

УДК 539.3

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ПРУЖНОГО СЕРЕДОВИЩА НА ДИНАМІЧНУ ПОВЕДІНКУ ТРИШАРОВОГО ЕЛІПТИЧНОГО ЦИЛІНДРУ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

В.В. Гайдайчук,
д-р техн. наук

К.Е. Котенко,
канд. техн. наук

М.О. Клименко,
канд. техн. наук

*Київський національний університет будівництва і архітектури,
03680, м. Київ, Україна. проспект Повітряних сил, 31*

DOI: 10.32347/2410-2547.2024.112.149-160

Досліджені динамічні перехідні процеси та наведені результати оцінки впливу пружного середовища на поведінку тришарової циліндричної оболонкової структури еліптичного перетину при нестационарному імпульсному навантаженні.

Використана модель теорії оболонок і стержнів С.П. Тимошенка враховуюча незалежні статичні і кінематичні гіпотези до кожного шару структури.

Виконані чисельні розрахунки нормальних прогинів u_3 і нормальних напружень σ_{22} несучих шарів структури, визначаючих її напружено-деформований стан (НДС).

Розглянуто варіанти структури без полімерного заповнювача і з дискретно-симетричним армованим ребрами заповнювачем. Приведено порівняльний аналіз прогинів і напружень несучих шарів структури при відсутності легкого заповнювача та при його наявності.

Ключові слова: тришарова циліндрична оболонка, еліптичний переріз, пружне середовище, скінченно-елементна модель, полімерний заповнювач, нестационарне навантаження, несучий шар.

Вступ

Високий рівень науково-технічного прогресу досягнутий в машинобудуванні, будівництві, авіаційній і оборонній промисловості, атомній енергетиці та інших галузях став результатом використання в конструкціях композитних матеріалів і шаруватих оболонок. Однак, недостатньо вирішеними залишаються задачі оцінки динамічної взаємодії шаруватих оболонкових структур з пружним середовищем, що стримує більш поширене їх використання вказаних та інших галузях.

Дослідженню взаємодії оболонкових структур з пружним середовищем в літературі присвячена відносно незначна кількість робіт [1-3] в яких розглядаються класичні канонічні (циліндричні, конічні та сферичні) оболонкові структури різної форми. Особливе значення приділяється врахуванню взаємодії таких структур з масивом грантового пружного середовища [4, 5]. Провідним в цьому відношенні стало виконання досліджень, в яких застосовується модель Вінклера [6]. При значній простоті, ця модель дозволяє охарактеризувати пружне середовище постелі за допомогою лише одного коефіцієнта (коефіцієнта пружної основи). Зв'язок між реакцією пружного середовища $\tilde{R}(x,s,t)$ і радіальними переміщеннями точок серединної поверхні оболонки $u_3(x,s,t)$ у випадку моделі Вінклера має вигляд:

$$\tilde{R}(x,s,t) = C_1 u_3(x,s,t),$$

де C_1 – коефіцієнт постелі пружної основи, який характеризує роботу на розтяг - стиск; x , s – основа та окружна координата серединної поверхні циліндричної оболонки і t – часова координата.

У більшості випадків такий підхід забезпечує необхідну точність оцінки впливу пружного середовища на поведінку шаруватих структур.

Більш адекватно апроксимує пружне середовище двонаправлена модель пружної основи [7], яка додатково враховує роботу пружного середовища на зсув і для якої зв'язок між реакцією пружного середовища та радіальними зміщеннями точок серединної поверхні, зокрема для циліндричної оболонки, оскільки має вигляд:

$$\tilde{R}(x,s,t) = C_1 u_3(x,s,t) + C_2 \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial s^2} \right),$$

де C_2 – коефіцієнт постелі, який характеризує роботу пружної основи на зсув.

Вимоги до міцності і ваги, що пред'являються сучасним конструкціям весь час зростають, а умови їх експлуатації стають більш жорсткими, потребуючими забезпечення цілої низки іноді навіть суперечливих вимог. В цій ситуації позитивному розв'язанню проблеми пружного середовища при аналізі елементів пружної структури в значній мірі сприяє використання зсувної моделі теорії оболонок і стержнів С.П. Тимошенко [8], яка передбачає використання незалежних гіпотез до кожного шару структури при значній відмінності їх фізико механічних параметрів, а також варіаційного принципу стаціонарності Гамільтона-Остроградського при створенні рівнянь руху несучих оболонок і ребристого заповнювача.

Враховуючи неоднаковість властивостей матеріалів суміжних шарів і пружність матеріалу заповнювача [9, 10] оболонкової структури - для розрахунку параметрів НДС доцільно використати метод скінченних елементів.

Постановка задачі. Розглянемо тришарову циліндричну оболонку еліптичного перерізу з легким заповнювачем, армованим дискретними ребрами (рис. 1), який знаходиться в безінерційному пружному середовищі і являє собою пружну структуру, яка складається з внутрішньої (індекс 1), зовнішньої (індекс 2) несучих оболонок, легкого заповнювача (індекс t) і набору дискретних ребер (індекс j), жорстко з'єднаних з зазначеними несучими оболонками. Віднесемо циліндричну оболонку до криволінійної ортогональної системи координат (s_1, s_2, z) , де s_1, s_2, z – довжини твірної, напрямної та нормалі до серединної поверхні. Вважаємо величину z додатною якщо точка знаходиться з боку опуклості серединної поверхні.

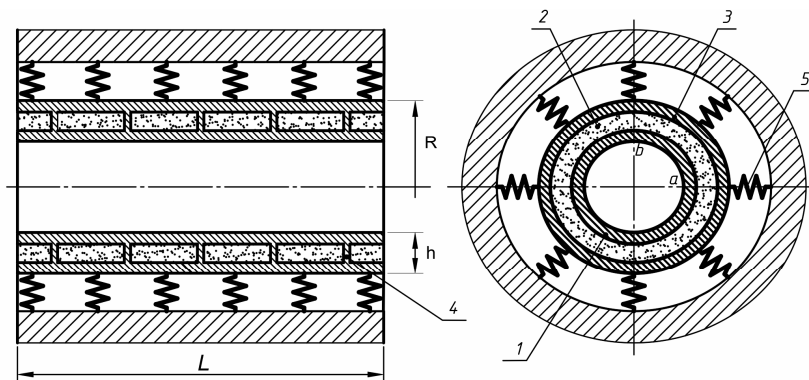


Рис. 1. Конструкція тришарової циліндричної оболонки еліптичного перерізу з полімерним заповнювачем армованим ребрами жорсткості: 1 – внутрішній шар; 2 – полімерний заповнювач; 3 – зовнішній шар; 4 – армуючі ребра; 5 – середовище Вінклера

Для коефіцієнтів першої квадратичної форми і кривизн серединної поверхні циліндричної оболонки еліптичного перерізу маємо вирази

$$A_1 = 1, \quad A_2 = (a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha)^{1/2},$$

$$k_1 = 0, \quad k_2 = ab(a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha)^{-3/2},$$

де a, b – півосі еліпса; α – параметр.

