

УДК 539.375

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПК ЛІРА САПР

О.О. Шкриль¹,

д-р техн. наук

Ю.В. Максим'юк¹,

д-р техн. наук

В.Б. Долгошей²,

канд. фіз.-мат. наук

В.В. Бучко¹,

аспірант

¹Київський національний університет будівництва і архітектури,
03680, м. Київ, Україна, проспект Повітряних сил, 31

²Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського",
03056, м. Київ, Берестейський просп., 37

DOI: 10.32347/2410-2547.2024.112.132-138

Досліджено можливість реалізації методики визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень прямим методом в безкоштовному програмному комплексі «ПК ЛІРА-САПР 2016 R5 (некомерційна)». Розв'язання тестової задачі про розтяг пластини з центральною тріщиною показало можливість використання подібних комплексів для отримання достовірних результатів за умови дотримання певних умов при побудові дискретної моделі.

Ключові слова: метод скінченних елементів, тріщина, коефіцієнт інтенсивності напружень.

Вступ. На сьогоднішній день питанням визначення несучої здатності будівельних конструкцій присвячена велика увага [7, 8]. Наявність в таких конструкціях тріщин потребує залучення підходів механіки руйнування. Здебільшого реалізація таких підходів виконується із застосуванням програмних комплексів, в яких реалізовано метод скінченних елементів [1, 3-6]. Серед них виділяють такі програмні комплекси як Abaqus, Ansys, Nastran де реалізація підходів механіки руйнування постійно вдосконалюється. Проте вартість ліцензій на використання таких комплексів, особливо в умовах України, не дозволяє більшості дослідникам в повній мірі користуватися такими програмами. Тому актуальним є дослідження можливості застосування підходів механіки руйнування в програмних комплексах, користування якими є безкоштовним. В будівництві значна кількість конструкцій є ізотропними тілами. Експлуатація більшості з них супроводжується пружними деформаціями. При наявності в них тріщини оцінка несучої здатності виконується за допомогою коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) [1, 3, 6]. В даній статті досліджено можливість визначення КІН на основі результатів визначеного напружено-деформованого стану (НДС) отриманих за допомогою безкоштовного програмного комплексу «ПК ЛІРА-САПР 2016 R5 (некомерційна)» [9].

Прямий метод визначення КІН. Для визначення КІН використовуються прямий та енергетичні методи. Згідно прямого методу, значення КІН для тріщин нормального відриву обчислюються на основі визначеного розподілу переміщень та напружень в околі вершини тріщини (рис. 1 (а)) [6]

$$K_I = \frac{u_y \mu}{\sin \frac{\theta}{2} (2 - 2\nu - \cos^2 \frac{\theta}{2})} \sqrt{\frac{2\pi}{r}}, \quad (1)$$

$$K_I = \frac{\sigma^{yy} \sqrt{2\pi r}}{\cos \frac{\theta}{2} (1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2})}, \quad (2)$$

де r, θ – полярні координати з початком в вершині тріщини; μ – модуль зсуву; ν – коефіцієнт Пуассона.

Для симетричних задач моделювання тріщини може відбуватися за допомогою задання відповідних граничних умов.

В такому випадку дискретна модель буде включати лише одну поверхню тріщини. Навколо вершини тріщини виділяється привершинна область розмірністю 3 на 6 елементів [1] (рис. 1 (б)).

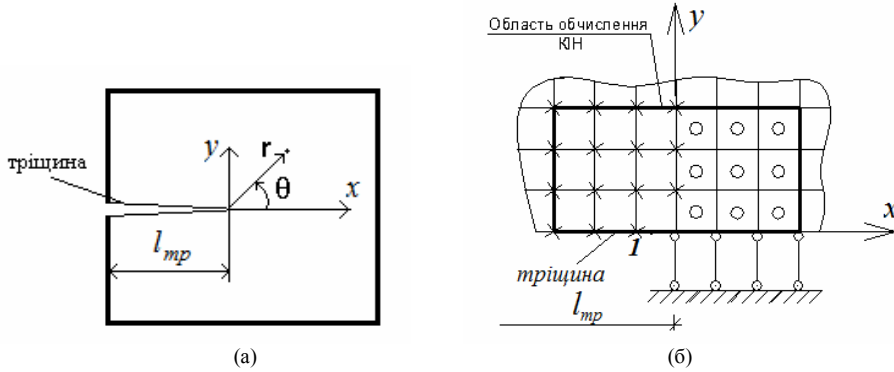


Рис. 1

У вузлах привершинної області що позначені хрестиками значення КІН визначаються за переміщеннями (1). В скінченних елементах, позначених кружками КІН визначаються за напруженнями (2). Далі визначаються усереднені значення КІН за переміщеннями - $K_I(u)$ та напруженнями - $K_I(\sigma)$, [1]

$$K_I(u) = \frac{\sum_{i=1}^{k1} K_i^i(u)}{k1}, \quad K_I(\sigma) = \frac{\sum_{j=1}^{k2} K_j^j(\sigma)}{k2},$$

