

УДК 539.3

## ДИНАМІКА ШАРУВАТИХ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

**В.В. Гайдайчук,**

д-р техн. наук

**К.Е. Котенко,**

канд. техн. наук

**А.М. Мамедов,**

канд. техн. наук

*Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ  
03037, м. Київ, Україна, проспект Повітряних Сил, 31*

DOI: 10.32347/2410-2547.2024.113.99-107

Досліджені особливості коливального процесу несучих шарів тришарових конічних оболонок в залежності від зміни геометричних і фізико-механічних характеристик матеріалу їх несучих шарів при різних властивостях матеріалу полімерного заповнювача структури.

Враховуючи відмінність параметрів матеріалу несучих шарів і відстань між армуючими ребрами структури, перевищуючу величину їх перетину, в дослідженнях використана модель зевуної теорії оболонок і стержнів С.П. Тимошенка.

Виконано скінченно-елементне моделювання і здійснені чисельні розрахунки нормальних прогинів  $u_3$  і нормальних напружень  $\sigma_{22}$  несучих шарів структури, визначаючих її напружено-деформований стан.

Оцінено вплив пружності полімерного заповнювача на динамічну поведінку тришарових конічних оболонок.

**Ключові слова:** тришарова конічна оболонка, дискретність полімерного заповнювача, несучий шар, нестационарне навантаження, скінченно-елементна модель.

### Вступ

Поширене використання шаруватих оболонкових структур конічної форми в багатьох сучасних галузях техніки підтверджують матеріали ряду досліджень авторів [1-5]. Використання цих конструкцій в авіа-, ракето-, машинобудуванні, підводних апаратах, атомній енергетиці, промисловому і цивільному будівництві свідчать про їх значимість і відповідальність.

Необхідність використання цілого ряду часом суперечливих вимог, що ставляться до оболонкових структур призводить до ідеї розробки багат шарових конічних оболонкових конструкцій, в яких кожен шар може виконувати декілька функцій, і при цьому окремі шари структури можуть відрізнятися як за фізико-механічними властивостями, так і за товщиною. Тому чисельні рішення задач динаміки таких структур з використанням незалежного підходу в розрахунках кожного окремого шару структури сприяють вирішенню цієї проблеми. Такий підхід ґрунтується на використанні теорії оболонок і стержнів С. П. Тимошенка [6] і враховує незалежні статичні і кінематичні гіпотези до кожного шару структури, а самі чисельні розрахунки доцільно виконувати скінченно-елементним методом [7].

### Постановка задачі

Ілюстрацією може бути постановка і розв'язання задачі динамічного деформування конічної шаруватої оболонки. Одним із її варіантів може бути визначення НДС тришарової оболонки, яка представляє собою пружну структуру, що складається (рис. 1) з внутрішнього (1) і зовнішнього (3) несучих шарів, полімерного заповнювача (2), армованого

Розподіл імпульсного навантаження  $P_3$  здійснювався:

$$P_3 = A \cdot \sin \frac{\pi t}{T} [\eta(t) - \eta(t - T)], \quad (1)$$

де  $A$  – амплітуда навантаження;  $T$  – тривалість імпульсу навантаження;  $\eta(t)$  – функція Хевісайда.

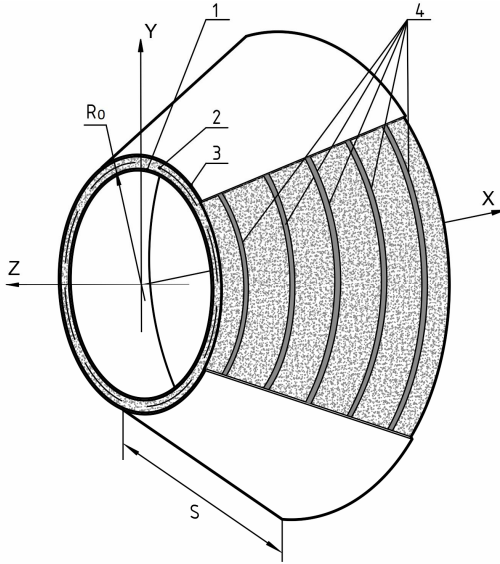


Рис. 1. Конструкція тришарової оболонки: 1 – внутрішній шар; 2 – заповнювач; 3 – зовнішній шар; 4 – армуючі ребра

В розрахунках приймалося  $A = 10^6$  Па;  $T = 50 \cdot 10^{-6}$  Па.

Рівняння коливань несиметричної тришарової конічної оболонки з легким дискретно-симетричним заповнювачем, армованим дискретними ребрами мають наступний вигляд[8]:

$$\cos \alpha \frac{\partial T_{11}^i}{\partial s} + \frac{T_{13}^i}{R_{is}} - \frac{4}{h_i^2} M_{13}^i = \rho_i h_i \frac{\partial^2 u_1^i}{\partial t^2},$$

$$\cos \alpha \frac{\partial M_{11}^1}{\partial s} - T_{13}^1 + \frac{2h_i}{h_i^2} M_{13}^1 = \rho_i \frac{h_i^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1^i}{\partial t^2},$$

$$\cos \alpha \frac{\partial T_{13}^i}{\partial s} - \frac{T_{11}^i}{R_{is}} - \frac{1}{R_{is} h_i} M_{11}^i + \frac{1}{h_i} \frac{\partial M_{13}^i}{\partial x}$$

