

УДК 539.375

## АНАЛІЗ МІЦНОСТІ ТА РОЗПОДІЛ ЗУСИЛЬ У МЕТАЛЕВОМУ З'ЄДНАННІ ПРИ РОЗТЯЗІ

**С.О. Пискунов<sup>1</sup>**,  
д-р техн. наук, професор

**С.В. Мицюк<sup>2</sup>**,  
канд. техн. наук, доцент

**Д.В. Мицюк<sup>2</sup>**,  
аспірант

**Ю.М. Реп'ях<sup>2</sup>**,  
аспірант

<sup>1</sup>*Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»  
03056, м. Київ, Берестейський просп., 37*

<sup>2</sup>*Київський національний університет будівництва і архітектури  
03680, м. Київ, Україна, проспект Повітряних сил, 31*

DOI: 10.32347/2410-2547.2024.112.36-42

В статті проведено розрахунок вузла болтового з'єднання двох пластин та порівняльний аналіз результатів розрахунку на основі напіваналітичного методу скінчених елементів (НМСЕ), та МСЕ в плоскій постановці і в просторовій постановках.

**Ключові слова:** напіваналітичний метод скінчених елементів, метод скінчених елементів, болтове з'єднання, контактні напруження, коефіцієнт концентрації напружень.

**Вступ.** Одним із способів сполучення декількох елементів конструкції при формуванні вузла є болтове з'єднання.

На відміну від інших, наприклад зварювання або заклепкового з'єднання, цей тип з'єднання характеризується меншими трудовитратами, простою технології виготовлення, досить високою надійністю, різноманітним конструктивних форм. Це обумовило достатньо широке розповсюдження болтових з'єднань. В той же час, як і інші типи з'єднань, болтове з'єднання є важливим елементом конструкції, який потребує додаткової уваги при розрахунках.

В сучасних умовах проектування та розробки вузлів з'єднань виникає необхідність підвищення точності та достовірності визначення зусиль в таких елементах вузлів як болти та безпосередньо в елементах що з'єднуються.

При створенні розрахункової моделі конструкції як правило стики та з'єднання задаються спрощено [2, 6]. В подальшому елементи вузлів примикання конструкцій одна до одної приймаються за розрахунком згідно нормативних документів, серій, посібників. Але такі розрахунки не дають можливості для детального аналізу розподілу зусиль, що в деяких випадках може призвести до значних похибок.

Суттєво більш високу точність розрахунку можна забезпечити із використанням методу скінчених елементів (МСЕ), який широко використовується у сучасній інженерній практиці для оцінки несівної здатності елементів конструкцій і споруд.

Ефективним засобом чисельного моделювання напружено-деформованого стану просторових тіл, до яких відносяться і вузли болтових з'єднань є модифікація МСЕ - напіваналітичний метод скінчених елементів (НМСЕ) [1, 3, 7, 8, 10]. Ефективність застосування НМСЕ до широкого кола задач механіки деформівного твердого тіла згаданих об'єктів продемонстрована в роботах [1, 3, 5, 7, 9, 10].

Метою даного дослідження є визначення розподілення зусиль в болтовому з'єднанні та порівняння і аналіз результатів, отриманих на основі напіваналітичного методу скінчених елементів (НМСЕ) та методу скінчених елементів (МСЕ).

## 1. Постановка задачі

Розглядається болтове з'єднання двох пластин товщиною 6 мм двома болтами М16 класу міцності 8.8. Розміри першої пластини (Пл-1) становлять  $0.1 \times 0.16(h)$ , м розміри другої пластини (Пл-2) яка прикріплюється до першої -  $0.51 \times 0.075(h)$ , м. Даний тип кріплення є одним з найбільш розповсюджених в вузлах металевих конструкцій.

Загальний вигляд зєднання показаний на рис.1. Зєднання завантажене розтягуючим навантаженням, рівнодіюча якого проходить через вісь болтів, таким чином напружений стан пластин відповідає рівномірному розтягу, а згинні складові відсутні (рис. 1). Зусилля розтягу 50 кН, матеріал пластин – сталь, модуль пружності  $E=2.06 \times 10^5$  МПа, коефіцієнт Пуасона  $\nu=0,3$ .