де $k1=15$ (кількість вузлів визначення КІН за переміщеннями), $k2=9$ (кількість елементів визначення КІН за напруженнями).

Результуючий КІН визначається шляхом усереднення отриманих $K_I(u)$ та $K_I(\sigma)$

$$K_I = \frac{K_I(u) + K_I(\sigma)}{2}.$$

Слід зазначити, що в сучасних програмних комплексах визначення значення КІН прямим методом виконується за формулою (1) за величиною переміщення обчисленого у вузлі, що є найближчим до вершини тріщини (вузол 1 на рис. 1 (б)).

Апробація методу на тестовій задачі. Для апробації таких 2 підходів була розглянута тестова задача про розтяг пластини з центральною тріщиною. Фізико-механічні характеристики: $E=1 \text{ кг/см}^2$, $\nu=0.3$. Зовнішнє навантаження $q=1 \text{ кг/см}^2$. Розміри $b=10 \text{ см}$, $h=20 \text{ см}$, $2l_{mp}=5 \text{ см}$. Для заданих параметрів пластини визначимо значення КІН за формулами наведеними в довіднику [2]

$$K_I^{em} = q \sqrt{\pi l_{mp}} F_I(\alpha, \beta), \quad \alpha = \frac{2l_{mp}}{b} = 0.5, \quad \beta = \frac{h}{b} = 2, \quad F_I(\alpha, \beta) = 1.187,$$

$$K_I^{em} = 1 \sqrt{3.14 * 2.5} * 1.187 = 3.33 (\text{кг/см}^2) \text{см}^{1/2}.$$

Враховуючи симетрію задачі, розрахункова схема буде являти собою чверть пластини із заданням відповідних граничних умов (рис. 3). Поверхня тріщини є вільною від закріплення.

На першому етапі розрахунку було проведено дослідження збіжності отриманого розподілу НДС в залежності від ступеня згущення дискретної моделі. Скінченні елементи (СЕ) дискретної моделі були прийняті квадратними. Параметром, що характеризує

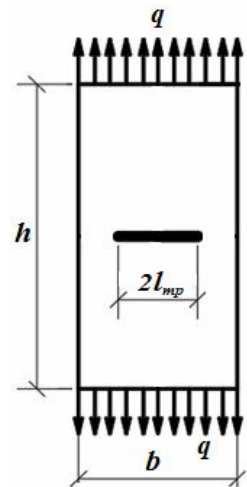


Рис. 2

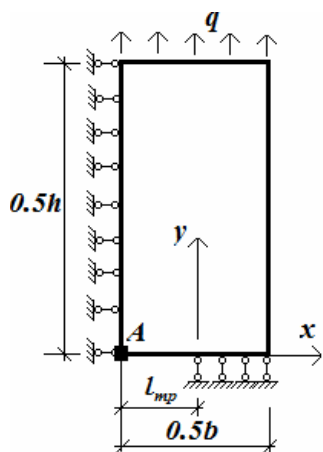


Рис. 3

ступінь згущення дискретної моделі є відношення сторони квадрату SE до довжини тріщини $C = l_{mp} / l_{cr}$. На рис. 4 представлені дискретні моделі, в яких параметр C поступово збільшується в 2 рази.

Дослідження збіжності проведені на прикладі переміщення u^y вузла А, що розташований в крайній лівій точці на поверхні тріщини (рис. 3). З графіку можна побачити, що для дискретної моделі $C=20$, переміщення досягають збіжності (рис. 5). Подальше згущення дискретної моделі в 2 рази призводить до зміни значення переміщення на 0.7% по відношенню до $C=20$.

При визначенні КІН прямим методом по привершинній області використовувались вузлові переміщення 15 вузлів і напруження 9 SE (рис. 6).