$$-(1 \pm \frac{h_i}{2R_{is}}) P_i = \rho_i h_i \frac{\partial^2 u_{02}^i}{\partial t^2}, \quad i = 1, 2,$$

$$\cos \alpha \frac{\partial T_{11}^t}{\partial s} + \frac{1}{R_{ts}} (T_{11}^t - T_{13}^t) + \frac{8}{h_t^2} M_{13}^t = \rho_t h_t \frac{\partial^2 u_{10}^t}{\partial t^2},$$

$$\cos \alpha \frac{\partial M_{11}^t}{\partial s} - T_{13}^t + \frac{1}{R_{ts}} M_{13}^t = \rho_t h_t \frac{\partial^2 u_{11}^t}{\partial t^2},$$

$$\cos \alpha \frac{\partial T_{13}^t}{\partial s} - \frac{1}{R_{ts}} T_{11}^t = \rho_t h_t \frac{\partial^2 u_{30}^t}{\partial t^2},$$

$$[T_{11}]_j + \frac{1}{A_2} \frac{\partial^2 T_{21j}}{\partial \alpha_2} = \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{1j}}{\partial t^2}, [T_{13}]_j = \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{3j}}{\partial t^2}, [M_{11}]_j = \rho_j I_{krj} \frac{\partial^2 \varphi_{1j}}{\partial t^2}. \quad (2)$$

На лініях розривів в рівняннях коливань (2)  $[T_{11}]_j, [T_{13}]_j, [M_{11}]_j$  – відповідають зусиллям–моментом, які діють на  $j$ -й дискретний елемент з боку несучих шарів.

Співвідношення між величинами зусиль–моментів та відповідними величинами деформацій мають вигляд

$$T_{11}^t = B_{11}^k (\varepsilon_{11}^k + \nu_2^k \varepsilon_{22}^k); T_{22}^k = B_{11}^k (\varepsilon_{11}^k + \nu^k \varepsilon_{11}^k), T_{13}^k = B_{13}^k \varepsilon_{13}^k, M_{11}^k = D_{11}^k (k_{11}^t + \nu_2^k k_{22}^k),$$

$$M_{22}^k = D_{22}^k (k_{22}^t + \nu_1^k k_{11}^k), T_{22j} = B_{22j} \varepsilon_{22j}. \quad (3)$$

Співвідношення між величинами деформацій та величинами узагальнених векторів переміщень записуються у вигляді:

$$\varepsilon_{11}^k = \frac{\partial u_1^k}{\partial s}, \varepsilon_{22}^k = \frac{\sin \alpha}{R_k} u_1^k + \frac{\cos \alpha}{R_k}; \varepsilon_{13}^k = \varphi_1^k + \frac{\partial u_3^k}{\partial s},$$

$$k_{11}^k = \frac{\partial \varphi_1^k}{\partial s}, k_{22}^k = \frac{\sin \alpha}{R_k} \varphi_1^k. \quad (4)$$

Рівняння коливань (2) доповнюються відповідними граничними та початковими умовами.

**Результати розрахунку.** Враховуючи неоднаковість властивостей матеріалів суміжних шарів досліджуваної неоднорідної оболонкової структури задачі її динамічного аналізу розв'язувалися скінченно-елементним методом. Для виконання розрахунків була створена скінченно-елементна модель структури, приведена на рис. 2.

Скінченно-елементна модель створювалася з використанням тривимірного об'ємного скінченного елемент типу *Solid*, який по критеріям якості: звуженню і викривленню, внутрішнім кутам та інших показниках, відповідав вимогам забезпечення розрахункової сітки

на скінченно-елементному рівні [9]. Модель тришарової конічної структури налічувала у внутрішній несучій оболонці 11232 елементів, у зовнішній – 11232, а в армуючих ребрах – 1440. Кількість скінченних елементів легкого заповнювача дорівнювала 9792. Загальна кількість скінченних елементів у моделі складала 33696 елементів і 39817 вузлів.

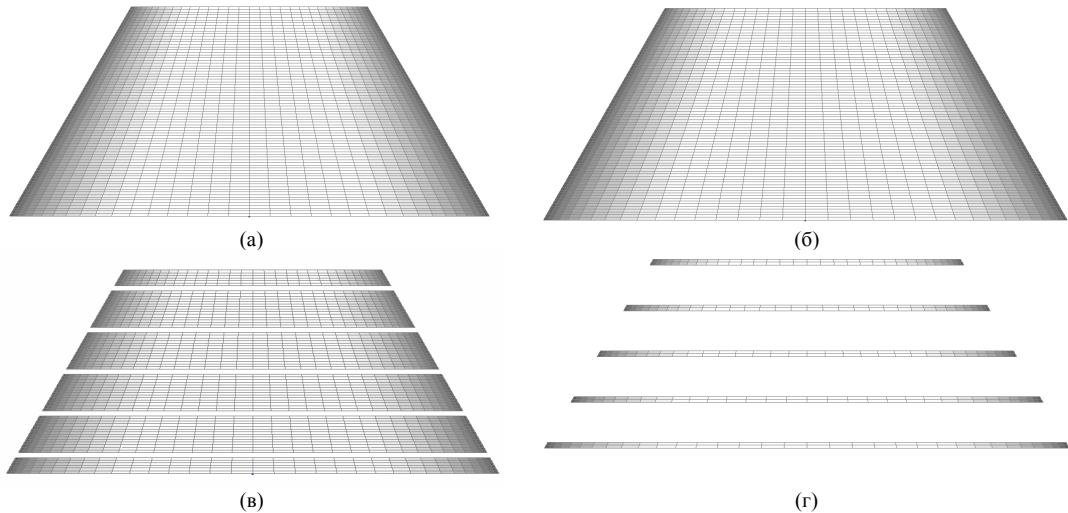


Рис. 2. Скінченно-елементна модель тришарової конічної оболонки: (а) - внутрішня несуча оболонка; (б) - зовнішня несуча оболонка; (в) – армуючі ребра; (г) - легкий заповнювач