Нааявність легкого пружного матеріалу в порожнинах між ребрами і несучими оболонками створює дискретну неоднорідність ребристого заповнювача. Напружено-деформований стан внутрішньої і зовнішньої несучих оболонок може бути визначений через компоненти

узагальненого вектора переміщень $\bar{U}_1 = (u_1^1, u_3^1, \varphi_1^1)^T$ і $\bar{U}_2 = (u_1^2, u_3^2, \varphi_1^2)^T$ [8]. Поля переміщень для легкого заповнювача визначаються узагальненим вектором переміщень – $\bar{U}_i = (u_i, u_{3i}, \varphi_i)^T$ згідно моделі, розробленої в роботі [11]. Деформований стан армуючих ребер, спрямованих вздовж колової координати, будемо визначати узагальненим вектором переміщень $\bar{U}_j = (u_j^i, u_3^j, \varphi_1^j)^T$.

Згідно зсувної теорії оболонок [8], зміна переміщень оболонки за товщиною має такий вигляд:

$$\begin{aligned} u_1^z(s_1, s_2, z) &= u_1(s_1, s_2) + z\varphi_1(s_1, s_2), \quad u_2^z(s_1, s_2, z) = u_2(s_1, s_2) + z\varphi_2(s_1, s_2), \\ u_3^z(s_1, s_2, z) &= u_3(s_1, s_2), \quad z \in [-h/2, h/2]. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут $\bar{U} = (u_1, u_2, u_3, \varphi_1, \varphi_2)^T$ – компоненти узагальненого вектора переміщень серединної поверхні.

Рівняння коливань для циліндричної оболонки еліптичного перерізу знаходимо, використовуючи варіаційний принцип Гамільтона – Остроградського [1]

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(\Pi - K) - \delta A] dt = 0, \quad (2)$$

де Π – повна потенціальна енергія пружної системи і пружного середовища Вінклера, K – повна кінетична енергія пружної системи, A – робота зовнішніх сил, t_1 і t_2 – фіксовані моменти часу.

Після стандартних перетворень в варіаційному функціоналі рівняння коливань гладкої циліндричної оболонки з еліптичним поперечним перерізом на пружній основі мають вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{11}}{\partial s_1} + \frac{\partial S}{\partial s_2} &= \rho h \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial S}{\partial s_1} + \frac{\partial T_{22}}{\partial s_2} - k_2 T_{23} = \rho h \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial T_{13}}{\partial s_1} + \frac{\partial T_{23}}{\partial s_2} - k_2 T_{22} - C_1 u_3 + P_3(s_1, s_2, t) &= \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial M_{11}}{\partial s_1} + \frac{\partial H}{\partial s_2} - T_{13} &= \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial H}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{22}}{\partial s_2} - T_{23} = \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

В рівняннях (3) позначення C_1 – коефіцієнт Вінклера пружної основи.

Приведена система співвідношень (3) являє собою систему рівнянь, яка дозволяє описувати динамічну поведінку циліндричних оболонок еліптичного перерізу в рамках найпростішого варіанту геометрично лінійної теорії оболонок типу С.П. Тимошенка з відповідними граничними і початковими умовами.

Складність розв'язання задач коливань пружних структур з урахуванням дискретності армуючих ребер полімерного заповнювача зв'язку наявністю розривних коефіцієнтів, приводить до створення чисельних алгоритмів які «склеюються» в гладкій області на лініях розривів, розрахунки таких задач дозволяють здійснювати скінченно-елементні комплекси.

При розв'язанні задач до рівнянь коливань потрібно приєднати граничні умови та доповнити нульовими початковими умовами при $t = 0$:

$$u_1^i = u_3^i = M_{11}^i = 0, \quad u_1^i = u_3^i = \varphi_1^i = 0, \quad \frac{\partial u_1^i}{\partial t} = \frac{\partial u_3^i}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_1^i}{\partial t} = 0, \quad i=1, 2. \quad (4)$$

Числові результати. Розглядалася задача динамічного деформування тришарової циліндричної оболонки еліптичного поперечного перерізу з дискретно-симетричним легким заповнювачем, армованим ребрами на пружній основі Вінклера при нестационарному навантаженні.

Приймалися варіанти, що торці оболонки закріплені жорстко та шарнірно. Початкові умови приймалися нульовими. Розподілене імпульсне навантаження $P_3(s_1, s_2, t)$ задавалося наступним чином:

$$P_3(s_1, s_2, t) = A \cdot \sin \frac{\pi t}{T} [\eta(t) - \eta(t - T)],$$

де A – амплітуда навантаження; T – тривалість часового інтервалу навантаження; $\eta(t)$ – функція Хевісайда. В розрахунках приймалося $A = 10^6$ Па; $T = 50 \cdot 10^{-6}$ с.

Задача для оболонки розв'язувалася з наступними геометричними та фізико-механічними параметрами: $h = 0,01$ м; $h_1 = h_2 = 0,001$ м; $L_1 = 0,4$ м; $E_1 = E_2 = E_j = 7 \cdot 10^{10}$ Па; $E_t = 1,4 \cdot 10^8$ Па; $\nu_{12} = \nu_{21} = \nu_j = 0,3$; $\rho_1 = \rho_2 = \rho_j = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³, коефіцієнти пружної основи $C_1 = 1 \cdot 10^8$ Н/м³ та $C_2 = 1 \cdot 10^9$ Н/м³, $a = 0,11$ м. Параметри еліптичного поперечного перерізу: $a/b = 1,1$. Армуючі ребра структури (паралелі) розташовувались в таких її точках:

$$x_j = [16 + 17(k-1)]\Delta x, \quad k = \overline{1, 5}, \quad \Delta x = \frac{L_1}{100},$$

де k – кількість армуючих ребер прийнята в розрахунках.