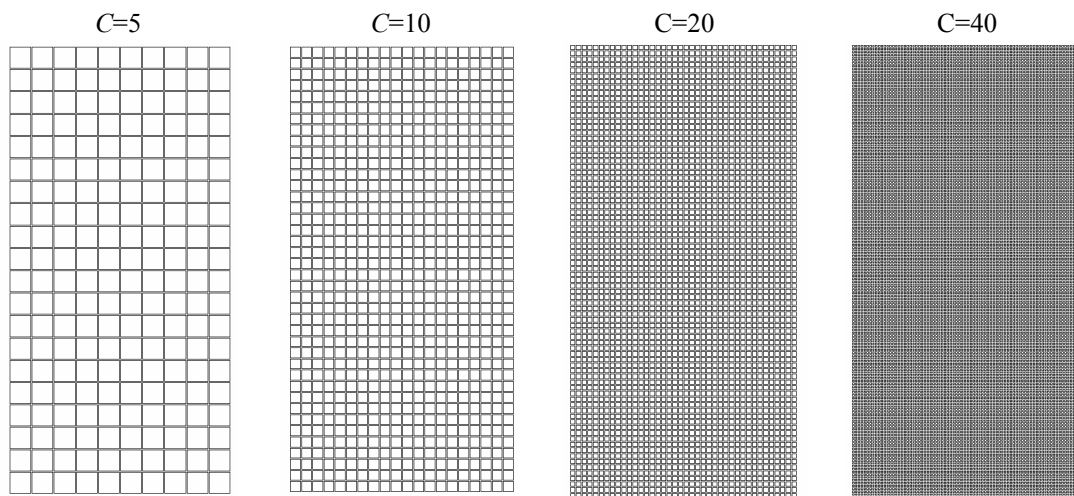


Рис. 4

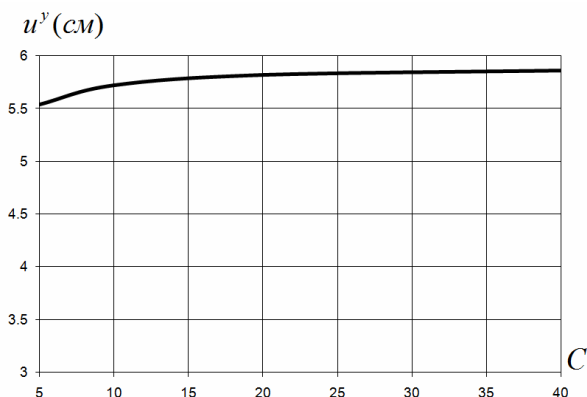


Рис. 5

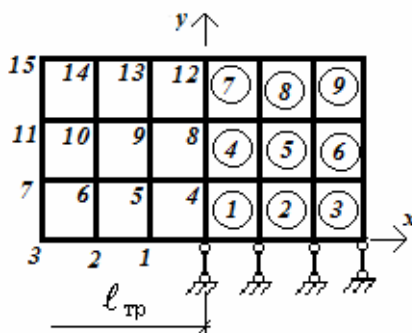


Рис. 6

Розрахунки КІН проводились в табличній формі із застосуванням Excel. В табл. 1 відображена процедура визначення КІН за переміщеннями. Похибка отриманого КІН визначалась по відношенню до $K_I^{em} = 3.33(\text{кг/см}^2)\text{см}^{1/2}$.

Таблиця 1

№ вузла	u^y , см	x , см	y , см	r , см	θ , рад	K_I , (кг/см ²)см ^{1/2}	δ , %
1	1.666	0.125	0	0.125	3.142	3.244	2.58
2	2.410	0.25	0	0.250	3.142	3.319	0.34
3	2.980	0.375	0	0.375	3.142	3.351	0.62
4	0.746	0	0.125	0.125	1.571	3.196	4.03
5	1.645	0.125	0.125	0.177	2.356	3.257	2.21
6	2.448	0.25	0.125	0.280	2.678	3.405	2.24
7	3.011	0.375	0.125	0.395	2.820	3.404	2.21
8	1.217	0	0.25	0.250	1.571	3.687	10.71
9	1.833	0.125	0.25	0.280	2.034	3.497	5.03
10	2.484	0.25	0.25	0.354	2.356	3.478	4.45
11	3.039	0.375	0.25	0.451	2.554	3.465	4.04
12	1.570	0	0.375	0.375	1.571	3.883	16.61
13	2.059	0.125	0.375	0.395	1.893	3.679	10.48
14	2.590	0.25	0.375	0.451	2.159	3.583	7.60
15	3.087	0.375	0.375	0.530	2.356	3.529	5.98
$K_I(u) = (\sum_{i=1}^{k1} K_I^i(u)) / k1$						3.465	4.05

Результати показують, що похибки обчислених КІН можуть значно відрізнятися для різних вузлів. Похибка усередненого КІН 4 %. Далі наводиться таблиця 2, що описує визначення КІН за величинами напружень σ^{yy} .

