УДК 539.3

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ МІЦНОСТІ І ВАГИ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА КВАДРАТНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ.

Г.М. Іванченко,
д-р техн. наук, професор

О.О. Кошевий,
д-р філософії (Ph.D.), доцент

Київський національний університет будівництва і архітектури
просп. Повітряних Сил, 31, м. Київ. 03680

DOI: 10.32347/2410-2547.2024.113.89-98

В статті розглянуто дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації міцності і ваги оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі, при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. Результати чисельного дослідження показали можливість використання багатокритеріальної параметричної оптимізації для оптимізації форми на одному досліджуваному об’єкті в автоматизованому режимі з урахуванням геометричної нелінійності, при цьому відносна економія конструкційної сталі становила 22.5%.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна оптимізація, оптимізація цільової функції, змінні проектування, обмеження, оболонки мінімальних поверхонь, геометрична нелінійність.

Вступ. Сучасне оптимальне проектування будівельних конструкції використовується в Європейському союзі, США та інших західних країнах. Розвиток оптимального проектування будівельних конструкцій в Україні активно почався в середині XX ст. із появою ЕОМ. Непростий стан сучасної економіки України, виклики у вигляді військових дій на її території призводять до необхідності створення нового підходу до проектування з урахуванням економії конструкційної сталі, оптимізації її використання під спеціальні зовнішні статичні і динамічні навантаження. Прикладна і будівельна механіка мають багато прикладів оптимального проектування з різними цільовими функціями, але є необхідність перевести дослідження в цій області на новий рівень. Дослідження об’єкту одночасно за двома або трьома видами оптимізації є актуальною прикладною задачею для будівельної і прикладної механіки.

Об’єкти будівельної і прикладної механіки за умов активного зростання промисловості і науково-технічного прогресу на початку XX ст. почали суттєво ускладнюватися. Спочатку це були прості стержні, далі рами та ферми, зараз об’єктами дослідження є просторові конструкції. В цій роботі об’єктами дослідження є оболонки мінімальних поверхонь, що поєднують в собі архітектурну виразність і економічну доцільність і стають привабливими для будівельної і прикладної механіки з точки зору оптимального проектування.

Критеріями для геометричної класифікації мінімальних поверхонь може бути контур в плані, форма оболонки, її геометричні розміри.

В загальному випадку оболонки в своїй більшості є одноманітними і геометрично примітивними. Аналіз еволюції архітектурних форм показує, що зазнавши багато змін у своєму розвитку, конструкції із прямолінійних стали криволінійними. Це особливо видно у спорудах з оболонками покриттів. Оболонки простої архітектури вичерпали свої формоутворюючі властивості, поверхні нульової кривизни переходять до оболонок мінімальних поверхонь. Для того, щоб оболонки мінімальних поверхонь і далі приваблювали своєю архітектурною формою і конструктивними рішеннями, необхідна якісно нова методика їх розрахунку з урахуванням оптимального проектування.

Одна із основних задач проектування мінімальних поверхонь – знаходження оптимальних форм оболонок при заданих габаритних розмірах і формі у плані з урахуванням параметричної оптимізації, що викликає необхідність впровадження сучасного алгоритму оптимізації в розрахунках конструкцій. Вирішення її має призвести до появи готових формул, графіків, таблиць, прикладів розрахунків та практичних рекомендацій для будівельників. В сучасній ринковій економіці України необхідно закласти математичну основу для створення загальної методики дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації, яку можна буде впроваджувати в державні будівельні норми для розрахунку просторових конструкцій.

Вивченню оптимальних форм оболонок мінімальних поверхонь повинно передувати детальне вивчення способів апроксимації поверхонь з урахуванням геометричної нелінійності. Представляється важливим вибір розмірів і геометричних форм плоских поверхонь, які найкраще моделюють задану криволінійну поверхню. При цьому велике значення має відносна похибка при збіжності методу скінчених елементів (МСЕ). Оптимальна форма, із якої складається оболонка мінімальної поверхні, повинна відповідати наступним вимогам: розміри поверхонь мають бути наближені до розмірів виробництва листової сталі, відходи повинні бути мінімальними, максимальне наближення реальної форми оболонки мінімальної поверхні до теоретичної.

Криволінійність форми є результатом поєднання в ній складних функціональних характеристик. Визначення оптимальних критеріїв криволінійних форм оболонок може здійснюватися двома шляхами: знаходженням необхідних форм серед вже сконструйованих на основі методів будівельної і прикладної механіки; використанням форм живої природи за принципом функціональних аналогів.

Важливою характеристикою кожної предметної форми є геометрична поверхня, від ступеня досконалості якої в значній мірі залежить якість реальної форми. Це веде до необхідності удосконалення методів конструювання поверхонь. На цей час фахівцями виконується розробка прогресивного методу конструювання і оптимізації криволінійних поверхонь, в якому за наперед заданими умовами можна отримувати поверхні з певними початковими властивостями. Отримувані на основі оптимального розрахунку поверхні відрізняються своєю структурною цілісністю, математичними і механічними властивостями. Задача проектувальника полягає в пошуку оптимального проекту серед отриманих результатів, який найбільше задовільнить критеріям цільових функцій. Застосування такого методу оптимального проектування при конструюванні мінімальної поверхні дає хороші практичні результати.

При реалізації іншого шляху пошуку оптимального проекту необхідних криволінійних форм мінімальних поверхонь будівельна і прикладна механіка стають посередником між природою і архітектурною виразністю і створюють сучасні оптимальні просторові конструкції.