Враховуючи, що властивості матеріалів суміжних шарів досліджуваних оболонкових структур досить різні, відповідна початково-крайова задача розв'язувалася за допомогою скінченно-елементного методу. При створенні у програмному середовищі NASTRAN адекватних скінченно-елементних моделей тришарової циліндричної оболонки використовувалися об'ємні скінченні елементи типу "Solid", адля моделювання пружної основи у рамках гіпотези Вінклера –одномірні скінченні елементи типу "Spring", розташовані по довжині оболонки.

Скінченно-елементні моделі (рис. 2) були створені для оболонкових структур без заповнювача і з легким заповнювачем (співвідношення модулів пружності матеріалів: $E_1/E_t = 500$).

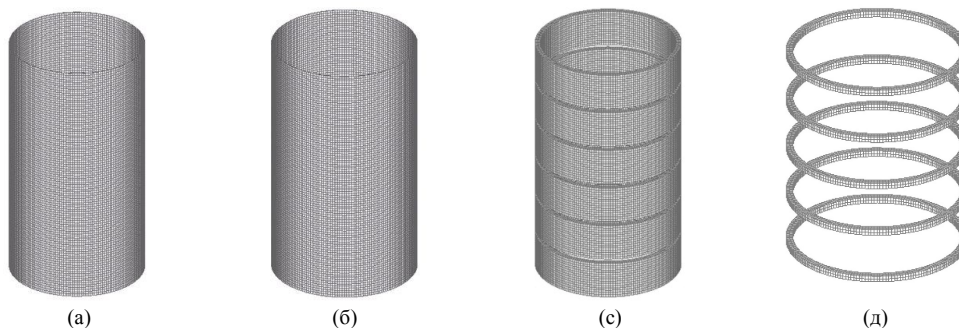


Рис. 2. Загальна схема скінченно-елементної моделі тришарової циліндричної оболонкової структури нормального еліптичного перерізу із скінченним елементом "Solid":

(а) – оболонка несуча внутрішня; (б) – теж саме зовнішня; (с) – полімерний заповнювач; (д) – армуючі ребра

У варіанті тришарової циліндричної структури без полімерного заповнювача модель налічувала у внутрішній несучій оболонці 40000 елементів, зовнішній – 40000, а в армуючих ребрах – 4000. Кількість скінченних елементів легкого заповнювача дорівнювала 36000. Загальна кількість скінченних тривимірних елементів типу "Solid" у моделі без заповнювача складала 84000 елементів і 124200 вузлів. А при його наявності – мала такі дані: 120000 елементів і 141400 вузлів. Загальна кількість елементів типу "Spring"/"Damper" у кожній моделі структур становила 20200.

Об'ємні скінченні елементи моделей по співвідношенню довжини ребер елементів «Aspect Ratio», звуженню «Gareg», викривленню «Warping», внутрішнім кутам «Internal Angles» та інших показниках відповідали вимогам забезпечення якості на скінченно-елементному рівні програмного середовища [12].

Чисельні розрахунки максимальних величин нормальних прогинів u_3 і нормальних напружень σ_{22} в серединній поверхні несучих шарів оболонки були здійснені програмно-розрахунковим комплексом NASTRAN алгоритмом прямого перехідного динамічного процесу у часовому інтервалі $0 \leq t \leq 10T$. Для визначення часового кроку динамічного процесу був

проведений додатковий розрахунок перших п'яти частот власних коливань і визначено періодів власних коливань оболонкових структур. Періоди власних коливань для розглянутих моделей оболонок склали більше 10 часових кроків [12]. Розрахунки були виконані для еліптичного поперечного перерізу циліндричної оболонкової структури в області [13]: $D = \{0 \leq s \leq L; 0 \leq s \leq L/4\}$, де L_1 – довжина циліндра; L_2 – довжина поперечного перерізу (еліпса).

Виконані розрахунки дозволяють проаналізувати напружено-деформований стан тришарового еліптичного циліндра, розташованого у пружному середовищі з коефіцієнтами Вінклера $C_1 = 1 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^3$ та $C_1 = 1 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^3$ при відсутності наявності між несучими шарами структури дискретного легкого заповнювача (пінопласту).

На графіках рис. 3 (а) зображені залежності максимальних величин нормальних прогинів $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$ в серединних поверхнях несучих шарів тришарової циліндричної оболонки еліптичного перерізу у пружному середовищі Вінклера ($C_1 = 1 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^3$) вздовж координати S_1 в перерізі $s_2 = L_2/4$ (у вершині великої півосі еліпса, вздовж твірної $0 \leq s_1 \leq L_1$). Торці оболонки жорстко затиснені. На цьому і на всіх подальших графіках крива 1 відповідає величині u_3^1 внутрішньої несучої оболонки симетричного циліндричного елемента, а крива 2 – величині u_3^2 зовнішньої несучої оболонки симетричної циліндричної структури в момент часу $t = 4,35T$ (час досягнення максимального значення величин $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$).

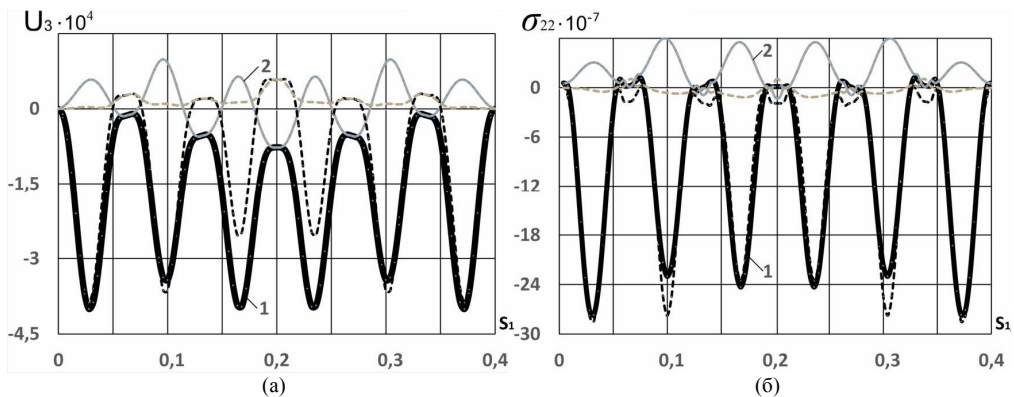


Рис. 3. Жорстке закріплення оболонки. Відсутність заповнювача. $s_2 = L_2/4$: (а) – залежності максимальних величин нормальних прогинів $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$; (б) – теж саме нормальних напружень $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$

Легкий заповнювач відсутній. Для порівняння на цих же графіках для пружного середовища Вінклера ($C_1 = 1 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^3$) криві величин нормальних прогинів при $t = 9T$ зображені пунктирними лініями відповідного кольору.