Дискретні ребра розташовувалися в наступних точках

$$s_j = [6 + (k - 1)16] \cdot \Delta s, \quad k = \overline{1,5}, \Delta s = (s_N - s_0) / 80, \quad (s_N - s_0) = 0,39 \text{ м.}$$

Розглянемо три випадки динамічної поведінки тришарової конічної оболонки при нестационарному навантаженні в часовому інтервалі  $0 \leq t \leq 40T$ . Кожен з цих випадків включає два варіанти чисельних розрахунків показників напружено-деформованого стану при різних фізико-механічних параметрах легкого заповнювача: перший  $E_1/E_t = 500$  і другий  $E_1/E_t = 50$ .

У першому випадку структура задавалась з наступними геометричними і фізико-механічними параметрами:  $h_1 = h_2 = 0,002 \text{ м}$ ,  $S_N = 0,39 \text{ м}$ ,  $R_0 = 0,205 \text{ м}$ ,  $R_0/h_1 = 102,5$ ,  $H_j/h_1 = 10$ ,  $\alpha = \pi/6$ ,  $F_j = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ , модулі пружності несучих шарів і армуючих ребер  $E_1^1 = E_1^2 = E_j = 7 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ , коефіцієнт Пуассона  $\nu_1^1 = \nu_1^2 = \nu_j = 0,33$ ,  $\rho_1 = \rho_2 = \rho_j = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

Параметри для легкого заповнювача були наступні: модуль пружності  $E_t = 1,4 \cdot 10^8 \text{ Па}$  і  $E_t = 1,4 \cdot 10^9 \text{ Па}$ , коефіцієнт Пуассона  $\nu_t = 0,3$ , щільність  $\rho_t = 25 \text{ кг/м}^3$ .

Таким чином досліджувались конічні тришарові оболонки з легким заповнювачем, навантажені внутрішнім імпульсним тиском  $P_3$ .

Розрахунки максимальних величин нормальних прогинів  $u_3$  і нормальних напружень  $\sigma_{22}$  в серединній поверхні несучих шарів оболонки були проведені у програмно-розрахунковому комплексі *Nastran* алгоритмом прямого перехідного динамічного процесу. Отримані результати представлені на рис. 3 - рис. 8.

На рис. 3, а у наведеному масштабі показані порівняльні графіки максимальних прогинів коливальних процесів у серединних поверхнях несучих шарів від просторової координати  $x$  в момент часу  $t = 7,35T$  (у цей момент величини досягають максимального значення в розрахунковому інтервалі часу  $t$ ). Крива з індексом 1 відповідає прогину  $u_3^1$  внутрішнього шару, а з індексом 2 -  $u_3^2$  зовнішнього шару.

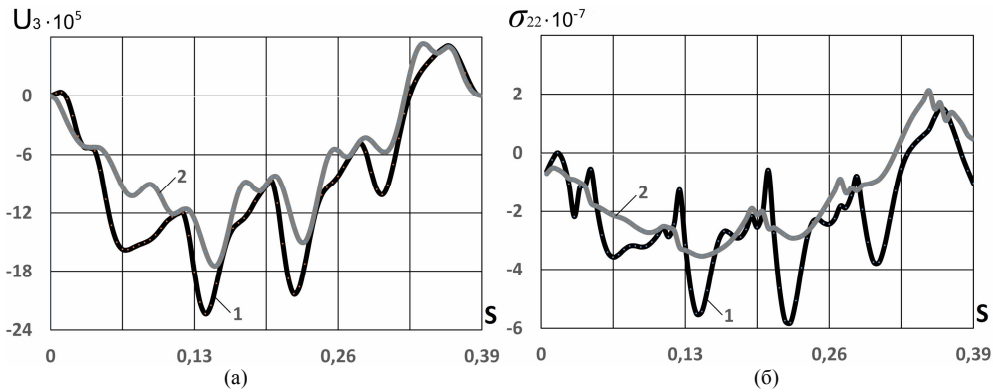


Рис. 3. Максимальні прогини  $u_3^1, u_3^2$  і напруження  $\sigma_{22}^1, \sigma_{22}^2$  в серединній поверхні несучих шарів при  $E_{1,2}/E_t = 500$

Дискретність розміщення армуючих ребер візуально спостерігається на рисунку - це ділянки максимального зближення кривих з індексами 1 і 2.

Перші п'ять власних частот цієї тришарової структури становлять:  $f_1 = 1142.621$  Гц,  $f_2 = 1144.175$  Гц,  $f_3 = 1276.164$  Гц,  $f_4 = 1279.553$  Гц,  $f_5 = 1309.455$  Гц.

На рис. 3, б наведені порівняльні графіки максимальних напружень  $\sigma_{22}^1(I)$ ,  $\sigma_{22}^2(2)$  в серединних поверхнях несучих шарів від просторової координати  $x$  в момент часу  $t = 7,35T$  (у цей момент величини досягають максимального значення в розрахунковому інтервалі часу  $0 \leq t \leq 40T$ ).