Природа створює безліч форм за законами механіки, що проявляється в закономірностях їх геометрії. Наприклад, принцип збереження рівноваги знаходить свій розвиток в симетрії природних форм. Принцип рівномірного розподілення зусиль в просторових конструкціях реалізується у їх геометричній формі. Ця властивість дозволяє знаходити на поверхні таких форм лінії природного походження: прогини, тиск, напруження, втрата стійкості. Циклічність розвитку деяких природних форм впливає на їх поверхню, реалізуючись у вигляді спіралі. Таким чином, на основі загальних заданих умов формується кожна форма мінімальної поверхні.

Система розв'язуючих рівнянь з урахуванням геометричної нелінійності оболонки мінімальної поверхні методом скінченних елементів [1]**.** Систему розв'язуючих рівнянь методу скінченних елементів формують, використовуючи варіаційний принцип Лагранжа, у відповідності з яким повна потенціальна енергія Π скінченно-елементної моделі тіла, що знаходиться в стані стійкості і рівноваги, має мінімальне значення.

Умову мінімуму використаємо, коли частинні похідні від потенціальної енергії Π по всім вузловим переміщенням $\{\overline{u}\}$ дорівнюють нулю:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{\overline{u}\}} = 0. \tag{1}$$

Повна потенціальна енергія скінченно-елементної моделі:

$$\Pi = U - A = \frac{1}{2}\{u\}^T \overline{k}\{\overline{u}\} - \{u\}^T \{Q\}. \tag{2}$$

Після диференціювання згідно (2) отримаємо систему рівнянь розв'язку методу скінченних елементів:

$$\overline{k}\{\overline{u}\} - \{Q\} = 0. \tag{3}$$

В системі рівнянь (3) не враховані граничні умови відносно переміщень. Для приведення рівняння у відповідність до заданих значень вузлових переміщень необхідно виконати наступні зміни матриці жорсткості $[\bar{k}]$ і вектора вузлових навантажень $\{Q\}$ скінченно-елементної моделі. В першому варіанті в матриці $[\bar{k}]$ і $\{Q\}$ записуються нулі в рядках, які відповідають відомим переміщенням, за виключенням діагональних членів матриці $[\bar{k}]$, які прирівнюються до одиниці. В другому варіанті стовпці матриці $[\bar{k}]$, які відповідають відомим переміщенням, множаться на ці переміщення і зі зворотним знаком додаються до відповідного компоненту вектора $\{Q\}$, після чого у вказаному стовпці матриці $[\bar{k}]$ (крім діагональних елементів) записуються нулі. Перетворена система рівнянь приймає вигляд

$$\bar{K}\{\bar{U}\} - \{Q\} = 0. \tag{4}$$

Розв'язок системи рівнянь (4), як правило, виконується прямими методами, враховуючи особливості структури матриці (лінійність і симетрію відносно головної діагоналі).

Величини деформацій і напружень в скінченному елементі визначається за формулами:

$$\{\varepsilon\} = \partial\{u\} = \partial N\{u\} = B\{u\}, \tag{5}$$

$$\{\sigma\} = E\{z\} = EB\{u\}. \tag{6}$$

Попередньо із вектора переміщень $\{\bar{u}\}$ скінченно-елементної моделі виділяється вектор переміщень $\{u\}_{(l)}$ скінченного елемента за допомогою матриці інцинденцій

$$\{\bar{u}\}_{(l)} = i_{(l)}\{\bar{u}\}. \tag{7}$$

Викладена методика отримання співвідношень методу скінченних елементів з урахуванням геометричної нелінійності не залежить від форми і властивостей скінченних елементів, тому може бути впроваджена для пластинчастого скінченного елемента оболонки мінімальної поверхні [2].

Нижче представлені значення матриці для тонкої пластини, яка працює на згин чотирикутного тонкого скінченного елемента **plate**.

$$[N] = [N_{11}N_{12}N_{13}N_{21}N_{22}N_{23}N_{31}N_{32}N_{33}N_{41}N_{42}N_{43}], \tag{8}$$

$$N_{i_1} = \frac{1}{8}\left(\frac{x_1}{x_1^{(i)}}+1\right)\left(\frac{x_2}{x_2^{(i)}}+1\right)\left(2+\frac{x_1}{x_1^{(i)}}+\frac{x_2}{x_2^{(i)}}-\frac{x_1^{(2)}}{a_1^2}-\frac{x_2^{(2)}}{a_2^2}\right), \tag{9}$$

$$N_{i_2} = \frac{x_1^{(i)}}{8}\left(\frac{x_1^{(2)}}{a_1^2}-1\right)\left(\frac{x_1}{x_1^{(i)}}+1\right)\left(\frac{x_2}{x_2^{(i)}}+1\right), \tag{10}$$

$$N_{i_3} = \frac{x_2^{(i)}}{8}\left(\frac{x_2^{(2)}}{a_2^2}-1\right)\left(\frac{x_1}{x_1^{(i)}}+1\right)\left(\frac{x_2}{x_2^{(i)}}+1\right), \tag{11}$$

де $N_{i_j}\ (j=1,2,3)$ функції форми i-го вузла чотирикутного плоского скінченного елемента **plate** в розрахунковому комплексі **Femap with Nastran** [3].