На рис. 3(б) зображено залежності максимальних величин нормальних напружень $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$ в серединних поверхнях несучих оболонок у пружному середовищі Вінклера ($C_1 = 1 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^3$) вздовж координати S_1 в перерізі $s_2 = L_2/4$. На цьому і на всіх подальших графіках крива 1 відповідає величині σ_{22}^1 внутрішньої несучої симетричної циліндричної оболонки, а крива 2 – величині σ_{22}^2 зовнішньої несучої симетричної циліндричної оболонки в момент часу $t = 4,35T$ (час досягнення максимального значення величин $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$). Легкий заповнювач відсутній. Для порівняння на цих же графіках для пружного середовища Вінклера ($C_1 = 1 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^3$) при $t = 9T$ криві величин нормальних напружень зображені пунктирними лініями відповідного кольору.

На графіках рис. 4(а) зображені залежності максимальних величин нормальних прогинів $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$ в серединних поверхнях несучих шарів симетричної тришарової циліндричної оболонки у пружному середовищі Вінклера ($C_1=1\cdot 10^8$ Н/м³ суцільна лінія при $t = 8,6T$; $C_1=1\cdot 10^9$ Н/м³ пунктирна лінія при $t = 8,9T$) від поздовжньої координати S_1 в перерізі $s_2 = L_2/4$. Торці оболонки жорстко затиснені. Пінопласт із співвідношенням модулів пружності несучого шару і заповнювача $E_1^1 / E_1^t = 500$.

На рис. 4(б) зображені відповідні залежності максимальних величин нормальних напружень $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$ в серединних поверхнях несучих шарів циліндричної структури від координати S_1 в перерізі $s_2 = L_2/4$.

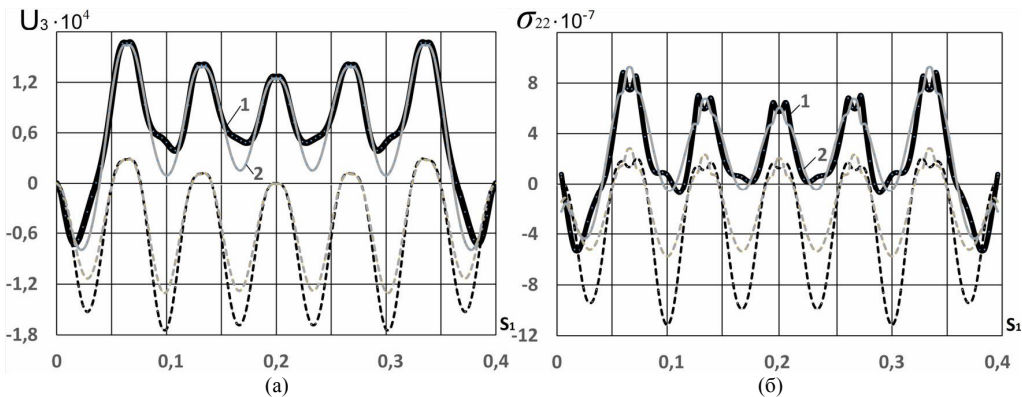


Рис. 4. Жорстке закріплення оболонки. Наявність заповнювача. $s_2=L_2/4$: (а) – залежності максимальних величин нормальних прогинів $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$; (б) – теж саме нормальних напружень $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$

На порівняльних графіках рис. 5(а) зображені залежності максимальних величин нормальних прогинів $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$ в серединних поверхнях несучих оболонок симетричної тришарової циліндричної оболонки у пружному середовищі Вінклера ($C_1=1\cdot 10^8$ Н/м³ суцільна лінія при $t = 8,8T$; $C_1=1\cdot 10^9$ Н/м³ пунктирна лінія при $t = 9,75T$) від поздовжньої координати S_1 . Торці оболонки шарнірно закріплені, структура без пінопласту.

На рис. 5(б) зображені відповідні залежності максимальних величин нормальних напружень $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$ в серединних поверхнях несучих оболонок від координати S_1 в перерізі $s_2 = L_2/4$.

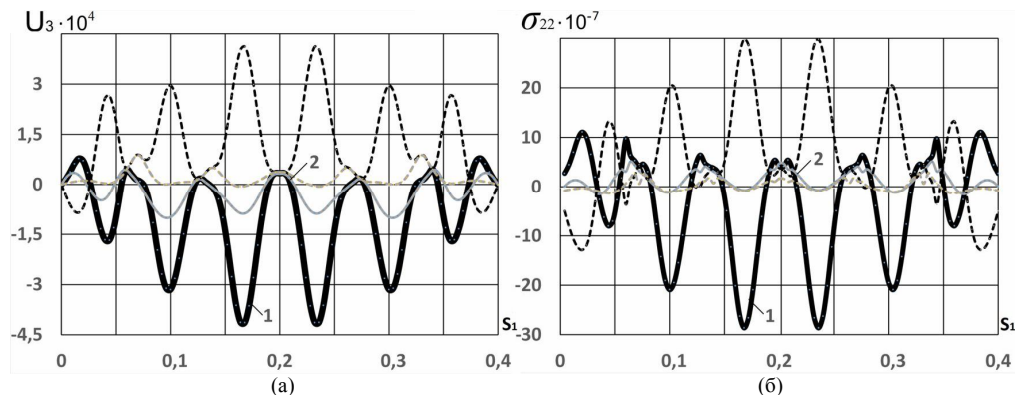


Рис. 5. Шарнірне закріплення оболонки. Відсутність заповнювача. $s_2=L_2/4$: (а) – залежності максимальних величин нормальних прогинів $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$; (б) – теж саме нормальних напружень $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$

На графіках рис. 6(a) приведені залежності максимальних величин нормальних прогинів $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$ в серединних поверхнях несучих оболонок симетричної тришарової циліндричної оболонки на пружній основі Вінклера ($C_1 = 1 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^3$ суцільна лінія при $t = 4,7T$; $C_1 = 1 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^3$ пунктирна лінія при $t = 8,85T$) від поздовжньої координати S_1 в перерізі $s_2 = L_2/4$. Торці оболонки шарнірно закріплені. Структура із пінопластом співвідношенням модулів пружності $E_1^1 / E_1^t = 500$.