Таблиця 2

№ елем.	σ^{yy} , кг/см ²	x , см	y , см	r , см	θ , рад	K_I , (кг/см ²)см ^{1/2}	δ , %
1	5.0264	0.0625	0.0625	0.0884	0.7854	2.995	10
2	3.0609	0.1875	0.0625	0.1976	0.3218	3.217	3.4
3	2.5072	0.3125	0.0625	0.3187	0.1974	3.466	4.1
4	3.6778	0.0625	0.1875	0.1976	1.2490	3.242	2.6
5	3.2669	0.1875	0.1875	0.2652	0.7854	3.372	1.3
6	2.6030	0.3125	0.1875	0.3644	0.5404	3.424	2.8
7	2.9091	0.0625	0.3125	0.3187	1.3734	3.413	2.5
8	2.9291	0.1875	0.3125	0.3644	1.0304	3.413	2.5
9	2.6218	0.3125	0.3125	0.4419	0.7854	3.494	4.9
$K_I(\sigma) = (\sum_{j=1}^{k2} K_I^j(\sigma)) / k2$						3.337	0.2

Результуючий КІН отримано шляхом усереднення значень $K_I(u)$ та $K_I(\sigma)$, похибка становить 2.1%

$$K_I = \frac{K_I(u) + K_I(\sigma)}{2} = \frac{3.465 + 3.337}{2} = 3.401.$$

При визначенні КІН за переміщенням найближчого до вершини тріщини вузла (вузол 1 на рис. 1 (б)) маємо: $K_I=3.244$, (табл. 1). Похибка становить 2.58%. Отже обидва підходи реалізації прямого методу дозволяють визначати значення КІН з високою точністю.

Далі було проведено дослідження впливу розмірності дискретної моделі за межами привершинної області (область А). Область А сітки $S=20$ залишалась незмінною. В зонах 1, 2, 3 розміри СЕ поступово збільшувались в 2 рази порівняно з областю А (рис. 7).

Розбиття на СЕ відбувалося програмою автоматизовано за допомогою використання процедури триангуляції заданих вручну областей 1, 2, 3. На рис. 8 показані сітки в результаті розбиття на 4 кутні (а) та 3 кутні (б) СЕ.

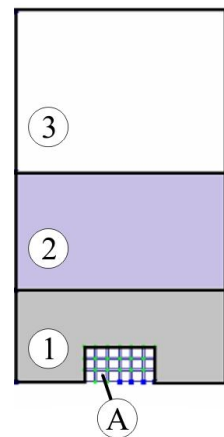


Рис. 7

Значення КІН обчислені за переміщенням у вузлі 1 становлять 3.22 та 3.2 відповідно. Відмінність від результату 3.244 (табл. 1), отриманого на регулярній сітці становить відповідно 0.7% та 1.3%.