Аналіз чутливості параметричної оптимізації для оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі

В рамках аналізу чутливості обчислюються градієнти змінних проектування конструкції, переміщень у вигляді частинних похідних від цих характеристик по змінним проектуванням та товщини оболонки. Інформація про чутливість служить основою побудови алгоритму оптимального проектування методом градієнтного спуску функції цілі. Матриця чутливості

$$G = \left\{\frac{\partial g_i}{\partial X_i},\ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}\right\} \tag{12}$$

і градієнт цільової функції $\nabla\vec{f}(X)$ використовується для побудови матриці проектування, обчислення множників Лагранжа і визначення напрямку спуску по градієнту. Тут n – кількість змінних проектування, m – кількість обмежень. Крім того, при проведенні аналізу чутливості з’являється кількісна інформація про вплив зміни змінних проектування на функціонування системи [19].

З математичної точки зору, залежність реакцій оболонки у вигляді переміщень і напружень від змінних проектування є товщина оболонки. Такі рівняння лінійні відносно змінних станів, але якщо врахувати вплив змінних проектування на коефіцієнти лінійних операторів, рівняння стану є нелінійним відносно функціональної залежності змінних станів і змінних проектування.

Аналіз чутливості реакцій конструкцій на зміну змінних проектування можливо провести без обчислення похідної матриці жорсткості. Для цього виконуємо диференціювання по i-й складовій X_i рівняння стану [20]

$$K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i} + \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \vec{z} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i}. \tag{13}$$

Цей вираз можливо перетворити до вигляду:

$$K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i} - \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \vec{z}. \tag{14}$$

Праву частину рівняння (14) можливо розглядати як вектор псевдо навантаження $\vec{p}$. Тоді для системи похідних переміщень вираз можна переписати як:

$$K \times \left[\frac{\partial \vec{z}}{\partial X_1}, \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_2}, \ldots, \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_n} \right] = \left[p_1^*, p_2^*, \ldots, p_k^* \right], \tag{15}$$

де k – кількість навантажень конструкції.

Оскільки вирішення системи рівнянь статики можливо при багатьох варіантах правих частин рівняння [21], то рішення (15) формується одночасно з вирішенням рівняння стану методу скінченних елементів. Як показують дослідження, така схема вирішення задачі при розгляді до 100 вантажних векторів потребує всього на 15% більше часу роботи процесору в порівнянні з вирішенням задачі на один вантажний вектор. Ефект досягається за рахунок виключення $K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i}$ із виразу градієнтів цільової функції і обмежень.

Матриця (15) легко обчислюється при відомій функціональній залежності зовнішніх навантажень від змінних проектування. Якщо $\vec{p}(\vec{X})$ – вектор зовнішніх навантажень, який є постійним, то $\frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i} = 0$ [4],

$$P = \left\{ \frac{\partial p_j}{\partial X_i},\ i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m} \right\}. \tag{16}$$

Розглянемо визначення похідної $K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i}$, для цього введемо наступні позначення K_g і K_l – матриця жорсткості відповідного елемента в глобальній і локальній системах координат; $\overrightarrow{z_g}$ і $\overrightarrow{z_l}$ – вузлові переміщення в глобальній і локальній системах координат; T – матриця перетворення локальної системи координат в глобальну [20, 22].

Основні співвідношення методу скінченних елементів при перетворенні координат:

$$K = T^T \times K^l \times T, \tag{17}$$

$$\overrightarrow{z_l} = T \times \overrightarrow{z_g}. \tag{18}$$

Так, якщо в якості змінних проектування прийнята товщина оболонки, то координати вузлів конструкції похідна K_g по $\vec{X}$ дорівнює [6, 19]:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \vec{X}} = \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \right) \times K_l \times T + T^T \times \frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times T + T^T \times K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}}. \tag{19}$$

Взявши до уваги рівністі (17), (18), маємо:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \vec{X}}\overrightarrow{z_g}=\left(\frac{\partial T}{\partial \vec{X}}\right)^T\times\left(K\times\overrightarrow{z_l}\right)+T^T\times\left(\frac{K_l}{\partial \vec{X}}+K_l\times\frac{\partial T}{\partial \vec{X}}\times\overrightarrow{z_g}\right). \quad (20)$$

Можемо показати, що

$$\frac{\partial}{\partial \vec{X}}K\times\vec{z}=\frac{\partial}{\partial \vec{X}}\left(\sum_{i=1}^{NE}K_g^i\times\vec{z}\right)=\sum_{i=1}^{NE}\left(\frac{\partial K_g^i}{\partial \vec{X}}\times\overrightarrow{z_g^i}\right), \quad (21)$$

де NE – число скінченних елементів; K_g^i – матриця жорсткості i-го елементу в глобальній системі координат.

Звідси матриця $\frac{\partial K}{\partial \vec{X}}\times\vec{z}$ може бути сформована шляхом обчислення вектору $\frac{\partial K_g^i}{\partial \vec{X}}\times\overrightarrow{z_g^i}$ для кожного скінченного елементу конструкції і подальшої їх суми.

Вектор $K_l\times\overrightarrow{z_l}$ в першому складеному рівнянні (16) представляє собою внутрішні зусилля в елементі в локальній системі координат, які можуть бути визначені як [7]

$$\overrightarrow{p_l}=K_l\times\overrightarrow{z_l}=\left(\int_0^l\left(B^T\times D\times B\right)dx\right)\times\overrightarrow{z_l}=\int_0^l\left(B^T\times\vec{\sigma}\right)dx, \quad (22)$$

де $\vec{\sigma}=D\times B\times\overrightarrow{z_l}$.