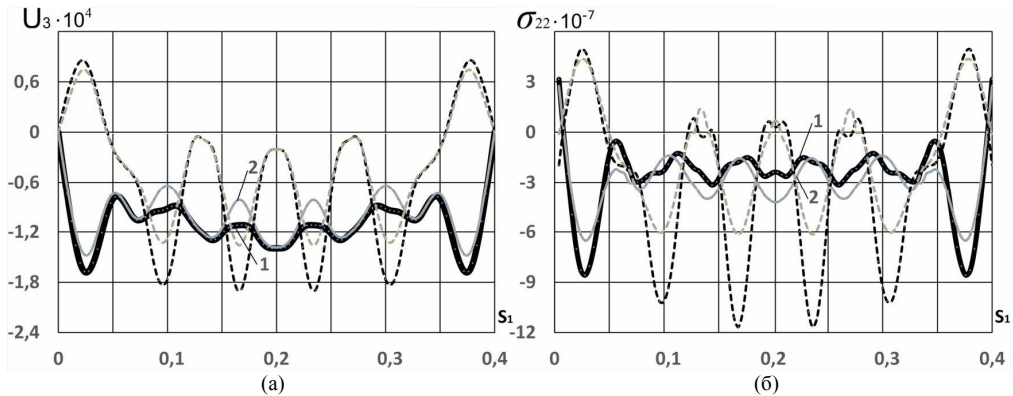


Рис. 6. Шарнірне закріплення оболонки. Наявність заповнювача. $s_2 = L_2/4$: (а) – залежності максимальних величин нормальних прогинів $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$; (б) – теж саме нормальних напружень $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$

На рис. 6(б) приведені відповідні залежності максимальних величин нормальних напружень $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$ в серединних поверхнях несучих оболонок від координати S_1 в перерізі $s_2 = L_2/4$.

На графіках рис. 7а зображені залежності максимальних величин нормальних прогинів $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$ в серединних поверхнях несучих оболонок тришарової циліндричної оболонки у пружному середовищі Вінклера ($C_1 = 1 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^3$) вздовж координати S_1 в перерізі $s_2 = 0$ (вздовж твірної $0 \leq s_1 \leq L_1$). Торці оболонки жорстко затиснені. На графіку крива 1 відповідає величині u_3^1 внутрішньої несучої оболонки симетричного циліндричного елемента, а крива 2 – величині u_3^2 зовнішньої несучої оболонці симетричної циліндричної структури в момент часу $t = 3,7T$ (час досягнення максимального значення величин $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$). Легкий заповнювач відсутній. Для порівняння на цих же графіках для пружного середовища Вінклера ($C_1 = 1 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^3$) відповідні криві зображені пунктирною лінією при $t = 1,25T$.

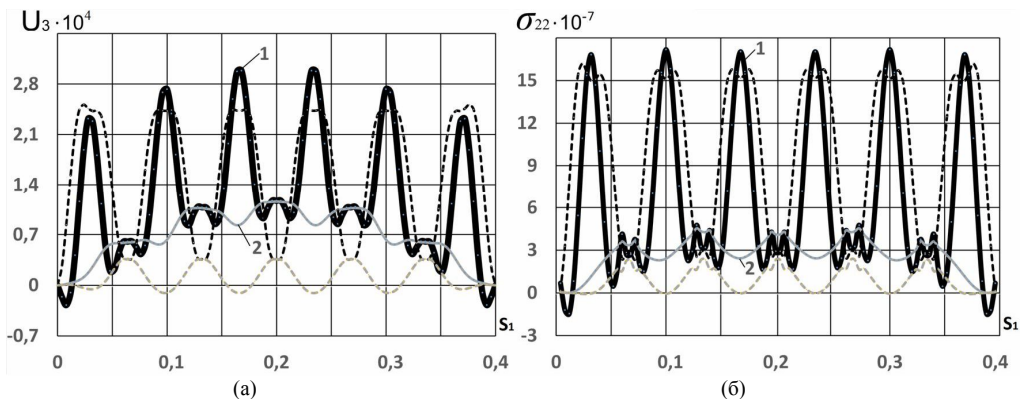


Рис. 7. Жорстке закріплення оболонки. Відсутність заповнювача. $s_2 = 0$: (а) – залежності максимальних величин нормальних прогинів $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$; (б) – теж саме нормальних напружень $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$

На рис. 7(б) зображено залежності максимальних величин нормальних напружень $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$ в серединних поверхнях несучих оболонок у пружному середовищі Вінклера ($C_1 = 1 \cdot 10^8$ Н/м³) вздовж координати S_1 в перерізі $s_2 = 0$. На цьому і подальших графіках крива 1 відповідає величині σ_{22}^1 внутрішньої несучої симетричної циліндричної оболонки, а крива 2 – величині σ_{22}^2 зовнішньої несучої симетричної циліндричної оболонки в момент часу $t = 3,7T$ (час досягнення максимального значення величин $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$). Легкий заповнювач відсутній. Для порівняння на цих же графіках для пружного середовища Вінклера ($C_1 = 1 \cdot 10^9$ Н/м³) відповідні криві зображені пунктирною лінією при $t = 1,25T$.

На графіках рис. 8(а) зображені залежності максимальних величин нормальних прогинів $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$ в серединних поверхнях несучих оболонок симетричної тришарової циліндричної оболонки у пружному середовищі Вінклера ($C_1 = 1 \cdot 10^8$ Н/м³ суцільна лінія при $t = 3,65T$; $C_1 = 1 \cdot 10^9$ Н/м³ пунктирна лінія при $t = 2T$) від поздовжньої координати S_1 в перерізі $s_2 = L_2/4$. Торці оболонки жорстко затиснені. Пінопласт із співвідношенням модулів пружності несучого шару і заповнювача $E_1^1 / E_1^t = 500$.

На рис. 8(б) зображені відповідні залежності максимальних величин нормальних напружень $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$ в серединних поверхнях несучих шарів циліндричної структури від координати S_1 в перерізі $s_2 = 0$.

На графіках рис. 9(а) зображені залежності максимальних величин нормальних прогинів $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$ в серединних поверхнях несучих шарів симетричної тришарової циліндричної оболонки у пружному середовищі Вінклера ($C_1 = 1 \cdot 10^8$ Н/м³ суцільна лінія при $t = 8,65T$; $C_1 = 1 \cdot 10^9$ Н/м³ пунктирна лінія при $t = 5,2T$) від поздовжньої координати S_1 . Торці оболонки шарнірно закріплені без пінопласту.

