B.* Korotkaya balka na granitse uprugoy poluploskosti. (A gentlebeamon the boundary of an elastic half-plane). // Resistance of materials and theory of structures. – K.: KNUBA, 1976. –issue 28, p. 42-51.
 16. *Kovneristov G.B., Shishov O.V.* Shtamp, zaglublenny v poluploskost s peremennym module uprugosti. (A stamp embedded in a half-plane with a variable modulus of elasticity) // Resistance of materials and theory of structures. - K.: KNUBA, 1971. –issue 15, p. 95-98.
 17. *Kulikov P.M., Plosky V.O., Getun G.V.* Arkhitektura budivel ta sporud. Knyha 5. Promyslovi budivli. (Architecture of buildings and structures Book 5. Industrial buildings)/Text book for higher educational institutions / Kulikov P. M., Plosky V. O., Getun G. V. – Kamianets-Podilskyi: «Lira-K», «Ruta», 2020 – 820 pp.: il.
 18. *Kulikov P. M., Plosky V. O., Getun G. V.* Konstruktsiyi budivel I sporud. Knyha 2. (Constructions of buildings and structures Book 1: Textbook for higher educational institutions) / Kulikov P. M., Plosky V. O., Getun G. V. – Kamianets-Podilskyi: «Lira-K», «Ruta», 2021 – 880 pp.: il.
 19. *Lysenko E. F., Getun G. V.* Proyektuvannya stalefibrobetonnykh konstruktsiy. (Design of steel fiber concrete structures). Training manual / Lysenko Y. F., Getun G.V. – K.: UMK VO. 1989 – 184 p.
 20. *Shtyerman I. Y.* Kontaktna zadacha teorii pruznosti. (The contact problem of the theory of elasticity). M.: L.: Gostehizdat, 1949. –270 p.

Стаття надійшла 29.07.2024

Ivanchenko G.M., Getun G.V., Bezklubenko I.S., Solomin A.V., Getun S.Yu.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БАГАТОШАРОВИХ КОНСТРУКЦІЙ З РІЗНИМИ ПРУЖНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ

У статті розглянуті особливості напружено-деформованого стану конструкцій складених з двох і багатошарових елементів. Обґрунтована актуальність використання багатошарових несучих конструкцій в швидкоспоруджуваних захисних спорудах України в умовах можливих ударно-вибухових і вогневих уражень.

Викладена методика інтерполяційних тригонометричних поліномів Лагранжа в змішаних плоских задачах теорії пружності. В задачах теорії пружності для області в умовах площинної постановки відомі дві з чотирьох граничних умов. Запропонована дозвільна система інтегральних рівнянь відносно невідомої пари граничних умов на кожній із сторін області, що розглядається, на основі рішення теореми про взаємність робіт і взаємність переміщень для площини під впливом одиначної сили.

Рішення для кожної із сторін області будуються шляхом розвитку методу коллакації Мультипа-Каландія. Граничні умови знаходяться в результаті вирішення системи інтегральних рівнянь. Особливості на контурі, а саме точки прикладання одиначних сил, злами границь тощо, враховуються додатковими функціями, які вводяться в ядра інтегральних виразів у вигляді співмножників шуканих граничних умов.

Для представлення громіздких функцій переміщень і напружень багатошарових конструкцій у компактному вигляді використовується апарат теорії функцій комплексної змінної, що призводить до компактних виразів, зручних для програмування. Для отримання більш точних рішень і зменшення тривалості роботи комп'ютерних програм, всі звичайні та сингулярні інтегралі, які наведені в роботі, обчислені аналітично, тобто система розв'язуваних інтегральних рівнянь зводиться до системи лінійних алгебраїчних рівнянь з невідомими функціями щільності в точках інтерполяції.

Запропонована математична модель забезпечує універсальність, характерну для загальних числових методів, і дозволяє досліджувати загальний напружено-деформований стан багатошарових конструкцій і локальні ефекти в зонах стикування прошарків з різними пружними властивостями.