Вектор $K_l\times\frac{\partial T}{\partial \vec{X}}\times\overrightarrow{z_g}$ із останнього члена (21) може бути отриманий аналогічно із визначенням внутрішніх зусиль, відповідно фіктивним вузловим локальним переміщенням

$$\overrightarrow{z_l}=\frac{\partial T}{\partial \vec{X}}\times\overrightarrow{z_g}. \quad (23)$$

Вектор $\frac{K_l}{\partial \vec{X}}\times\overrightarrow{z_l}$ апроксимується за допомогою скінченної різниці шляхом перерахунку матриці K_l для малих варіацій змінних проектування X_i. З урахуванням (23) знаходження вектора $\frac{K_l}{\partial \vec{X}}\times\overrightarrow{z_l}$ зводиться до ряду векторних операцій, і при малих змінах $\partial\vec{X}$ дорівнює:

$$\frac{K_l}{\partial \vec{X}}\times\overrightarrow{z_l}=\frac{\left(K_l\times\overrightarrow{z_l}\right)_{\vec{X}+\delta\vec{X}}-\left(K_l\times\overrightarrow{z_l}\right)_{\vec{X}}}{\partial \vec{X}}. \quad (24)$$

Таким чином, аналіз чутливості реакцій оболонки для кожного пластинчастого скінченного елемента до варіацій змінних проектування зводиться до визначення вектору $\frac{\partial K}{\partial \vec{X}}\times\vec{z}$, шляхом знаходження двох додаткових векторів внутрішніх зусиль в локальній системі координат і перетворення результативних векторів в загальну координатну систему.

Визначивши чутливість $\frac{\partial\vec{z}}{\partial \vec{X}}$, є можливість перейти від знаходження чутливості внутрішніх зусиль в скінченних елементах до зміни змінних проектування, оскільки для реалізації алгоритму розв'язку задачі оптимізації потрібно побудова матриці чутливості обмежень G [18, 23].

Чутливість обмежень на переміщення вузлів може бути також представлена у вигляді [8, 17]:

$$\frac{\partial g_i}{\partial X}=-\frac{\Delta_{\max}}{\Delta_i^2}\frac{\partial\Delta_i}{\partial X}. \quad (25)$$

Чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації міцності і ваги оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі, при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності [9-11]**.** Для дослідження використовується створений авторами спеціальний додатковий модуль оптимізатора, який прив'язується до розрахункового комплексу Femap with Nastran [12]. Розрахункова модель, побудована методом скінченних елементів, дає можливість якісно виконати чисельне дослідження оптимізації з урахуванням цільових функцій: напруження по Мізесу і ваги конструкції. Розрахункову модель оболонки зображено на рис. 1.

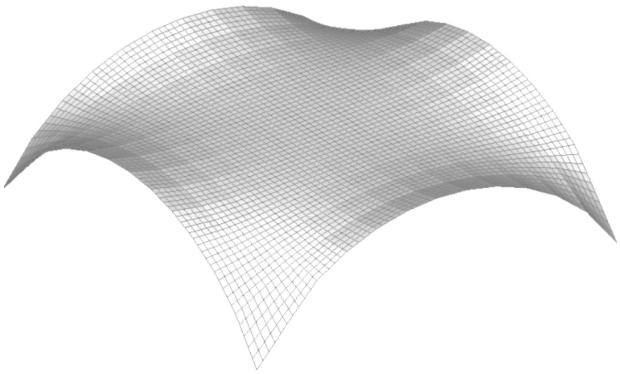

Рис. 1. Скінченно-елементна модель оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі, яка складається з двох похилих еліпсів

Вихідні дані оптимізаційного розрахунку закладаються в додаткових модулях, які були створені авторами і пов’язані з Femap with Nastran [10]. До вихідних даних належить: цільова функція, змінні проектування, обмеження або ліміт на результати напружено-деформованого стану конструкції. Геометрична нелінійність додатково розкриває оптимальність проекту за рахунок врахування дійсних напружень в кожному вузлі скінченного елемента. При цьому програмний комплекс робить це в автоматизованому режимі на кожну ітерацію оптимізаційного розрахунку [13-16].

Після виконання розрахунку параметричної оптимізації маємо значення напружень (рис. 2), переміщень (рис. 3) та розподіл товщини (рис. 4), а також графік зміни цільових функцій (рис. 5).

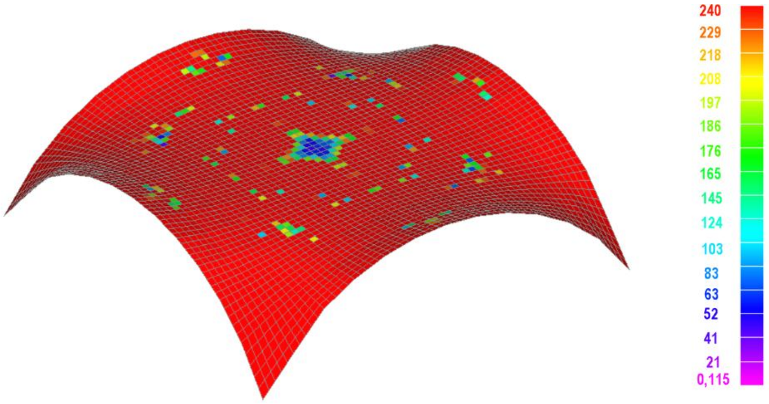

Рис. 2. Напруження по Мізесу в оболонці після багатокритеріальної параметричної оптимізації