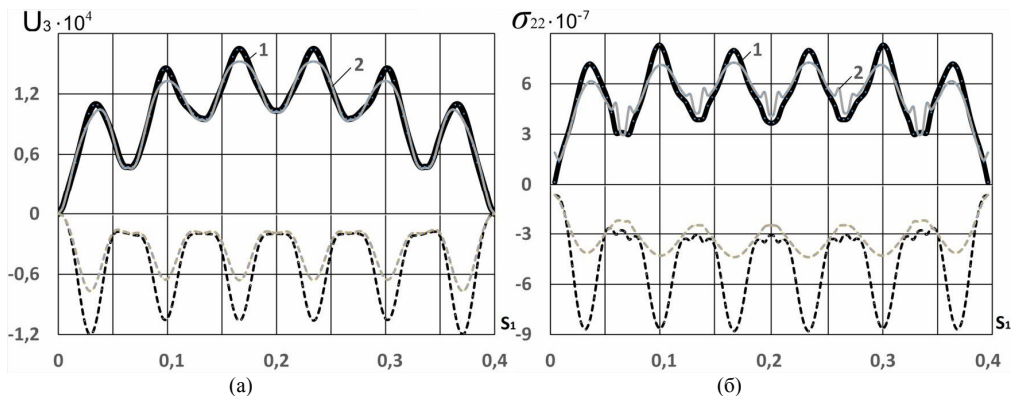


Рис. 8. Жорстке закріплення оболонки. Наявність заповнювача. $s_2 = 0$: (а) – залежності максимальних величин нормальних прогинів $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$; (б) – теж саме нормальних напружень $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$

На рис. 9(б) зображені відповідні залежності максимальних величин нормальних напружень $\sigma_{22}^1(1)$ і $\sigma_{22}^2(2)$ в серединних поверхнях несучих оболонок від координати S_1 в перерізі $s_2 = 0$.

На графіках рис. 10(а) приведені залежності максимальних величин нормальних прогинів $u_3^1(1)$ і $u_3^2(2)$ в серединних поверхнях несучих шарів симетричної тришарової циліндричної оболонки на пружній основі Вінклера ($C_1 = 1 \cdot 10^8$ Н/м³ суцільна лінія при $t = 6,3T$; $C_1 = 1 \cdot 10^9$ Н/м³ пунктирна лінія при $t = 2,15T$) від поздовжньої координати S_1 в перерізі $s_2 = 0$. Торці оболонки шарнірно закріплені пінопласт $E_1^1 / E_1^t = 500$.

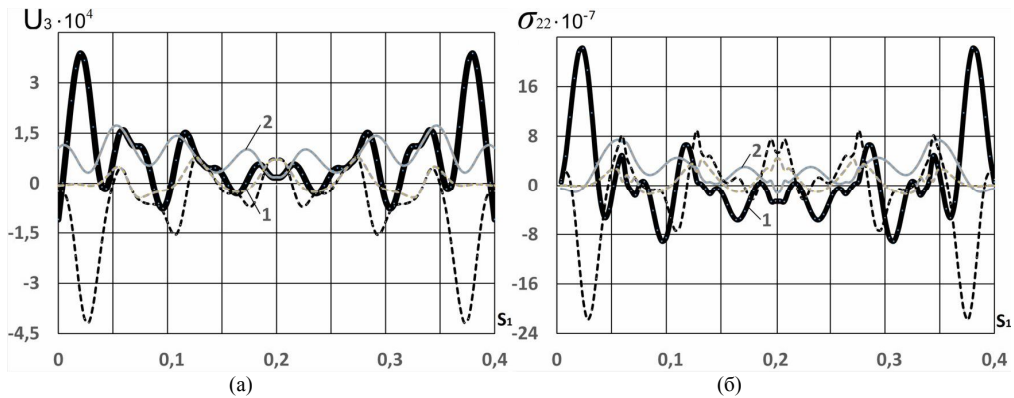


Рис. 9. Шарнірне закріплення оболонки. Відсутність заповнювача. $s_2 = 0$: (а) – залежності максимальних величин нормальних прогинів u_3^1 (1) і u_3^2 (2); (б) – теж саме нормальних напружень σ_{22}^1 (1) і σ_{22}^2 (2)

На рис. 10(б) приведені відповідні залежності максимальних величин нормальних напружень σ_{22}^1 (1) і σ_{22}^2 (2) в серединних поверхнях несучих оболонок від координати S_1 в перерізі $s_2 = 0$.

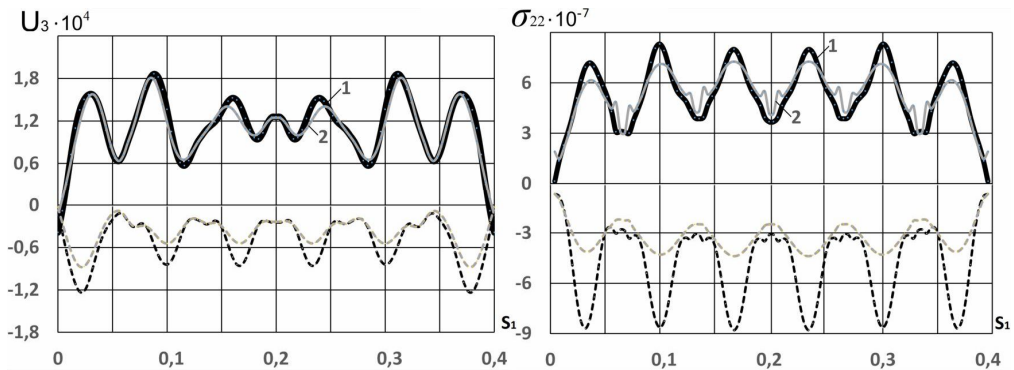


Рис. 10. Шарнірне закріплення оболонки. Наявність заповнювача. $s_2 = 0$: (а) – залежності максимальних величин нормальних прогинів u_3^1 (1) і u_3^2 (2); (б) – теж саме нормальних напружень σ_{22}^1 (1) і σ_{22}^2 (2)

Аналіз результатів дослідження

Порівняння за модулем максимальних значень нормальних прогинів u_3^1, u_3^2 серединної поверхні несучих шарів досліджуваної структури у перерізі $s_2 = L_2/4$ при різних величинах коефіцієнта Вінклера, показує значний вплив останнього на динамічну поведінку шаруватої оболонкової структури. Збільшення пружності зовнішнього середовища зменшує величину прогину зовнішнього несучого шару структури u_3^2 і практично не змінює максимальний прогин внутрішнього шару u_3^1 (рис. 3(а), 4(а), 5(а)) при жорсткому закріпленні торців. При шарнірному закріпленні оболонки і наявності заповнювача, величини прогинів внутрішнього і зовнішнього шарів u_3^1, u_3^2 зменшуються (рис. 6(а)).