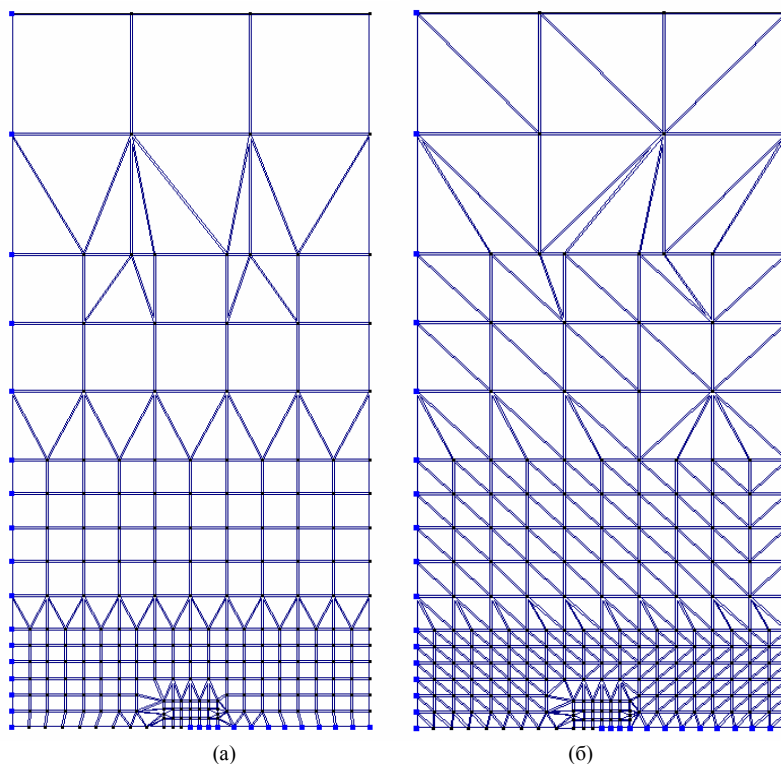


Рис. 8

Далі було проведено дослідження впливу типу триангуляції на 3 кутні та 4 кутні СЕ в привершинній області (область А).

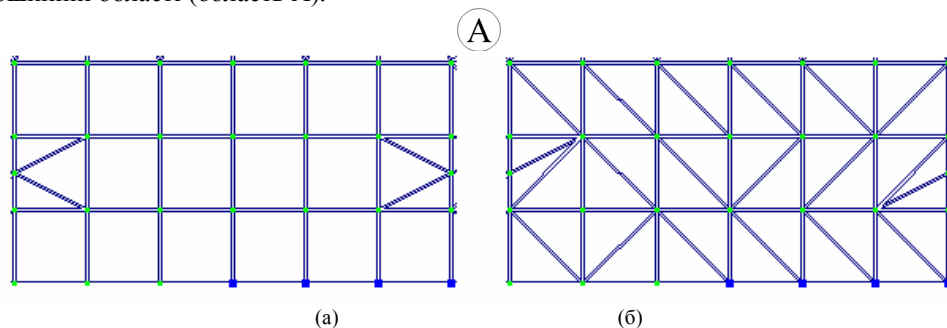


Рис. 9

Значення КІН отримані на сітках (а) та (б) відповідно становлять 3.2 та 2.79. Використання 3 кутних СЕ в привершинній області погіршує точність результатів на 14%.

Висновки. Отримані результати показують, що в даному програмному комплексі для отримання достовірних результатів визначення КІН прямим методом в привершинній області треба використовувати квадратні СЕ з розміром в 20 разів меншими від розміру тріщини. За межами привершинної області тип розбивки впливає на результати в межах одного відсотка.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Напіваналітичний метод скінчених елементів у задачах руйнування тіл з тріщинами / [В.А. Баженов, С.О. Пискунов, О.О. Шкриль]. – Київ: Вид-во “Каравела”, 2017. – 208 с.

2. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2 т. / Под ред. Ю. Мураками. М.: Мир, 1990.
3. Пискунов С.О., Шкріль О.О., Максим'юк Ю.В. Визначення тріщиностійкості ротора парової турбіни при дії об'ємних сил / Опір матеріалів і теорія споруд. – 2019. – Вип. 103. – С. 57-62
4. В.А.Баженов, С.О.Пискунов, Ю.В.Максим'юк, О.О.Шкріль Оцінка ресурсу корпусу стопорного клапана парової турбіни при термосиловому навантаженні з урахуванням формозмінення // Проблемы прочности (Strength of Materials - Springer) -2022. N4 C.56-64
5. Солодей І.І., Козуб Ю.Г., Сtryhun Р.Л., Шовківська В.В. Аналіз алгоритмів розв'язання геометрично нелінійних задач механіки в схемі напіваналітичного методу скінченних елементів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2022. – Вип.109. – С. 109-119.
6. Anderson T. L. Fracture mechanics: fundamentals and applications. / [T.L. Anderson]. – CRC press, 2017. – 688 p.
7. Annenkov.A. Monitoring the deformation process of engineering structures using BIM technologies.The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Volume XLVI-5/W1-2022 Measurement, Visualisation and Processing in BIM for Design and Construction Management II,7–8Feb.2022, Prague, Czech Republic.
8. Isaev O., Annenkov A., Demianenko R., Chulanov P. Monitoring of the elements stability of building constructions by means of example of vertical elastic rod of high flexibility. Strength of Materials and Theory of Structures.No.109(2022).416-425
9. <https://www.liraland.ua/>