На рис. 4, а наведено порівняльні графіки максимальних прогинів коливальних процесів у серединних поверхнях несучих шарів від просторової координати  $x$  в момент часу  $t = 6,75T$  (у цей момент величини досягають максимального значення).

На рис. 4, б наведені порівняльні графіки максимальних напружень  $\sigma_{22}^1(I)$ ,  $\sigma_{22}^2(2)$  в цей же момент часу.

Перші п'ять власних частот даної тришарової структури становлять:  $f_1 = 1423.707$  Гц,  $f_2 = 1424.553$  Гц,  $f_3 = 1505.131$  Гц,  $f_4 = 1505.799$  Гц,  $f_5 = 1640.957$  Гц.

З аналізу чисельних результатів напружено-деформованого стану в серединних поверхнях оболонкової структури однорідної симетричної конструкції в першому випадку (рис. 3, а, 4, а) максимальні прогини внутрішнього шару  $u_3^1$  у варіанті співвідношення  $E_1/E_t = 500$  перевищили аналогічні прогини  $u_3^1$  структури при співвідношенні  $E_1/E_t = 50$  на 21%, а максимальні прогини  $u_3^2$  зовнішнього шару при відповідних варіантах – були майже однакові.

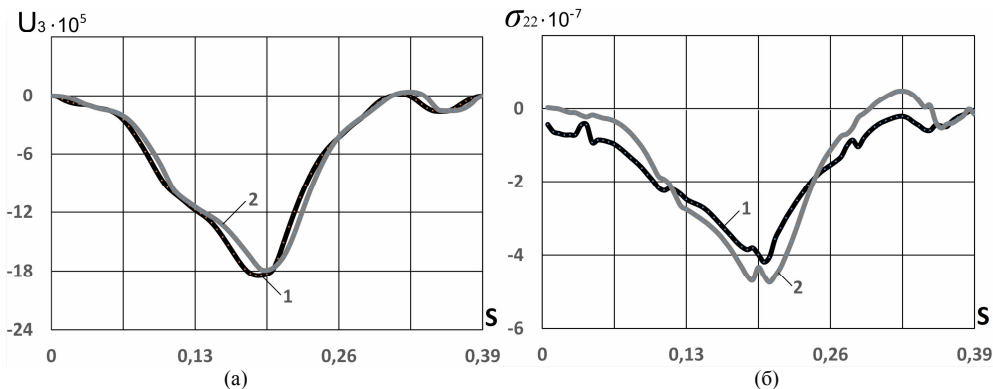


Рис. 4. Максимальні прогини  $u_3^1, u_3^2$  і напруження  $\sigma_{22}^1, \sigma_{22}^2$  в серединній поверхні несучих шарів при  $E_{1,2}/E_t = 50$

В той же час (рис. 3,б, 4,б) і максимальні величини нормального напруження внутрішнього шару  $\sigma_{22}^1$  у варіанті співвідношення  $E_1/E_t = 500$  були меншими аналогічних напружень  $\sigma_{22}^1$  структури при співвідношенні  $E_1/E_t = 50$  майже в 2,4 рази, а максимальні напруження  $\sigma_{22}^2$  зовнішнього шару при розгляді відповідних варіантів цього випадку були більшими приблизно в 1,5 рази.

У другому випадку при незмінній геометрії, структура оболонки мала наступні фізико-механічні параметри:  $h_1=h_2=0,002\text{м}$ ,  $S_N=0,39\text{м}$ ,  $R_0=0,205\text{м}$ ,  $R_0/h_1=102,5$ ,  $H_j/h_1=10$ ,  $\alpha=\pi/6$ ,  $F_j=2\cdot 10^{-4}\text{м}^2$ , модулі пружності несучих шарів і армуючих ребер  $E_1^1=2,1\cdot 10^{11}\text{Па}$ ,  $E_1^2=E_j=7\cdot 10^{10}\text{Па}$ , коефіцієнт Пуассона  $\nu_1^1=\nu_1^2=\nu_j=0,33$ ,  $\rho_1=7,8\cdot 10^3\text{кг/м}^3$ ,  $\rho_2=\rho_j=2,7\cdot 10^3\text{кг/м}^3$ . Параметри для легкого заповнювача були наступні: модуль пружності  $E_t=1,4\cdot 10^8\text{Па}$  і  $E_t=1,4\cdot 10^9\text{Па}$ , коефіцієнт Пуассона  $\nu_t=0,3$ , щільність  $\rho_t=25\text{кг/м}^3$ .

На рис. 5, а зображені порівняльні графіки максимальних прогинів коливальних процесів у серединних поверхнях несучих шарів від просторової координати  $x$  в момент досягнення максимального значення в розрахунковому інтервалі часу при  $t=2,2T$ .