Для первісної оцінки розмірів області збурення напруженого стану і концентрації напружень навколо з'єднання проведений попередній розрахунок. Результати показали, що в обидвох пластинах збурення напруженого стану, викликані з'єднанням, вщухають на відстані  $a$  від лінії, яка проходить через середину відстані між болтами. Тому для подальших розрахунків із визначення просторового напруженого стану використана розрахункова схема показана на рис.2, яка передбачає

завантаження торця пластини 1 рівномірно розподіленим навантаженням вздовж напрямку дії сили і закріплення торця пластини 2 від переміщень в цьому ж напрямку (рис. 2 - рис. 4).

Розрахунок на основі МСЕ було виконано в програмному комплексі ЛІРА-САПР в двох постановках з використанням універсальних чотирикутних СЕ оболонки та універсальних просторових восьмивузлових ізопараметричних СЕ. Розрахункові схеми можна бачити на рис. 2 та рис. 3 відповідно.

Для моделювання болтового з'єднання в схемі з універсальних чотирикутних СЕ оболонки було використано об'єднання переміщень по заданих напрямках  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  в вузлах 1 та 2, див. рис. 2. Такі переміщення отримують один порядковий номер, тобто відбувається об'єднання декількох невідомих в системі лінійних алгебраїчних рівнянь. Це дає можливість визначити реакції в цих вузлах і відповідно зусилля в болтах.

При проведенні розрахунку болтового з'єднання в схемі з просторовими восьмивузловими ізопараметричними СЕ (див. рис. 4), для моделювання зазор між тілом болта та пластинами у СЕ, які потрапляють в область зазору модуль пружності прирівнювався до нуля ( $E=0$ ). Моделювання головки болта та гайки відбувалося закріпленням переміщень в напрямку  $Z^2$  у вузлах по контуру болта.

В схемі НМСЕ зазор між болтом та тілом пластин також моделювався прирівнюванням до нуля модуля пружності у області зазору між пластинами та болтом у відповідності рис. 4 та, окрім того, для відокремлення контурів пластин також використовувалось прирівнювання до нуля модуля пружності (рис. 5.)