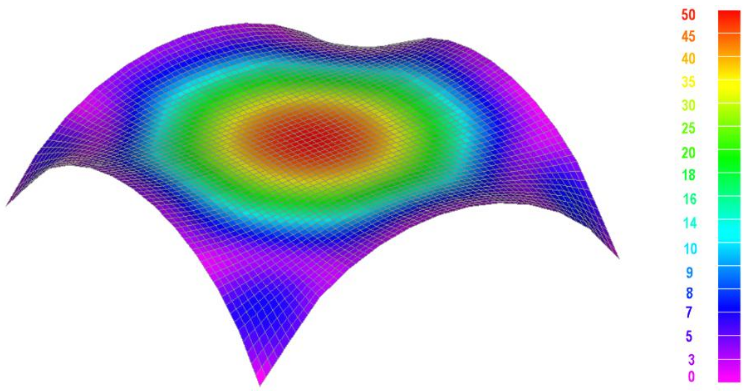

Рис. 3. Переміщення оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації

Висновки дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації міцності оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі з урахуванням геометричної нелінійності. Чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі з урахуванням геометричної нелінійності показало зменшення ваги оболонки 22.5% від початкових параметрів (рис. 5), при цьому зменшення напружень по Мізесу відбулося від 589 МПа до 240 МПа (рис. 2), що відповідає обмеженню, яке задане прикладним модулем до Femap with Nastran. Товщина коливається від 16 мм до 0.5 мм в залежності від напруженої частини оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі рис. 4. Загальні переміщення по координаційним осям становить максимум 50 мм, що є допустимим для даної просторової конструкції.

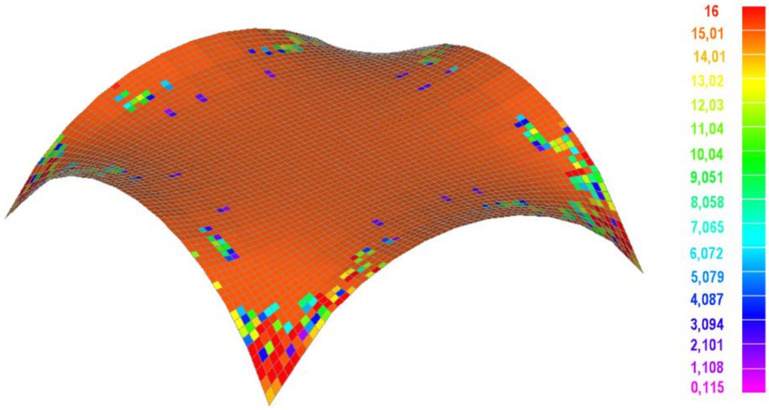

Рис. 4. Розподіл товщини оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації

Додатковою перевагою є значна економія матеріалу, яка досягається за рахунок геометричної нелінійності, а саме врахуванням дійсних переміщень і напружень. Дане дослідження виконується повністю в автоматизованому режимі, що дає можливість підбирати оптимальні проекти просторових конструкцій за раціональний час.

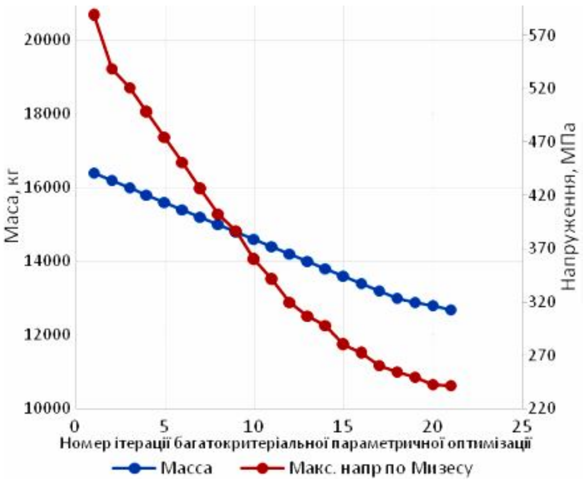

Рис. 5. Графік зміни цільових функцій

Дана методика дозволяє використовувати два види оптимізації: параметрична оптимізація і оптимізація форми оболонки мінімальної поверхні одночасно на одному досліджуваному об’єкті. Можемо вважати, що при певній постановці задачі є можливість використовувати декілька видів оптимізаційного розрахунку, що є корисним для економіки країни і є важливою прикладною задачею для будівельної механіки. Новий підхід до розрахунку будівельних конструкцій дає можливість використовувати ефективно конструкційні матеріали, а сучасні розрахункові комплекси на базі методу скінченних елементів (МСЕ) можуть бути використані в подальшому розвитку на рівні будівельних норм України.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П.* Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 50-65
2. *Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор’єва Л.О.* Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на трапецієподібному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 430-446
3. *Іванченко Г.М., Чеверда П.П., Кушніренко М.Г., Козовенко А.М.* Аналіз реакцій в елементах просторових схем при різних способах з’єднань // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 90. – С. 163-170.