REFERENCES

1. Napivanalitichnyy metod skinchenykh elementiv u zadachakh ruynuvannya til z trishchynamy (Semi-analytical method of finite elements in problems of destruction of bodies with cracks)/ [V.A. Bazhenov, S.O. Pyskunov, O.O. Shkryl]. – Kyiv: Vyd-vo “Karavela”, 2017. – 208 s.
2. Spravochnik po koeffitsiyentam intensivnosti napryazheniy: V 2 t. (Handbook of stress intensity factors: In 2 vols.) / Pod red. YU. Murakami. M.: Mir, 1990.
3. Pyskunov S.O., Shkryl O.O., Maksymyuk Yu.V. Vyznachennya trishchynosti ykosti rotora parovoyi turbiny pry diyi obyemnykh syl (Determination of crack resistance of a steam turbine rotor under the volume forces action)/ Opir materialiv i teoriya sporud. – 2019. – Vyp. 103. – S. 57-62 13.
4. V.A. Bazhenov, S.O. Pyskunov, Yu.V. Maksymyuk, O.O. Shkryl. Otsinka resursu korpusu stopornogo klapana parovoyi turbiny pry termosylovomu navantazhenni z urakhuvannyam formozminennya (Estimation of the resource of the steam turbine stop valve housing under thermoforce loading, taking into account deformation) // Problemy prochnosti (Strength of Materials - Springer) -2022. N4 C.56-64
5. Solodey I.I., Kozub YU.H., Stryhun R.L., Shovkivska V.V. Analiz alhorytmiv rozvyazannya heometrychno neliniynykh zadach mekhaniky v skhemi napivanalitichnoho metodu skinchenykh elementiv (Algorithms analysis for solving geometrically nonlinear mechanics problems in the scheme of the semi-analytical finite element method) // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekh. zbirnyk – K.: KNUBA, 2022. – Vyp.109. – S. 109-119
6. Anderson T. L. Fracture mechanics: fundamentals and applications. / [T.L. Anderson]. – CRC press, 2017. – 688 p.
7. Annenkov A. Monitoring the deformation process of engineering structures using BIM technologies.The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Volume XLVI-5/W1-2022 Measurement, Visualisation and Processing in BIM for Design and Construction Management II,7–8Feb.2022, Prague, Czech Republic.
8. Isaev O., Annenkov A., Demianenko R., Chulanov P. Monitoring of the elements stability of building constructions by means of example of vertical elastic rod of high flexibility. Strength of Materials and Theory of Structures.No.109(2022).416-425
9. <https://www.liraland.ua/>

Стаття надійшла 26.03.2024

Шкріль О.О., Максим'юк Ю.В., Долгошей В.Б., Бучко В.В.

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЕНТІВ ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПК ЛІРА САІР

На сьогоднішній день питання залучення механіки руйнування до розрахунку конструкцій з тріщинами набуває все більш актуального значення. Здебільшого реалізація таких підходів виконується із застосуванням програмних комплексів, в яких реалізовано метод скінченних елементів. Серед них виділяють такі програмні комплекси як Abaqus, Ansys, Nastran де реалізація підходів механіки руйнування постійно вдосконалюється. Проте вартість ліцензій на використання таких комплексів, особливо в умовах України, не дозволяє більшості дослідникам в повній мірі користуватися такими програмами. Тому актуальним є дослідження можливості застосування підходів механіки руйнування в програмних комплексах, користування якими є безкоштовним. В будівництві значна кількість конструкцій є ізотропними тілами. Експлуатація більшості з них супроводжується пружними деформаціями. При наявності в них тріщини оцінка несучої здатності виконується за допомогою коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН). В даній статті досліджено можливість визначення КІН на основі результатів визначеного напружено-деформованого стану (НДС) отриманих за допомогою безкоштовного програмного комплексу «ПК ЛІРА-САІР 2016 R5 (некомерційна)».

Обчислення КІН виконується прямим методом на основі визначеного розподілу переміщень та напружень в околі вершини тріщини. Моделювання тріщини відбувається за допомогою задання відповідних граничних умов.