В перерізі $s_2 = 0$ структури, при жорсткому затисненні і відсутності полімерного заповнювача, прогин внутрішнього шару практично не змінюється, а зовнішнього зменшується (рис. 7(а)). При наявності заповнювача величини максимальних прогинів обох шарів, як видно із графіків, значно зменшуються (рис. 8(а)). При шарнірному закріпленні структури, в цьому перерізі внутрішній прогин шару u_3^1 не змінюється, а зовнішній u_3^2 - зменшується (рис. 9(а)). В цьому ж випадку,

при наявності заповнювача (рис. 10(a)), як і в перерізі $s_2 = L_2/4$, прогини внутрішнього і зовнішнього шарів u_3^1, u_3^2 зменшуються.

Зіставлення максимальних величин нормальних напружень σ_{12}^1 і σ_{22}^2 у перерізі $s_2 = L_2/4$ і різних величинах коефіцієнта Вінклера показує, що при жорсткому затисненні структури без заповнювача (рис. 3(б)), величини напруження внутрішнього шару не змінюються, а зовнішнього – зменшуються. А при наявності заповнювача в цьому випадку (рис. 4(б)), напруження обох шарів зменшуються. В шарнірно закріпленій структурі, при відсутності заповнювача, напруження зовнішнього шару не змінюється, а внутрішнього – незначно зменшуються (рис. 5(б)). Наявність заповнювача (рис. 6(б)), збільшує напруження зовнішнього шару, а внутрішнього – майже не змінює.

В перерізі $s_2 = 0$, при жорсткому затисненні і відсутності заповнювача (рис. 7(б)) відбувається незначне зменшення напруження в обох шарах структури, а при наявності заповнювача (рис. 8(б)) - напруження не змінилось. При шарнірному закріпленні структури без заповнювача відбувається незначне зменшення величин максимального напруження лише у зовнішньому шарі (рис. 9(б)). У цьому ж випадку при наявності заповнювача в структурі (рис. 10(б)), напруження в обох шарах практично не змінилось.

Висновки

Досліджено напружено-деформований стан еліптичних тришарових циліндричних оболонок при відсутності і наявності в структурі легкого, армованим ребрами полімерного заповнювача під дією нестационарного навантаження.

При аналізі динаміки елементів пружної структури використано модель теорії оболонок і стрижнів С.П. Тимошенка. Проведено аналіз розрахунків впливу полімерного заповнювача оболонки на її напружено-деформований стан при зміні величин коефіцієнта пружного середовища моделі Вінклера.

Скінченно-елементні розрахунки динаміки перехідних процесів в тришарових циліндричних оболонках еліптичного перерізу, розміщених у пружному середовищі, показали можливість керування коливальними процесами в таких структурах.

Підбором матеріалів пакету циліндричних оболонок еліптичного перерізу, можна створити конструкцію структури з прогнозованою динамічною поведінкою при нестационарному навантаженні.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Головки К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф. Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках (под ред. акад. НАН Украины А.Н. Гузя). – Киев: Изд. – полиграф. центр «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.
2. Кравец В.Г., Луговой П.З., Прокопенко Н.Я. Влияние подкрепления и упругого основания на колебания прямоугольных в плане пологих ребристых цилиндрических оболочек // Вісник НТУУ (КП) Серія “Гірництво” -2011. Вип.-20. С.20-26.
3. Луговой П.З., Мейш В.Ф., Мейш Ю.А. Динамика конструктивно-неоднородных оболочковых структур: монографія– К.: Ліра-К, 2022. – 336 с.
4. Мейш Ю.А. Динамическое поведение дискретно подкрепленных цилиндрических оболочек на упругом основании при нестационарной нагрузке // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету: тематичний випуск «Математичні проблеми технічної механіки» / Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2013. – Випуск 2 (22). – С. 105-110.
5. Мейш Ю.А. Колебания цилиндрических дискретно подкрепленных оболочек на пружной основе при нестационарных навантаженнях // Вісник Національного транспортного університету: Ч. 2. – К.: НТУ, 2012. – Вип. 26. – С. 578-583.
6. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможности их анализа. - К.: Сталь. 2002 – 597с.
7. Пастернак П. Л. Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели. - М.: Госстройиздат. 1954. - 56 с.
8. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки.–М.: Наука, 1966.– 636 с.
9. Gaidachuk V.V., Kotenko K.E., Lavinsky D. S. Impact of elasticity of polymer filler of three-layer cylindrical structure of elliptical section on its behavior under internal impulse loading / Опір матеріалів і теорія споруд: науково-техн. збірн.–К.: КНУБА, 2022, Issue 109. – P. 467-472.
10. Lugovoi P. Z., Gaidachuk V.V., Skosarenko Yu. V., Kotenko K.E. Stress–Strain State of Three-Layer Cylindrical Shells with Reinforced Light Core Under Nonstationary Loading "International Applied Mechanics", 2021, 57(4), P. 395–404.
11. Frostig Y., Thomsen O.T. Higher-order free vibration of sandwich panels with a flexible core – Int. J. Solids Struct. – 2004. – 41. – P. 1697 – 1724.
12. Рычков С. П. Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. – М.: ДМК Пресс, 2016. – 784 с.

13. *Мейш В.Ф., Мейш Ю.А., Корніснко В.Ф., Сторожук Є.А.* До розв'язання динамічних задач для циліндричних оболонок еліптичного перерізу під дією розподілених імпульсних навантажень— Прикладна механіка— 2022—Т.58—№3—С.82–90.