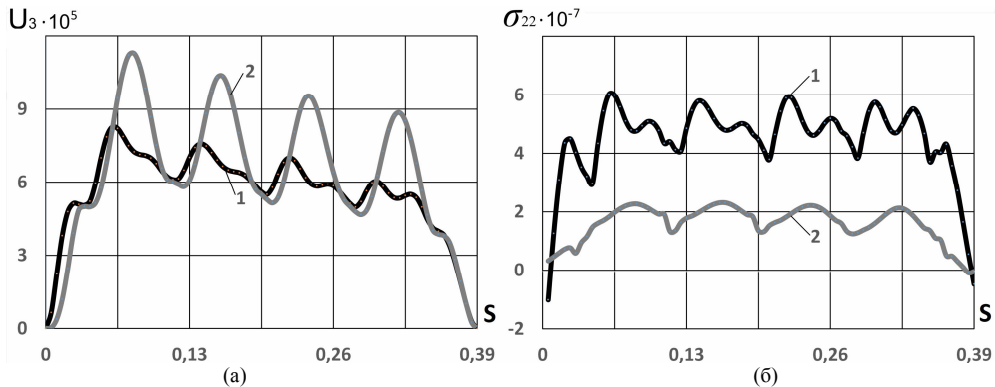


Рис. 5. Максимальні прогини  $u_3^1$ ,  $u_3^2$  і напруження  $\sigma_{22}^1$ ,  $\sigma_{22}^2$  в серединній поверхні несучих шарів при  $E_2/E_t = 500$

В цьому варіанті співвідношення модулів пружності складає  $E_2/E_t = 500$ . Крива з індексом 1 відповідає прогину  $u_3^1$  внутрішнього шару, а з індексом 2 -  $u_3^2$  зовнішнього шару. Перші п'ять власних частот даної тришарової структури становлять:  $f_1=1201.382\text{ Гц}$ ,  $f_2=1203.643\text{ Гц}$ ,  $f_3=1307.157\text{ Гц}$ ,  $f_4=1307.323\text{ Гц}$ ,  $f_5=1380.205\text{ Гц}$ .

На рис. 5, б наведені порівняльні графіки максимальних напружень  $\sigma_{22}^1(1)$ ,  $\sigma_{22}^2(2)$  в серединних поверхнях несучих шарів від просторової координати  $x$  в момент часу  $t=2,2T$ .

На рис. 6а наведені графіки максимальних прогинів коливальних процесів у серединних поверхнях несучих шарів від просторової координати  $x$  в момент часу  $t=10,35T$ .

В цьому варіанті співвідношення модулів пружності складає  $E_2/E_t = 50$ .

На рис. 6, б наведені графіки максимальних напружень  $\sigma_{22}^1(1)$ ,  $\sigma_{22}^2(2)$  в серединних поверхнях несучих шарів від просторової координати  $x$  в момент часу  $t=10,35T$ .

Перші п'ять власних частот даної тришарової структури становлять:  $f_1=1426.881\text{ Гц}$ ,  $f_2=1427.339\text{ Гц}$ ,  $f_3=1551.816\text{ Гц}$ ,  $f_4=1555.165\text{ Гц}$ ,  $f_5=1594.093\text{ Гц}$ .

Аналізуючи отримані чисельні результати показників напружено-деформованого стану в серединних поверхнях несиметричної структури другого випадку (рис. 5, а, б, а) видно, що максимальні прогини внутрішнього шару  $u_3^1$  у варіанті співвідношення  $E_2/E_t = 500$  перевищили аналогічні прогини  $u_3^1$  структури при співвідношенні  $E_2/E_t = 50$  майже в 7,4 рази,

а максимальні прогини  $u_3^2$  зовнішнього шару, і аналогічні прогини  $u_3^1$  при співвідношенні  $E_2/E_t = 50$  у відповідних варіантах цього випадку були майже однакові.

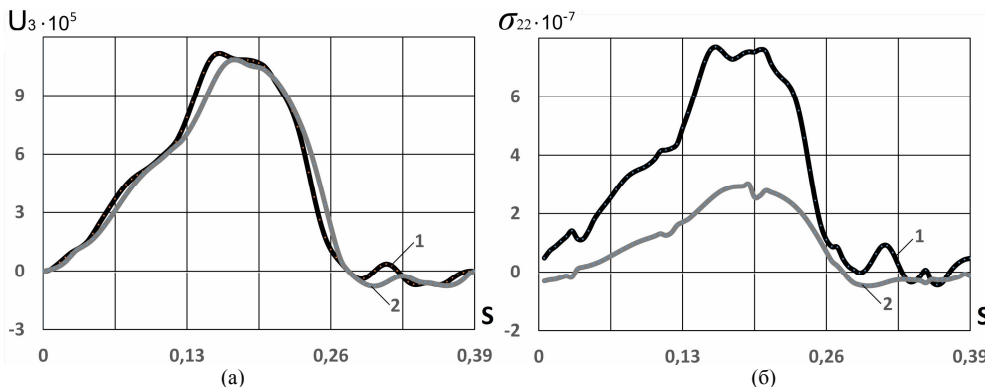


Рис. 6. Максимальні прогини  $u_3^1, u_3^2$  і напруження  $\sigma_{22}^1, \sigma_{22}^2$  в серединній поверхні несучих шарів при  $E_2/E_t = 50$

Максимальні величини нормального напруження внутрішнього шару  $\sigma_{22}^1$  (рис. 5, б, 6, б) у варіанті співвідношення  $E_1/E_t = 500$  були меншими аналогічних напружень  $\sigma_{22}^1$  структури при співвідношенні модулів  $E_1/E_t = 50$  майже на 25%, а максимальні напруження  $\sigma_{22}^2$  зовнішнього шару при розгляді відповідних варіантів цього випадку були меншими на 26, 7%.