Реалізація прямого методу виконується 2 способами. За 1 способом обчислення КІН виконується по привершинній області за величинами напружень та переміщень. За 2 способом обчислення КІН виконується за переміщенням найближчого до вершини тріщини вузла. Апробація підходів проведена на тестовій задачі про розтяг пластини з центральною тріщиною. Також було проведено дослідження впливу розмірності дискретної моделі та типів скінченних елементів як за межами привершинної області, так і в самій привершинній області. Отримані результати показали можливість отримання достовірних значень КІН в даному програмному комплексі двома способами за умови дотримання певних правил побудови дискретної моделі.

Ключові слова: метод скінченних елементів, тріщина, коефіцієнт інтенсивності напружень.

Shkryl O.O., Maksymiuk Yu.V., Dolgoshey V.B., Buchko V. V.

DETERMINATION OF STRESS INTENSITY COEFFICIENTS USING PC LIRA CAD

Today, the issue of involving fracture mechanics approaches to the calculation of structures with cracks is becoming more and more relevant. For the most part, the implementation of such approaches is carried out using software complexes in which the finite element method is implemented. Among them, such software complexes as Abaqus, Ansys, Nastran stand out, where the implementation of fracture mechanics approaches is constantly being improved. However, the cost of licenses for the use of such complexes, especially in the conditions of Ukraine, does not allow most researchers to fully use such programs. Therefore, it is relevant to study the possibility of applying fracture mechanics approaches in software complexes, the use of which is free. In construction, a significant number of structures are isotropic bodies. Operation of most of them is accompanied by elastic deformations. If there are cracks in them, the load-bearing capacity is assessed using stress intensity factors (SIF). This article examines the possibility of determining the TIN based on the results of the specified stress-strain state obtained with the help of the free software package "PC LIRA-SAPR 2016 R5 (non-commercial)".

The calculation of SIF is performed by a direct method based on the determined distribution of displacements and stresses around the crack tip. The crack is modeled by setting appropriate boundary conditions.

Implementation of the direct method is performed in 2 ways. According to the 1st method, the SIF calculation is performed in the apical area according to the values of stresses and displacements. According to the 2nd method, the SIF is calculated by moving the node closest to the top of the crack. Approbation of the approaches was carried out on the test problem of tension of a plate with a central crack. A study of the influence of the dimensionality of the discrete model and the types of finite elements both outside the apex region and in the apex region itself was conducted. The obtained results showed the possibility of obtaining reliable SIF values in this software complex in two ways, subject to compliance with certain rules for building a discrete model.

Keywords: finite element method, crack, stress intensity factor.

УДК 539.375

Шкриль О.О., Максим'юк Ю.В., Долгошей В.Б., Бучко В.В. **Визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень із застосуванням ПК ЛІРА САПР** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 112. – С. 132-138.

Досліджено методику визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень прямим методом на основі визначеного розподілу напружено-деформованого стану, отриманого за допомогою програмного комплексу «ПК ЛІРА-САПР 2016 R5 (некомерційна)».

Табл. 2. Іл. 9. Бібліогр. 9 назв.

UDC 539.375

Shkryl O.O., Maksymiuk Yu.V., Dolgoshey V.B., Buchko V. V. **Determination of stress intensity coefficients using PC LIRA CAD** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-&-Technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2024. – Issue 112. – P. 132-138.

The method of determining the stress intensity coefficients by the direct method based on the defined distribution of the stress-strain state, obtained with the help of the software package "PC LIRA-SAPR 2016 R5 (non-commercial)" was studied.

Tabl. 2. Fig. 9. Ref. 9.

Автор: професор, доктор технічних наук, професор кафедри будівельної механіки КНУБА Шкриль Олексій Олександрович.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.

Мобільний тел.: +38(050) 307-61-49

E-mail: alexniism@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0851-4754>

Автор: професор, доктор технічних наук, професор кафедри будівельної механіки КНУБА Максим'юк Юрій Всеволодович.

Адреса: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки.

Робочий тел.: +38(044) 241-55-38

E-mail: maximyuk@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5814-6227>

Автор: доцент, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної фізики Долгошей Володимир Борисович.

Адреса робоча: 03056 Україна, м. Київ, просп. Берестейський, 37, Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", кафедра прикладної фізики.

мобільний тел.: +38(067) 966-42-74

E-mail: vbdolgoshey@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-0147-3534>

Автор: аспірант кафедри будівельної механіки Бучко Владислав Віталійович.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки

мобільний тел.: +38(097) 538-28-25

E-mail: vlad.buchko.1998@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-4668-5469>