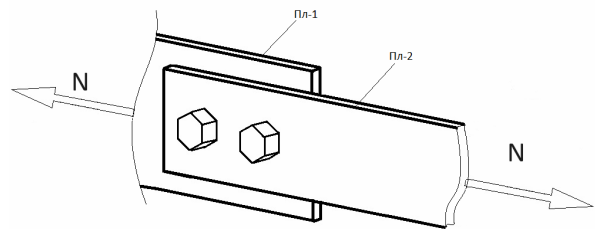


Рис. 1

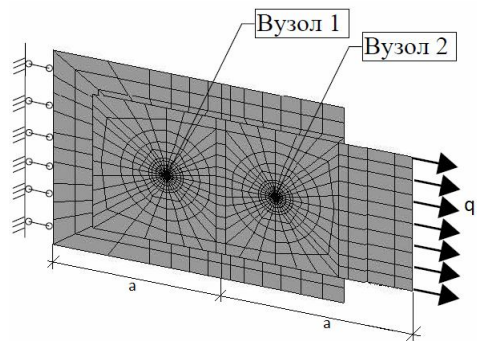


Рис. 2

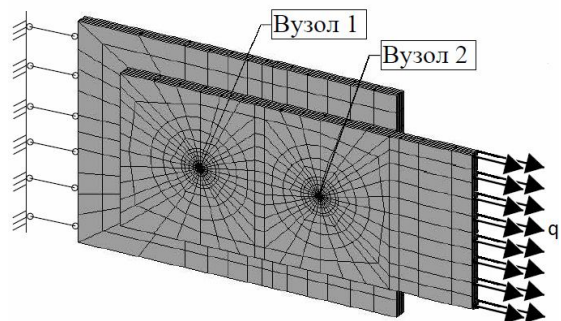


Рис. 3

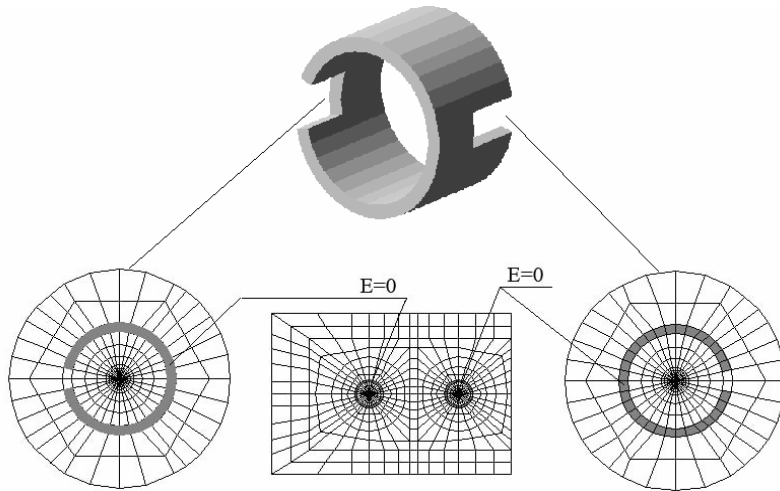


Рис. 4

## 2. Результати розрахунку і їх аналіз

Отримані на основі МСЕ та НМСЕ результати наведені у вигляді графіків співставлення величин еквівалентних напружень в характерних точках, розташованих вздовж вісі  $z^3$  по центру болтів (рис.6а для точки 1, та рис. 6 (б), для точки 2), а також вздовж вісі  $z^2$  пластини Пл-1 див. рис. 6.

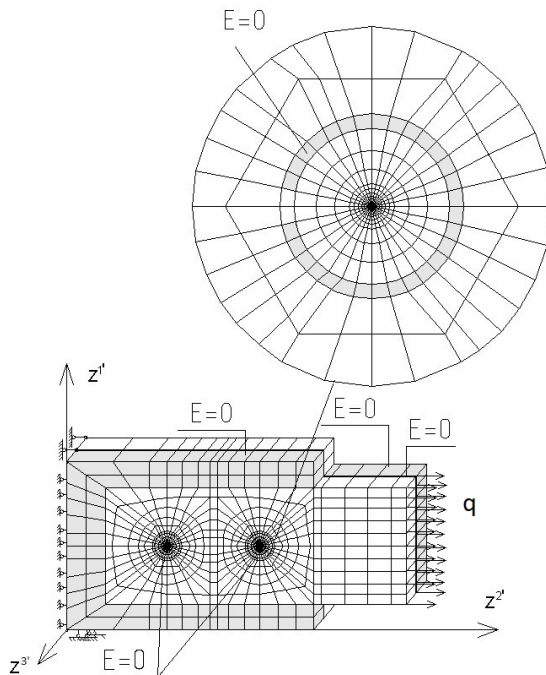


Рис. 5

Як видно з графіків напруження вздовж болта, отримані МСЕ та НМСЕ, відрізняються в межах 5% (див. рис. 6).

Різниця в напруженнях по пластині складають між МСЕ та НМСЕ в деяких точках до 3%, в той же час, різниця в розрахунку з використанням універсальних чотирикутних СЕ та просторовій постановці (НМСЕ та МСЕ) складають в точках біля болта досить велику різницю (9МПа та 0,7МПа відповідно - див. рис. 7). Така різниця пояснюється концентрацію напружень біля точки об'єднання переміщень в плоскій постановці [6].

Також було проведено порівняльний аналіз коефіцієнтів використання болта згідно розрахунку виконаного по ДБН, МСЕ в двох різних постановках та НМСЕ.

Розрахунковий опір одноболтового з'єднання болта класу міцності 8.8.  $R_{bs}=320\text{МПа}$ , та площа поперечного перерізу болта  $A_b=0.785 d_b^2=0.785 \cdot 16^2=200\text{ мм}^2$ .

Розрахункове зусилля яке може бути сприйняте одним болтом при зрізі (умовному) болта по ДБН В.2.6-198\_2014 [3]

$$N_{bs} = R_{bs} \cdot A_b \cdot n_s \cdot \gamma_b \cdot \gamma_c \cdot \gamma_n = 320 \times 200 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 6.4 \times 10^4 \text{ Н.}$$

Відповідно коефіцієнт використання болта складає  $25\text{ кН}/64\text{ кН}=0,39$ , де 25 кН - це зусилля, що виникає в одному болту.