У останньому випадку досліджень геометричні і фізико-механічні параметрами структури становили:  $h_1 = 0,004\text{ м}, h_2 = 0,002\text{ м}, S_N = 0,39\text{ м}, R_0 = 0,205\text{ м}, R_0/h_1 = 102,5, H_j/h_1 = 10, \alpha = \pi/6, F_j = 2 \cdot 10^{-4}\text{ м}^2$ , модулі пружності несучих шарів і армуючих ребер  $E_1^1 = E_1^2 = E_j = 7 \cdot 10^{10}\text{ Па}$ , коефіцієнт Пуассона  $\nu_1^1 = \nu_1^2 = \nu_j = 0,33, \rho_1 = \rho_2 = \rho_j = 2,7 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$ . Параметри легкого заповнювача були наступні: модуль пружності  $E_t = 1,4 \cdot 10^8\text{ Па}$  і  $E_t = 1,4 \cdot 10^9\text{ Па}$ , коефіцієнт Пуассона  $\nu_t = 0,3$ , щільність  $\rho_t = 25\text{ кг/м}^3$ .

На рис. 7, а наведені графіки максимальних прогинів коливальних процесів у серединних поверхнях несучих шарів від просторової координати  $x$  в момент часу  $t = 6,2T$ . В цьому варіанті співвідношення модулів пружності складає  $E_1/E_t = 500$ .

Перші п'ять власних частот цієї тришарової структури становлять:  $f_1 = 1182.215\text{ Гц}, f_2 = 1182.215\text{ Гц}, f_3 = 1318.264\text{ Гц}, f_4 = 1318.265\text{ Гц}, f_5 = 1345.079\text{ Гц}$ .

На рис. 7, б наведені графіки максимальних напружень  $\sigma_{22}^1(1), \sigma_{22}^2(2)$  в серединних поверхнях несучих шарів від просторової координати  $x$  в момент часу  $t = 6,2T$ .

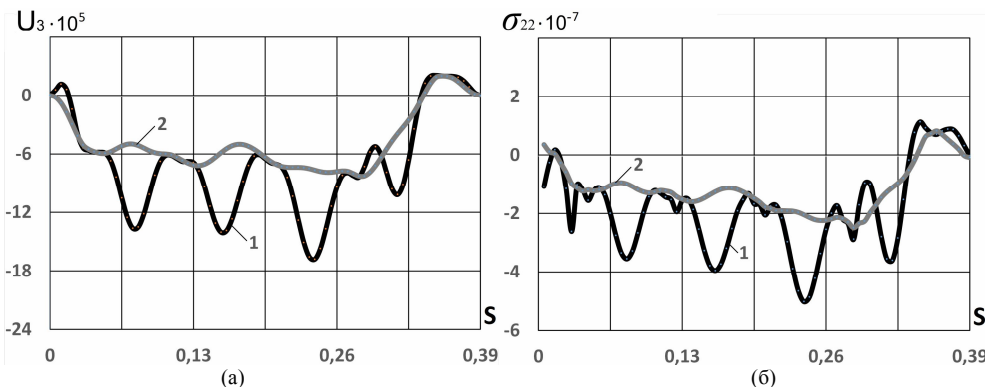


Рис. 7. Максимальні прогини  $u_3^1, u_3^2$  і напруження  $\sigma_{22}^1, \sigma_{22}^2$  в серединній поверхні несучих шарів при  $E_1/E_t = 500$

На рис. 8, а наведені графіки максимальних прогинів коливальних процесів у серединних поверхнях несучих шарів від просторової координати  $x$  в момент часу  $t = 6,75T$  В цьому варіанті структури співвідношення модулів пружності складає  $E_{1,2}/E_t=50$ .

Перші п'ять власних частот цієї тришарової структури становлять:  $f_1=1413.873$  Гц,  $f_2=1413.873$  Гц,  $f_3= 1525.523$  Гц,  $f_4= 1525.526$  Гц,  $f_5= 1599.229$  Гц.

На рис. 8, б наведені графіки максимальних напружень  $\sigma_{22}^1(1)$ ,  $\sigma_{22}^2(2)$  в серединних поверхнях несучих шарів від просторової координати  $x$  в момент часу  $t = 6,75T$ .

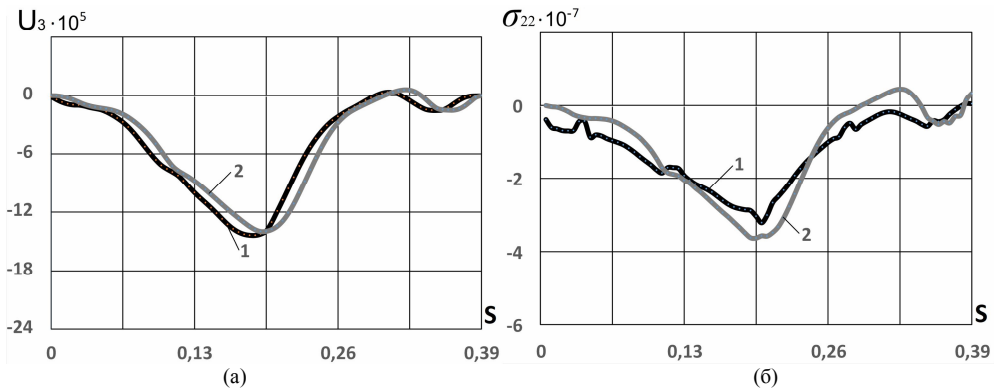


Рис. 8. Максимальні прогини  $u_3^1$ ,  $u_3^2$  і напруження  $\sigma_{22}^1$ ,  $\sigma_{22}^2$  в серединній поверхні несучих шарів при  $E_1/E_t = 50$

Аналіз отриманих результатів дослідження напружено-деформованого стану в серединних поверхнях несиметричної за товщинами несучих шарів тришарової структури останнього випадку (рис. 7,а, 8,а) показує, що у варіанті оболонки з співвідношенням  $E_{1,2}/E_t = 500$  більшими за величиною були максимальні прогини зовнішнього шару  $u_3^2$  по відношенню до внутрішнього шару  $u_3^1$  оболонки. А у варіанті оболонки з співвідношенням  $E_{1,2}/E_t = 50$  максимальні прогини несучих шарів відрізнялися не значно.