4. *Кошевий О.О.* Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 103. – С. 253-265.
5. *Кошевий О.О.* Оптимізація стального звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання. // Будівельні конструкції. Теорія і практика: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2018. Вип.3.– С.34 – 50.
6. *Гоцуляк Є.О., Кошевий О.П., Морсков Ю.А.* Чисельне моделювання оболонок, утворених мінімальними поверхнями. // Прикладна геометрія та інженерна графіка: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2001. Вип. 69.- С.47-51.
7. *Кошевий О.П., Кошевий О.О.* Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями // Містобудування та територіальне планування, Вип. 55. – Київ, КНУБА, 2015. – с. 215-227.
8. *Кошевий О.П., Кошевий О.О.* Власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі // Містобудування та територіальне планування, Вип. 59. – Київ, КНУБА, 2016. – с. 234-244
9. *Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О.* Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 309–324.
10. *Кошевой А.П.* Устойчивость пластин и оболочек сложной формы // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборник. – К.: КИСИ, 1991. – Вип. 59. – С. 65–71.
11. *Кошевий О.О., Іванченко Г.М.* Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на круглому плані з урахуванням геометричної нелінійності при термосиловому навантаженні. // Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин. 2024. № 53. С. 39-48.
12. *Кошевий О.О.* Багатокритеріальна параметрична оптимізація переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні з прямокутним планом, яка складається з двох прямих ліній і двох півкіл при термосиловому навантаженні. // Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин. 2023. № 52. С. 41-54.
13. *Кошевий О.О.* Багатокритеріальна параметрична оптимізація переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі при термосиловому навантаженні // Міжвідомчий науково-технічний збірник: "Прикладна геометрія і інженерна графіка". 2023. №105. С. 134-150.
14. *Кошевий О.О.* Чисельне дослідження стійкості оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. // Міжвідомчий науково-технічний збірник: "Прикладна геометрія і інженерна графіка". 2024. №106. С. 133-147.
15. *Кошевий О.О., Іванченко Г.М., Затилюк Г.А.* Багатокритеріальна параметрична оптимізація переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні на круглому контурі, що складається із двох похилих еліпсів при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 112. – С. 209-221.
16. *Сахаров А.С., Кислоокий В.Н., Киричевский В.В., Альтенбах И., Габберт У., Данкерт Ю., Кепплер Х., Кочык З.* Метод конечных элементов в механике твердых тел // Видавництво Вища школа. Головное издательство – Киев. – 1982. – 480 с.
17. *Bazenov V.A., Gaidaichuk V.V., Koshevoy A.P.* Stability of multiply connected ribbed shells and plates in a magnetic field. // Journal of Soviet Mathematics 66(6). –1993. – C. 2631–2636.
18. *Cheung Y. K.* The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton. : CRC Press, 1997. – 416 p
19. *Guest J.K., Prievost J., Belytschko T.* Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004. –61(2) – P.238–254.
20. *Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I.* Handbook of Monte Carlo Methods. —New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.
21. *Lobo M.S., Vandenberghe L., Boyd S.* Applications of second-order cone programming // Linear Algebra and its Applications. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
22. *Yonekura K., Kanno Y.* Second-order cone programming with warm start for elastoplastic analysis with von mises yield criterion. // Optimization and Engineering. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.
23. *Wasiytynski Z., Brandt A.* The present state of knowledge in the field of. Optimum design of structures. // Appl. Mech. Rew. – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-350.

REFERENCES

1. *Ivanchenko H.M., Koshevyi O.O., Koshevyi O.P.* Chyselna realizatsiia bahatokryterialnoi parametrychnoi optymizatsii obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni (Numerical implementation of multicriteria parametric optimization of minimum surface shell on a square contour under therm force loading) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technicalcollectedarticles – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 50-65.
2. *Ivanchenko H.M., Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Grigoryeva L.O.* Chyselne doslidzhennia parametrychnoi optymizatsii vymushenykh chastot kolyvannia obolonky minimalnoi poverkhni na trapetsiiepodibnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni (Numerical study of the parametric optimization of the forced oscillation frequencies of the shell of a minimal surfaceon a trapezoidal contour under thermal and power loading) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technicalcollectedarticles – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 430-446.
3. *Ivanchenko H.M., Cheverda P.P., Kushnirenko M.H., Kozovenko A.M.* Analiz reaktsiy v elementakh prostorovykh skhem pry riznykh sposobakh zyednannya (Analysis of reactions in elements of spatial schemes with different methods of connections) // Opirmaterialiv i teoriyasporud: nauk.-tekh. zbirnyk. – K.: KNUBA, 2012. – Vyp. 90. – P. 163-170.
4. *Koshevyi O.O.* Optymalne proektuvannya tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkamy pokryttya. (Optimal design of cylindrical tanks with rigid coating shells) // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekh. zbirnyk. – K.: KNUBA, 2019. – №. 103. – P. 253-265.
5. *Koshevyi O.O.* Optymizatsiya stalnoho zvarenoho rezervuaru pry obmezhenni: napruzhen, peremishchen, vlasnykh chasto tkolyvannya. (Optimization of stee lwelded tank with limitations: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations). // Budivelni konstruktsiyi. Teoriya i praktyka: nauk.-tekhn. zbirnyk. K.: KNUBA. 2018. №.3.– P.34 – 50.
6. *Hotsulyak Ye.O., Koshevyi O.P., Morskov Yu.A.* Chyselne modelyuvannya obolonok, utvorenykh minimalnymy poverkhnyamy. (Numerical modeling of shells formed by minimal surfaces) // Prykladna heometriya ta inzhenerna hrafika: nauk.-tekhn. zbirnyk. - K.: KNUBA. 2001. №. 69.- P. 47-51.
7. *Koshevyi O.P. Koshevyi O.O.* Chyselne doslidzhennya vlasnykh kolyvan roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimalnymy poverkhnyamy. (Numerical study of natural oscillations of stretched shells formed by minimal surfaces) // Mistobuduvannya ta terytorialne planuvannya, №. 55. – Kyiv, KNUBA, 2015. – P. 215-227.