Максимальне зусилля в болті згідно результатів розрахунку МСЕ із застосуванням універсальних чотирикутних СЕ складає 25.5 кН. Відповідно коефіцієнт використання болта складає  $25.5/64=0,398$ .

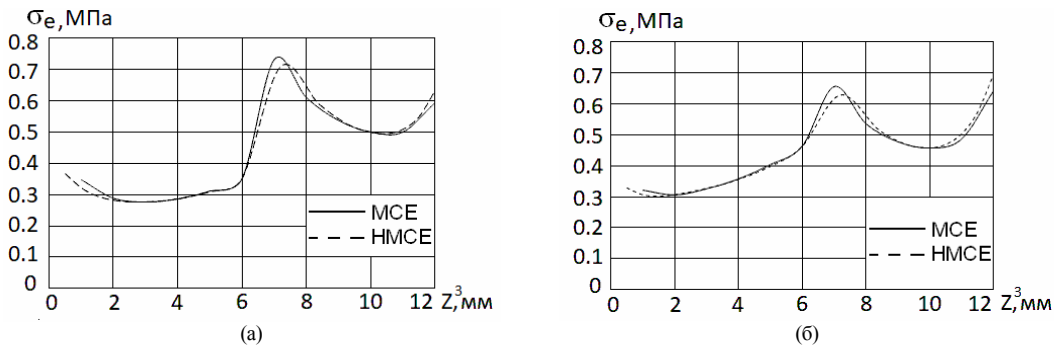


Рис. 6

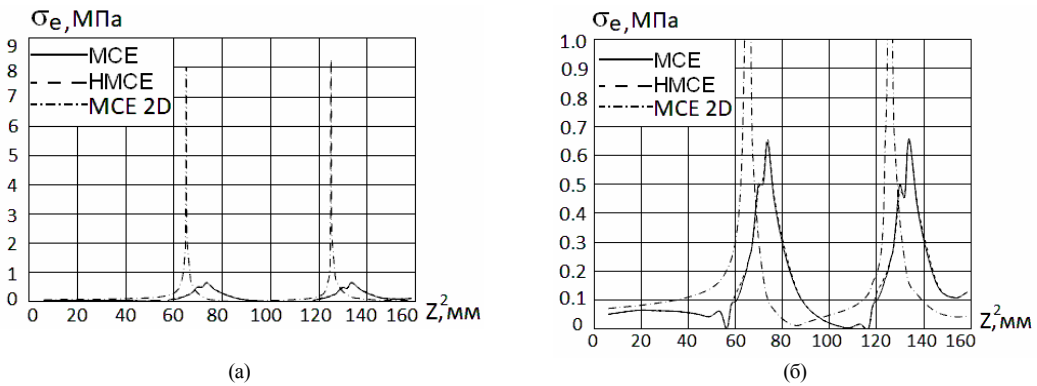


Рис. 7

В зонах контактів болтів з пластинами виникають контактні напруження, які мають місцевий характер і досить швидко зменшуються при віддаленні від місця дотику. Для аналізу напружень в зоні контакту вводиться коефіцієнт концентрації напружень  $m=0,62$  [5, 11], який залежить від геометричних та фізичних параметрів тіл, що дотикаються. Вплив концентрації напружень із використанням МСЕ на величину дослідження розрахункового терміну служби оцінюється досягнення критичного параметра пошкодження матеріалу [10].

Враховуючи тимчасовий опір сталі болта класу міцності 8.8  $\sigma_b=800\text{МПа}$  та вищезгаданий коефіцієнт концентрації напружень допустиме напруження складе  $800/0.62=1290\text{МПа}$ . Відповідно коефіцієнт використання болта згідно результатів розрахунку МСЕ в просторовій постановці складає  $508.5/1290=0.394$  та НМСЕ  $515.7/1290=0.399$ . Отримані результати розрахунку зведені в таблицю 1.