Ключові слова: будівля, багатошарова конструкція, бетон, staleфіробетон, навантаження, математична модель, напружено-деформований стан, пружні властивості, переміщення, інтерполяційні поліноми, інтегральні рівняння, контактна задача.

Ivanchenko G.M., Getun G.V., Bezklubenko I.S., Solomin A.V., Getun S.Y.

MATHEMATICAL MODEL OF THE STRESS-STRAIN STATE OF MULTILAYERED STRUCTURES WITH DIFFERENT ELASTIC PROPERTIES

The article examines the features of stress-strain state of structures made of two and multilayer elements. The relevance of use of multi-layer load-bearing structures in rapidly constructed protective structures in Ukraine under conditions of possible shock-explosive and fire damage is justified.

The method of interpolating trigonometric Lagrange polynomials in mixed plane problems of the elasticity theory is described. In the problems of elasticity theory for the region under conditions of planar setting, two of the four boundary conditions are known. It is proposed permissive system of integral equations relative to an unknown pair of boundary conditions on each side of the area

under consideration, based on the solution of theorem on reciprocity of work and reciprocity of displacements for a plane under the influence of a unit force.

Solutions for each of the sides of region are built by developing the Multopa-Kalandia collocation method. The boundary conditions are the result of solving the system of integral equations. Features on the contour, namely points of application of unit forces, boundary breaks, etc., are taken into account by additional functions that are introduced into the kernels of integral expressions in the form of coefficients of the required boundary conditions.

To represent the cumbersome functions of movements and stresses of multilayer structures in a compact form, the apparatus of the theory of functions of a complex variable is used, which leads to compact expressions that are convenient for programming. To obtain more accurate solutions and reduce the duration of computer programs, all ordinary and singular integrals given in the work are calculated analytically, that is, the system of integral equations to be solved is reduced to a system of linear algebraic equations with unknown density functions at the interpolation points.

The proposed mathematical model provides the universality inherent in general numerical methods and allows to study the general stress-strain state of multilayer structures and local effects in zones of junction of layers with different elastic properties.

Keywords: building, multi-layer construction, concrete, reinforced concrete, load, mathematical model, stress-strain state, elastic properties, displacement, interpolation polynomials, integral equations, contact problem.

УДК 539.4

Іванченко Г.М., Гетун Г.В., Безклубенко І.С., Соломін А.В., Гетун С.Ю. Математична модель напружено-деформованого стану багатосарових конструкцій з різними пружними властивостями // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 113. – С. 131-138.

Табл. 0. Іл. 4. Бібліогр. 20 назв.

UDC 539.4

Ivanchenko G.M., Getun G.V., Bezklubenko I.S., Solomin A.V., Getun S.Y. Mathematical model of the stress-strain state of multilayered structures with different elastic properties // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-& Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2024. – Issue 113. – P. 131-138.

Tabl. 0. Fig. 4. Ref. 20.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор кафедри будівельної механіки КНУБА ІВАНЧЕНКО Григорій Михайлович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних Сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий телефон+38(044)245-44-32

E-mail: ivgm61@gmail.com

Номер ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1172-2845>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, професор кафедри архітектурних конструкцій КНУБА ГЕТУН Галина В'ячеславівна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних Сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий телефон+38(044)245-55-37

E-mail: GalinaGetun@ukr.net

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-3317-3456>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри ІТШІМ КНУБА БЕЗКЛУБЕНКО Ірина Сергіївна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних Сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий телефон +38(044)245-04-02

E-mail: i.bezklubenko@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9149-4178>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри біобезпеки і здоров'я людини НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» СОЛОМІН Андрій Вячеславович

Адреса робоча: 03056 Україна, м. Київ, проспект Берестейський 37, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Робочий телефон+38(044)236-79-89

E-mail: andr-sol@i.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-5226-8813>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): аспірант кафедри будівельної механіки Гетун Сергій Юрійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних Сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

E-mail: sgetun@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0009-0001-2269-7035>