8. *Koshevyi O.P. Koshevyi O.O.* Vlasni kolyvannya obolonok minimalnykh poverkhon na kruhlomu ta kvadratnomu konturi. (Own oscillations of shells of minimal surfaces on a round and square contour) // Mistobuduvannya ta terytorialne planuvannya, №. 59. – Kyiv, KNUBA, 2016. – P. 234-244.
9. *Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Hryhoryeva L.O.* Chyselna realizatsiya bahatokryterialnoyi parametrychnoyi optymizatsiyi obolonky minimalnoyi poverkhni na pryamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni (Numerical implementation of multi-criteria parametric optimization of minimum surface shellon a rectangular contour under therm forced loading) // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekh.zbirnyk. – K.: KNUBA, 2021. – Vyp. 108. – S. 309–324.
10. *Koshevoy A.P.* Ustoychivost plastin i obolochek slozhnoy formi (Stability of plates and shells of complex shape) // Soprotivleniye materialov i teoriya sooruzheniy: nauch.-tekh. sbornik. – K.: KISI, 1991. – Vip. 59. – P. 65–71.
11. *Ivanchenko, H., &Kosheviy, O.* (2024). Chyselne doslidzhennia stiikosti obolonky minimalnoi poverkhni na kruhlomu plani z urakhuvanniam heometrychnoi neliniinosti pry termosylovomu navantazhenni (Numerical study of the stability of the shell of a minimal surface on a circular plane taking into account geometric nonlinearity under thermal force loading) // Shliakhy pidvyshchennia efektyvnosti budivnytstva v umovakh formuvannia rynkovykh vidnosyn. 2024. № 53. S. 39-48.
12. *Kosheviy, O.* (2023). Bahatokryterialna parametrychna optymizatsiia peremishchennia i vahy obolonky minimalnoi poverkhni z priamokutnym planom, yaka skladaietsia z dvokh priamykh linii i dvokh pivkil pry termosylovomu navantazhenni (Multi-criteria parametric optimization of the displacement and weight of a minimal surface shell with a rectangular plan consisting of two straight lines and two semicircles under thermal force loading) // Shliakhy pidvyshchennia efektyvnosti budivnytstva v umovakh formuvannia rynkovykh vidnosyn. 2023. № 52. S. 41-54.
13. *Kosheviy, O.* Bahatokryterialna parametrychna optymizatsiia peremishchennia i vahy obolonky minimalnoi poverkhni na trapetsepodibnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni (Multi-criteria parametric optimization of the displacement and weight of the shell of a minimal surface on a trapezoidal contour under thermal force loading) // Mizhvidomchyi naukovo-tekhnichnyi zbirnyk: "Prykladna heometriia i inzhenerna hrafika". 2023. №105. S. 134-150.
14. *Kosheviy, O.* Chyselne doslidzhennia stiikosti obolonky minimalnoi poverkhni na kvadratnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni z urakhuvanniam heometrychnoi neliniinosti (Numerical study of the stability of the shell of a minimal surface on a square contour under thermal force loading taking into account geometric nonlinearity) // Mizhvidomchyi naukovo-tekhnichnyi zbirnyk: "Prykladna heometriia i inzhenerna hrafika". 2024. №106. S. 133-147.
15. *Kosheviy, O., Ivanchenko, H., Zatyliuk, G.* Bahatokryterialna parametrychna optymizatsiia peremishchennia i vahy obolonky minimalnoi poverkhni na kruhlomu konturi, shcho skladaietsia iz dvokh pokhylykh elipsiv pry termosylovomu navantazhenni z urakhuvanniam heometrychnoi neliniinosti (Multi-criteria parametric optimization of the displacement and weight of the shell of a minimal surface on a circular contour consisting of two inclined ellipses under thermal force loading taking into account geometric nonlinearity) // Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekh. zbirnyk. – K.: KNUBA, 2024. – Vyp. 112. – S. 209-221.
16. *Sakharov A.S., Kyslookyy V.N., Kyrychevskyy V.V., Altenbakh Y., Habbert U., Dankert Yu., Keppler Kh., Kochyk Z.* Metod konechnykh elementov v mekhanyke tverdykh tel (Finite element method in solid mechanics) // Vydavnytstvo Vyshcha shkola. Holovnoe yzdatelstvo – Kyev – 1982. – 480 p.
17. *Bazenov V.A., Gaidaichuk V.V., Koshevoy A.P.* Stability of multiply connected ribbed shells and plates in a magnetic field. // Journal of Soviet Mathematics 66(6). –1993. – C. 2631–2636.
18. *Cheung Y. K.* The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton. : CRC Press, 1997. – 416 p.
19. *Guest J.K., Prievost J., Belytschko T.* Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004. –61(2) – P.238–254.
20. *Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I.* Handbook of MonteCarlo Methods. — New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.
21. *Lobo M.S., Vandenberghe L., Boyd S.* Applications of second-order cone programming // Linear Algebra and its Applications. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
22. *Yonekura K., Kanno Y.* Second-order cone programming with warm start for elastoplastic analysi with von mises yield criterion. // Optimization and Engineering. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.
23. *Wasiytynski Z., Brandt A.* The present state of knowledge in the field of Optimum design o fstructures. // Appl. Mech. Rew. – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-35.

Стаття надійшла 25.09.2024

Іванченко Г.М., Кошевий О.О.

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ МІЦНОСТІ І ВАГИ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА КВАДРАТНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ.

В прикладній і будівельній механіки розглядається багато прикладів оптимального проектування з різними цільовими функціями, але є необхідність переводити дослідження в цій області на новий рівень. Досліджуваний об'єкт з двома або трьома одночасно видами оптимізації є актуальною прикладною задачею в області будівельної і прикладної механіки.

Одна із основних задач проектування мінімальних поверхонь – знаходження оптимальних форм оболонок при заданих габаритних розмірів і формі у плані з урахуванням параметричної оптимізації – необхідно впроваджувати сучасний алгоритм оптимізації в розрахунок даної конструкції. Вирішення його повинно бути доведено до готових формул, графіків, таблиць, прикладів розрахунків та практичних рекомендацій до будівельників.