Таблиця 1

Спосіб розрахунку	Коефіцієнт використання болта
Розрахунок по ДБН [4]	0.39
МСЕ, універсальні чотирикутні СЕ оболонки	0.398
МСЕ, універсальні просторові восьмивузлові ізопараметричні СЕ	0.394
НМСЕ	0.399

Таким чином значення коефіцієнтів використання болта згідно розрахунку виконаного по ДБН, МСЕ із застосуванням універсальних чотирикутних СЕ, МСЕ в просторовій постановці та НМСЕ показують досить високу збіжність результатів. Крім того отримані результати розв'язку тестової задачі показують високу розбіжність величин при моделюванні болтового з'єднання у вузлі із застосуванням універсальних чотирикутних СЕ, МСЕ в просторовій постановці та НМСЕ.

**Висновок.** Отримані результати розрахунку свідчать, що використання напіваналітичного методу скінчених елементів дозволяє отримати досить точні результати. В той же час важливою умовою при розрахунку МСЕ та НМСЕ є врахування коефіцієнту концентрації напружень. Крім

того отримані результати дають більш детальний аналіз розподілу напружень в елементах вузла по товщині, визначення місць концентрації напружень в болтовому з'єднанні. Дані дослідження можуть стати основою для розрахунку відповідальних та нестандартних вузлів складної форми

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Баженов В.А., Пискунов С.О., Шкриль О.О. Напіваналітичний метод скінчених елементів у задачах руйнування тіл з тріщинами // К.: Каравела, 2017. – 208 с
2. Вабішевич М.О., Сторчак Д.А. Розв'язання нелінійних контактних задач деформування вузлових з'єднань сталевих конструкцій. // Опір матеріалів і теорія споруд. –К.:КНУБА, Вип.108, 2022, С. 178-179.
3. Гуляр О.І., Пискунов С.О., Мицок С.В. Визначення ресурсу приєднувального штуцера в умовах багаточиклового навантаження при наявності початкових дефектів. //Опір матеріалів і теорія споруд. – К., 2011.- Вип. 86. с.9-22.
4. ДБН В.2.6-198:2014 Сталеві конструкції. Норми проектування
5. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С.. Опір матеріалів. Підручник.-2-ге вид., допов. І переробл. – К.:Вища шк., 2004. -655с.
6. Пискунов С.О., Мицок С.В., Андрієвський В.П., Мицок Д.В. Порівняльний аналіз результатів розрахунку рамного вузла у програмному засобі IDEA STATICA CONNECTION та за методиками нормативних документів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 31-39.
7. Солодей І.І., Козуб Ю.Г., Стригун Р.Л., Шовківська В.В. Аналіз алгоритмів розв'язання геометрично нелінійних задач механіки в схемі напіваналітичного методу скінчених елементів. // Опір матеріалів і теорія споруд. – К.:КНУБА, Вип.109, 2022, С. 109-119.
8. Максим'юк Ю.В., Мартинюк І.Ю., Козак О.В., Максим'юк О.В. Numerical analysis of the stressed-deformed state of a tubular element under thermal loading// Опір матеріалів і теорія споруд. –К.:КНУБА, Вип.110, 2023, С. 199-206.
9. Bazhenov, V. A., Pyskunov, S.O., Maksym'yuk Yu. V., Mytsyuk S. V. Effect of geometric nonlinearity on the life of a herringbone lock joint in creep // Strength of Materials, 2022, Vol. 54, No. 3, pp.372-376.
10. Pyskunov S. Maksymyuk Yu., Maksymyuk O. Basic relationships for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies // Strength of Materials and Theory of Structures – 2020. – Vol. 104 . – С. 255-264
11. Frederick F. LingContact Stresses and Deformations, ME EN 7960-Precision Machine Design Topic 7, 2007
12. Suranaree J. Sci. Technol. Vol. 14 No. 4; October-December 2007. Simulation and Experimental Work of Single Lap Bolted Joint Tested in Bending. Aidy Ali\*, Ting Wei Yao, Nuraini Abdul Aziz, Muhammad Yunin Hassan and Barkawi Sahari.