Порівнюючи показники характеристик НДС варіантів структур з різною пружністю заповнювача видно, що при  $E_{1,2}/E_t = 500$  максимальні прогини зовнішнього шару  $u_3^2$  перевищили аналогічні прогини  $u_3^1$  структури з заповнювачем  $E_{1,2}/E_t = 50$  на 14%, при цьому максимальні прогини  $u_3^1$  внутрішніх шарів у даних варіантах відрізнялися в 1,7 рази.

Максимальні нормальні напруження внутрішнього шару  $\sigma_{22}^1$  (рис. 7, б, 8, б) при співвідношенні  $E_{1,2}/E_t = 500$  перевищували аналогічні напруження  $\sigma_{22}^1$  структури співвідношенням  $E_{1,2}/E_t = 50$  майже в 1,6 рази, а максимальні напруження  $\sigma_{22}^2$  зовнішнього шару першого варіанту були менше аналогічних напружень  $\sigma_{22}^2$  зовнішнього шару другого варіанту структури у 1,4 рази.

Таким чином, дослідження зміни фізико-механічних параметрів несучих шарів нестационарних коливань симетричних і несиметричних тришарових кінцевих оболонок обертання, виявили істотну зміну їх динамічної поведінки.

**Висновок.** Встановлено вплив товщини окремих шарів пакету, параметрів їх фізико-механічних властивостей і пружності полімерного заповнювача на напружено-деформований стан тришарової кінцевої оболонкової структури при осесиметричному внутрішньому нестационарному навантаженні.

Чисельні розрахунки дослідження максимальних величин нормальних прогинів  $u_3$  і нормальних напружень  $\sigma_{22}$  в серединних поверхнях несучих шарів оболонок, виконані

скінченно-елементним методом, свідчать, що параметри пружності легкого заповнювача значно впливають на характер коливальних процесів кінчних оболонкових структур.

Отримані результати дослідження динамічних процесів в розглянутих тришарових структурах при різних геометричних параметрах несучих шарів і фізичних властивостях полімерного заповнювача можуть представляти значний інтерес для конструкторських розробок.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Головки К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф. Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках (под ред. акад. НАН Украины А.Н. Гузя). – Киев: Изд. – полиграф. центр «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.
2. Луговой П.З., Мейш В.Ф., Мейш Ю.А. Динамика конструктивно-неоднородных оболонковых структур: монографія – К.: Лира-К, 2022. – 336 с.
3. Lugovoi P.Z., Gaidachuk V.V., Orlenko S.P., Kotenko K.E. Dynamics of Sandwich Conical Shells with a Discretely Inhomogeneous Core Under Nonstationary Loading – "International Applied Mechanics", 2022, 58, P. 410–422.
4. Gaidachuk V.V., Kotenko K.E. Investigation of the conical type shell structure dynamics under internal axisymmetric pulse loading / Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles- K.: KNUBA, 2021. Issue 107. – P. 247-256.
5. Meish V.F., Shrantsel S.E. Dynamic problems in the theory of sandwich shells of revolution with a discrete core under nonstationare loads. – Int. Appl. Mech. -2002.-38, №12. – p.1501-1507.
6. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки.–М.: Наука, 1966.– 636 с.
7. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. – 392 с.
8. Оrlenko С.П. Чисельне моделювання коливань тришарової кінчної оболонки з дискретно-симетричним неоднорідним заповнювачем. Допов. Нац. акад. наук Укр. 2020. № 8. с. 35– 42.
9. Рычков С. П. Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. – М.: ДМК Пресс, 2016. – 784 с.

#### REFERENCES

1. Golovko K.G., Lugovoi P.Z., Meish V.F. Dinamika neodnorodnyh obolochek pri nestacionarnyh nagruzkah (Dynamics of inhomogeneous shells under unsteady) – Kiev: Izd. poligraf. centr «Kievskij un-t», 2012. – 541 s.
2. Lugovoi P.Z., Meish V.F., Meish Yu.A. DYNAMIKA KONSTRUKTYVNO-NEODNORODNYH OBOLONKOVYH STRUKTUR: MONOGRAFIYA (Dynamics of structurally inhomogeneous shell structures: monograph)– K.: Lira-K, 2022. – 336 s.
3. Lugovoi P.Z., Gaidachuk V.V., Orlenko S.P., Kotenko K.E. Dynamics of Sandwich Conical Shells with a Discretely Inhomogeneous Core Under Nonstationary Loading – "International Applied Mechanics", 2022, 58, P. 410–422.
4. Gaidachuk V.V., Kotenko K.E. Investigation of the conical type shell structure dynamics under internal axisymmetric pulse loading / Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles- K.: KNUBA, 2021. Issue 107. – P. 247-256.
5. Meish V.F., Shrantsel S.E. Dynamic problems in the theory of sandwich shells of revolution with a discrete core under nonstationare loads. – Int. Appl. Mech. -2002.-38, №12. – p. 1501-1507.
6. Timoshenko S.P., Vojnovskij-Kriger S. Plastinki i obolochki (Plates and shells) – М.: Nauka, 1966. – 636 s. 8.
7. Segerlind L. Primenenie metoda konechnyih elementov (Application of the finite element method). М.: Mir, 1979- 392 p.
8. Orlenko S.P. Chyselne modeliuвання kolyvan trysharovoї konichnoi obolonky z dyskretno-symetrychnym neodnorodnym zapovnuivachem (Numerical simulation of vibrations of a three-layer conical shell with a discrete-but-symmetric inhomogeneous aggregate). Dopov. Nats. akad. naukUkr. 2020. № 8. с. 35–42.
9. Rychkov S. P. Modelirovanie konstrukcij v srede Femap with NX Nastran (Modeling of structures in the Femap with NX Nastran environment)– М.: DMK Press, 2016. – 784 s.