Систему вирішуючих рівнянь методу скінченних елементів формують, використовуючи варіаційний принцип Лагранжа, у відповідності з яким повна потенціальна енергія П скінченно-елементної моделі тіла знаходиться в стані стійкості і рівноваги має мінімальне значення.

В рамках дослідженнявикладена методика отримання співвідношення методу скінченних елементів з урахуванням геометричної нелінійності не залежить від форми і властивостей скінченних елементів, тому може бути впроваджена для пластинчастого скінченного елемента оболонки мінімальної поверхні.

Для дослідженні багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні з урахуванням геометричної нелінійності використовується спеціальний додатковий модуль оптимізатора створений авторами, який прив'язується до розрахункового комплексу Femap with Nastran. Розрахункова модель побудована методом скінченних елементів, яка дає можливість якісно виконати чисельне дослідження оптимізації з урахуванням цільових функцій: напруження по Мізесу і вага конструкції.

Дана методика показує свою ефективність при дослідженні багатокритеріальної параметричної оптимізації з урахування геометричної нелінійності. Такий підхід до розрахунку будівельних конструкцій дає можливість використовувати ефективно конструкційні матеріали, а сучасні розрахункові комплекси на базі методу скінченних елементів (МСЕ) можуть бути використані в подальшому розвитку на рівні будівельних норм України.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна оптимізація, оптимізація цільової функції, змінні проектування, обмеження, оболонки мінімальних поверхонь, геометрична нелінійність.

Ivanchenko H.M., Koshevyi O.O.

MULTI-CRITERIA PARAMETRIC OPTIMIZATION OF THE STRENGTH AND WEIGHT OF A SHELL OF A MINIMUM SURFACE ON A SQUARE CONTOUR UNDER THERMAL AND POWER LOADING, TAKING INTO ACCOUNT GEOMETRIC NONLINEARITY.

In applied and structural mechanics, many examples of optimal design with different objective functions are considered, but there is a need to take research in this area to a new level. The object under study with two or three simultaneous types of optimization is an actual applied problem in the field of construction and applied mechanics.

One of the main tasks of designing minimal surfaces is to find the optimal shell shapes for given overall dimensions and shape in plan, taking into account parametric optimization - it is necessary to implement a modern optimization algorithm in the calculation of this structure. Its solution should be brought to ready-made formulas, graphs, tables, calculation examples and practical.

The system of solving equations of the finite element method is formed using the Lagrange's variational principle, according to which the total potential energy P of a finite element model of a body is in a state of stability and equilibrium has a minimum value.

Within the framework of the study, a methodology for obtaining the ratio of the finite element method with regard to geometric nonlinearity is presented that does not depend on the shape and properties of the finite elements, so it can be implemented for a plate finite element of a shell of minimal surface.

To study the multicriteria parametric optimization of the minimum surface shell with regard to geometric nonlinearity, a special additional optimizer module created by the authors is used, which is linked to the Femap with Nastran calculation complex [12]. The computational model is built by the finite element method, which makes it possible to perform a qualitative study of optimization taking into account the objective functions: Mises stress and structural weight.

This methodology proves to be effective in the study of multi-criteria parametric optimization with consideration of geometric nonlinearity. Such an approach to the calculation of building structures makes it possible to use structural materials efficiently, and modern calculation complexes based on the finite element method (FEM) can be used in further development at the level of building codes of Ukraine.

Keywords: optimization, parametric optimization, multicriteria optimization, objective function optimization, design variables, constraints, minimum surface envelopes, geometric nonlinearity.

УДК 539.3
Іванченко Г.М., Кошевий О.О. **Багатокритеріальна параметрична оптимізація міцності і ваги оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 113. – С. 89-98.
В статті розглянуто дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації переміщення і ваги оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні з урахуванням геометричної нелінійності. Результати дослідження показали зменшення ваги оболонки після оптимізаційного розрахунку на 22.5%. Дана методика показує велику ефективність застосування багатокритеріальної параметричної оптимізації і оптимізації форми в автоматизованому режимі з урахуванням геометричної нелінійності.
Таб. 0. Іл. 5. Бібліогр. 23 назв.

UDC 539.3
Ivanchenko H.M., Koshevyi O.O. **Multi-criteria parametric optimization of the strength and weight of a shell of a minimum surface on a square contour under thermal and power loading, taking into account geometric nonlinearity** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2024. – Issue 113. – P. 89-98.
The article deals with the study of multicriteria parametric optimization of the displacement and weight of a shell of a minimum surface on a square contour under thermal and power loading, taking into account geometric nonlinearity. The results of the study showed a 22.5% reduction in the shell weight after the optimization calculation. This methodology shows great efficiency in the application of multicriteria parametric optimization and shape optimization in an automated mode, taking into account geometric nonlinearity.
Tabl. 0. Fig. 5. Ref. 23.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, декан будівельного факультету КНУБА ІВАНЧЕНКО Григорій Михайлович.
Адреса робоча:03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних сил 31, Київський національний університет будівництва і архітектури
Робочий тел.:+38(044) 248-32-37
E-mail: ivgm61@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-1172-2845

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор філософії (Ph.D.), доцент, доцент кафедри теоретичної механіки КОШЕВИЙ Олександр Олександрович
Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних сил 31, Київський національний університет будівництва і архітектури
Робочий тел.:+38(044) 241-55-36
E-mail: a380982070137@gmail.com.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-1903-2905