## REFERENCES

1. Bazhenov V.A., Piskunov S.O., Shkryl O.O. Semi-analytical method of finite in the problems of fracture of bodies with cracks // К.: Caravel, 2017. - 208 p.
2. Vabishchevych M.O., Storzhak D.A.. Solving nonlinear contact problems of deformation of nodal joints of steel structures. Resistance of materials and theory of structures, Issue 108, 2022, pp. 178-179.
3. Gulyar O.I., Piskunov S.O., Mitsyuk S.V. Determination of the resource of the connecting fitting under conditions of multi-cycle loading in the presence of initial defects.
4. DBN B.2.6-198:2014 Steel structures. Design standards
5. Pisarenko GS, Kvitka OL, Umansky ES. Resistance of materials. Textbook - 2nd ed. And revised - K.: Higher school, 2004. -655с.
6. Piskunov S.O., Mitsiuk S.V., Andrievsky V.P., Mitsiuk D.V. Comparative analysis of the results of calculation of the frame assembly in the IDEA STATICA CONNECTION software and according to the methods of regulatory documents // Resistance of materials and theory of structures: scientific and technical collection - Kyiv: KNUBA, 2022. - Issue 109. - P. 31-39.
7. Solodey I.I., Kozub Y.G., Stryhun R.L., Shovkivska V.V. Analysis of algorithms for solving geometrically nonlinear problems of mechanics in the scheme of the semi-analytical finite element method.
8. Maksymiuk Y.V., Martyniuk I.Y., Kozak O.V., Maksymiuk O.V. Numerical analysis of the stressed-deformed state of a tubular element under thermal loading // Resistance of materials and theory of structures. -K.: KNUBA, Issue 110, 2023, pp. 199-206.
9. Bazhenov, V.A., Pyskunov, S.O., Maksym'yuk Yu.V., Mytsyuk S. V. Effect of geometric nonlinearity on the life of a herringbone lock joint in creep // Strength of Materials, 2022, Vol. 54, No. 3, pp.372-376.
10. Pyskunov S. Maksymyuk Yu., Maksymyuk O. Basic relationships for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies // Strength of Materials and Theory of Structures – 2020. – Vol. 104 . – С. 255-264
11. Frederick F. LingContact Stresses and Deformations, ME EN 7960-Precision Machine Design Topic 7, 2007
12. Suranaree J. Sci. Technol. Vol. 14 No. 4; October-December 2007. Simulation and Experimental Work of Single Lap Bolted Joint Tested in Bending. Aidy Ali\*, Ting Wei Yao, Nuraini Abdul Aziz, Muhammad Yunin Hassan and Barkawi Sahari.

Стаття надійшла 01.04.2024

*Пискунов С.О., Мицюк С.В., Мицюк Д.В., Реп'ях Ю.М.*

### **АНАЛІЗ МІЦНОСТІ ТА РОЗПОДІЛ ЗУСИЛЬ У МЕТАЛЕВОМУ З'ЄДНАННІ ПРИ РОЗТЯЗІ**

Одним із методів з'єднання декількох елементів механічних конструкцій для формування вузла є болтове. На відміну від інших, зварювання або заклепкового цей вид з'єднання має перевагу в тому, що його можна розібрати, завдяки цьому болтове з'єднання досить розповсюджене. В той же час, як і інші типи з'єднань являється важливим елементом конструкції, який потребує додаткової уваги при розрахунках. Найбільш частіше зустрічається розрахунок болтового з'єднання за допомогою аналітичних формул.

З кожним днем вимоги до точності, швидкості та універсальності підходів виконання розрахунку будівельних конструкцій зростають. Крім того, при розрахунку вузлів примикань конструкцій один до одного потрібно приділяти особливу увагу, оскільки в залежності від умов роботи вузла, можливо, різне розподілення НДС, що в свою чергу впливає на геометричні характеристики та роботу конструкцій.

У зв'язку з цим було проведено порівняння результатів розподілення НДС, зусиль в болті за допомогою методу скінченних елементів в з використанням універсальних чотирикутних СЕ оболонки, універсальних просторових восьмивузлових ізопараметричних СЕ, та за допомогою напіваналітичного методу скінченних елементів.

Отримані результати розв'язання тестового прикладу з використанням універсальних чотирикутних СЕ оболонки та універсальних просторових восьмивузлових ізопараметричних СЕ дозволяє зробити висновок про незначну різницю розподілення напружень в просторовій постановці МСЕ та НМСЕ. Крім того на основі розрахунків МСЕ та НМСЕ і відповідно розрахунку по ДБН можна зробити висновок, що при розрахунку згідно нормативів ДБН для визначення запасу міцності болта для простих задач можна використовувати аналітичний розрахунок.