Стаття надійшла 27.09.2024

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е., Мамедов А.М.

#### ДИНАМІКА ШАРУВАТИХ КІНЧНИХ ОБОЛОНОК ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Досліджені особливості коливального процесу несучих шарів тришарових кінчних оболонок в залежності від зміни геометричних і фізико-механічних характеристик матеріалу їх несучих шарів при різних властивостях матеріалу полімерного заповнювача структури.

Враховуючи відмінність параметрів матеріалу несучих шарів і відстань між армуючими ребрами структури, перевищуючу величину їх перетину, в дослідженнях використана модель зсувної теорії оболонок і стержнів С. П. Тимошенка.

Виконано скінченно-елементне моделювання і здійснені чисельні розрахунки нормальних прогинів  $u_3$  і нормальних напружень  $\sigma_{22}$  несучих шарів структури, визначаючих її напружено-деформований стан.

Оцінено вплив пружності полімерного заповнювача на динамічну поведінку тришарових кінчних оболонок при нестационарному навантаженні.

Отримані результати дослідження динамічних процесів в розглянутих тришарових структурах при різних геометричних і фізико-механічних параметрах можуть представляти значний інтерес для конструкторських розробок.

**Ключові слова:** тришарова кінчна оболонка, дискретність полімерного заповнювача, несучий шар, нестационарне навантаження, скінченно-елементна модель.



*Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Mamedov A.M.*

#### **DYNAMICS OF LAYERED CONICAL SHELLS UNDER NON-STATIONARY LOADING**

The peculiarities of the oscillatory process of the bearing layers of three-layer conical shells depending on changes in the geometric and physical and mechanical characteristics of the material of their bearing layers at different properties of the polymeric filler material of the structure are investigated.

The cases of dynamic behavior of three-layer conical shells are considered and a comparative analysis of the parameters of the stress-strain state characteristics at different ratios of elasticity of the bearing layers of the structure and the polymer aggregate material is given.

Taking into account the difference in the material parameters of the bearing layers and the distance between the reinforcing ribs of the structure exceeding the value of their cross section, the model of the shear theory of shells and rods by S. P. Timoshenko was used in the study.

Finite-element modeling and numerical calculations of normal deflections and normal stresses of the bearing layers of the structure, which determine its stress-strain state, were performed.

The influence of the elasticity of the polymer aggregate on the dynamic behavior of three-layer conical shells under non-stationary loading was evaluated.

The article shows that by changing the material of the conical shell package, the thickness of the bearing layers and the elasticity of the aggregate, it is possible to select a structure design with the predicted dynamic behavior under non-stationary loading.

The obtained results of the study of dynamic processes in the considered three-layer structures under different geometrical and mechanical parameters can be of significant interest for design developments.

**Key words:** three-layer conical shell, discreteness of polymer aggregate, bearing layer, unsteady loading, finite element model.

УДК 539.3

*Гайдайчук В.В., Котенко К.Е., Мамедов А.М. Динаміка шаруватих конічних оболонок при нестационарному навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 113. – С. 99-107.*

Лл. 8. Бібліогр. 9 назв.

UDC 539.3

*Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Mamedov A.M. Dynamics of layered conical shells under non-stationary loading // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2024. – Issue 113. – P. 99-107.*

Figs. 8. Refs. 9.

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури ГАЙДАЙЧУК Віктор Васильович.

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, ГАЙДАЙЧУКУ Віктору Васильовичу.

**Роб. тел.** +380 (44) 241-55-72

**Моб. тел.** +380 (97) 542-94-27

**e-mail:** viktor\_gaydaychuk@bigmir.net

**ORCIDID:** <https://orcid.org/0000-0003-2059-7433>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури КОТЕНКО Костянтин Едуардович.

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, КОТЕНКУ Костянтину Едуардовичу.

**Роб. тел.** +380 (44) 241-55-72

**Моб. тел.** +380 (95) 585-20-76

**e-mail:** 1969box@mail.ru

**ORCIDID:** <https://orcid.org/0000-0002-3181-3819>

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент, декан факультету урбаністики та просторового планування, Київський національний університет будівництва і архітектури;

МАМЕДОВ Алірза Махмудович

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітрофлотський, 31, к. 430, Київський національний університет будівництва і архітектури, деканат факультету урбаністики та просторового планування, МАМЕДОВУ А. М.

**Роб. тел.** +380 (44) 248-30-32; +380 (44) 241-55-11

**Моб. тел.** +380 (67) 107-8956

**e-mail:** mamedov.am@knuba.edu.ua

**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-4703-2694>