REFERENCES

1. *Golovko K.G., Lugovoj P.Z., Mejsh V.F.* Dinamika neodnorodnyh obolochek pri nestacionarnykh nagruzkah (Dynamics of inhomogeneous shells under unsteady) – Kiev: Izd. poligraf. centr «Kievskij un-t», 2012. – 541 s
2. *Kravec V.G., Lugovoj P.Z., Prokopenko N.Ya.* Vliyanie podkrepneniya i uprugogo osnovaniya na kolebaniya pryamougolnykh v plane pologih rebriстыh cilindricheskikh obolochek (The influence of reinforcement and elastic foundation on the vibrations of rectangular in plan flat ribbed cylindrical shells) // Visnik NTUU (KPI) Seriya "Girnicтво"—2011. Vip.-20. s.20–26.
3. *Lugovoj P.Z., Mejsh V.F., Mejsh Yu.A.* DYNAMIKA KONSTRUKTYVNO-NEODNORODNYKH OBOLONKOVYKH STRUKTUR: monografiya (Dynamics of structurally inhomogeneous shell structures: monograph)— K.: Lira-K, 2022. – 336 s.
4. *Mejsh Yu.A.* Dinamicheskoe povedenie diskretno podkrepennykh cilindricheskikh obolochek na uprugom osnovanii pri nestacionarnoy nagruzke (Dynamic behavior of discretely reinforced cylindrical shells on an elastic base under unsteady load) // Zbirnik naukovykh prac Dniprodzerzhinskogo derzhavnogo tehnicnogo universitetu: tematicnij vipusk «Matematichni problemi tehnicnoyi mehaniki» / Dniprodzerzhinsk: DDTU. – 2013. – Vipusk 2 (22). – s. 105-110.
5. *Mejsh Yu.A.* Kolivannya cilindrichnykh diskretno pidkriplenih obolonok na pruzhnij osnovi pri nestacionarnih navantazhenyakh (Oscillations of cylindrical discretely supported shells on an elastic base under non-stationary loads) // Visnik Nacionalnogotransportnogouniversitetu: Ch. 2. – K.: NTU, 2012. – Vip. 26. - S. 578-583.
6. *Perelmuter A.V., Slivker V.I.* Raschetnye modeli sooruzhenij i vozmozhnostiih analiza (Calculation models of structures and the possibility of their analysis)— K.: Stal. 2002 – 597s.
7. *Pasternak P.L.* Osnovy novogo metoda rascheta fundamentov na uprugom osnovanii pri pomoshi dvuh koefitsientov posteli (Fundamentals of a new method for calculating foundations on an elastic foundation using two bed coefficients)— M.: Gosstrojizdat. 1954. – 56 s.
8. *Timoshenko S.P., Vojnovskij-Kruger S.* Plastinki i obolochki (Plates and shells) – M.: Nauka, 1966. – 636 s.8.
9. *Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Lavinsky D.S.* Impact of elasticity of polymer filler of three-layer cylindrical structure of elliptical section on its behavior under internal impulse loading / Strength of Materials and Theory of Structures—K.: KNUBA, 2022, № 109. –P. 467-472.
10. *Lugovoi P.Z., Gaidaichuk V.V., Skosarenko Yu.V., Kotenko K.E.* Stress-Strain State of Three-Layer Cylindrical Shells with Reinforced Light Core Under Nonstationary Loading "International Applied Mechanics", 2021, 57(4), P. 395–404.
11. *Frostig Y., Thomsen O.T.* Higher-order freevibrationof sandwichpanelswith a flexiblecore—Int. J. SolidsStruct. – 2004. – 41. – P. 1697 – 1724.
12. *Rychkov S.P.* Modelirovanie konstrukcij v srede Femap with NX Nastran (Modeling of structures in the Femap with NX Nastran environment)— M.: DMKPress, 2016. – 784 s.
13. *Mejsh V.F., Mejsh Yu.A., Korniyenko V.F., Storozhuk Ye.A.* Do rozv'yazannya dinamicnykh zadach dlya cilindrichnykh obolonok eliptichnogo pererizu pid diyeyu rozpodilenykh impulsnykh navantazhen (Solution of Dynamic Problems for Elliptical Cylindrical Shells Under Distributed Impulsive Loads)— Prikladnamehanika— 2022 —Т.58 —№3—С.82–90.

Стаття надійшла 19.02.2024

Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Klymenko M.O.

INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF THE ELASTIC MEDIUM ON THE DYNAMIC BEHAVIOR OF A THREE-LAYER ELLIPTICAL CYLINDER UNDER NON-STATIONARY LOADING

Dynamic transient processes are studied and the results of evaluating the influence of an elastic medium on the behavior of a three-layer cylindrical shell structure of elliptical cross-section under non-stationary impulse loading are given. The used model of the theory of shells and rods by S. P. Timoshenko, taking into account independent static and kinematic hypotheses for each layer of the structure. Numerical calculations of normal deflections and normal stresses of the load-bearing layers of the structure, which determine its stress-strain state (SSS), have been performed. Variants of the structure without a polymer aggregate and with a discrete-symmetric rib-reinforced aggregate are considered. A comparative analysis of the deflections and stresses of the load-bearing layers of the structure in the absence of light aggregate and in its presence is given. Numerical results regarding the dynamics of the three-layer structure were obtained using the finite element method.

Key words: three-layer cylindrical shell, polymer aggregate, finite element model, elliptical cross section, non-stationary load, bearing layer.

УДК 539.3

Гайдайчук В.В., Котенко К.Е., Клименко М.О. Дослідження впливу пружного середовища на динамічну поведінку тришарового еліптичного циліндру при нестационарному навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 112. – С. 149-160. Лл. 10. Бібліогр. 13 назв.

UDC 539.3

Gaidaichuk V.V., Kotenko K.E., Klymenko M.O. Investigation of the influence of the elastic medium on the dynamic behavior of a three-layer elliptical cylinder under non-stationary loading // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2024. – Issue 112. – P. 149-160. Fig. 10. Ref. 13.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури ГАЙДАЙЧУК Віктор Васильович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних сил, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, ГАЙДАЙЧУКУ Віктору Васильовичу.

Роб. тел. +380 (44) 241-55-72

Моб. тел. +380 (97) 542-94-27

e-mail: viktor_gaydaychuk@bigmir.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2059-7433>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки, професор Київського національного університету будівництва і архітектури КОТЕНКО Костянтин Едуардович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних сил, 31, к. 433, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра теоретичної механіки, КОТЕНКУ Костянтину Едуардовичу.

Роб. тел. +380 (44) 241-55-72

Моб. тел. +380 (95) 585-20-76

E-mail: 1969box@mail.ru

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3181-3819>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент кафедри машин і обладнання технологічних процесів, Київський національний університет будівництва і архітектури; КЛИМЕНКУ Миколі Олександровичу

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних сил, 31, к. 501, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра машин і обладнання технологічних процесів, КЛИМЕНКО М.О.

Роб. тел. +380 (44) 241-55-48

Моб. тел. +380 (50)131-7677

E-mail: klymenko.mo@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-6166-8966>