**Ключові слова:** напіваналітичний метод скінченних елементів, метод скінченних елементів, болтове з'єднання, контактні напруження, коефіцієнт концентрації напружень.

*Pyskunov S.O., Mytsiuk S.V., Mytsiuk D.V., Repiakh Y.M.*

### **STRENGTH ANALYSIS AND FORCE DISTRIBUTION IN A TENSILE METAL JOINT**

One of the methods of connecting several elements of mechanical structures to form an assembly is bolting. Unlike other types of connections, such as welding or riveting, this type of connection has the advantage of being disassembled, which is why bolted connections are quite common. At the same time, like other types of connections, it is an important structural element that requires additional attention in calculations. The most common calculation of a bolted connection is using analytical formulas.

Every day, the requirements for accuracy, speed and versatility of approaches to the calculation of building structures are increasing. In addition, special attention should be paid to the calculation of nodes where structures abut each other, since depending on the operating conditions of the node, different distribution of the NDP is possible, which in turn affects the geometric characteristics and operation of structures.

In this regard, we compared the results of the distribution of stresses and forces in the bolt using the finite element method with the use of universal quadrilateral shell FEs, universal spatial eight-node isoparametric FEs, and the semi-analytical finite element method.

The obtained results of solving the test case using universal quadrilateral shell FEs and universal spatial eight-node isoparametric FEs allow us to conclude that there is a slight difference in the stress distribution in the spatial formulation of the FEM and SFEM. In addition, based on the FEM and NEM calculations and, accordingly, the calculation according to the DBN, it can be concluded that when calculating according to the DBN standards, an analytical calculation can be used to determine the safety margin of a bolt for simple tasks.

**Key words:** semi-analytical finite element method, finite element method, bolted connection, contact stresses, stress concentration factor.

УДК 539.3

*Пискунов С.О., Мицюк С.В., Мицюк Д.В., Реп'ях Ю.М.* **Аналіз міцності та розподіл зусиль у металевому з'єднанні при розтязі** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА. 2024. – Вип. 112. – С. 36-42. – Англ.

*The paper deals with the study of force distribution in a bolted joint and the comparison and analysis of the results based on the semi-analytical finite element method (SFEM) and the finite element method (FEM) in the spatial and planar formulation.*

Табл. 1. Рис. 5. Бібліогр. 5 назв.

UDC 539.3

*Pyskunov S., Mytsiuk S., Mytsiuk D. Repiakh Y.* **Strength analysis and force distribution in a tensile metal joint** // Strength of Materials and Theory of Structures. – 2024. – Issue 112. – P. 36-42.

*The article calculates the frame node using the software package IDEA StatiCa and comparative analysis of the results with manual calculation of various regulations.*

Table 1. Fig. 7. Ref. 12

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** професор, доктор технічних наук, завідувач кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», Пискунов Сергій Олегович  
**Адреса робоча:** 03056 Україна, м. Київ, просп. Берестейський, 37, Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів, Пискунов Сергій Олегович  
**Роб. тел.:** +38(044) 241-5555  
**E-mail:** s\_piskunov@ua.fm  
**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0003-3987-0583>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент, докторант кафедри будівельної механіки КНУБА Мицюк Сергій Вікторович.  
**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки, Мицюк Сергій Вікторович  
**Роб. тел.:** +38(044) 241-5555  
**E-mail:** serewka@ukr.net  
**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0001-6481-4036>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** аспірант кафедри будівельної механіки КНУБА Мицюк Дмитро Вікторович.  
**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки, Мицюк Дмитро Вікторович  
**Роб. тел.:** +38(044) 235-1333  
**E-mail:** mytsiuk.d.v@gmail.com  
**ORCID ID:** <https://orcid.org/0000-0002-3583-8052>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** аспірант кафедри будівельної механіки КНУБА Реп'ях Юрій Миколайович.  
**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, проспект Повітряних сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, кафедра будівельної механіки, Реп'ях Юрій Миколайович .  
**Роб. тел.:** +38(044) 241-5555  
**E-mail:** feodos84@gmail.com  
**ORCID ID:** <https://orcid.org/0009-0007-9995-6334>