

УДК 624.131.7

ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ ГРАФІВ ДЛЯ ОЦІНКИ СТІЙКОСТІ ЗСУВНИХ І ЗСУВОНЕБЕЗПЕЧНИХ СХИЛІВ

І.І. Солодей,

д-р техн. наук, професор

В.М. Павленко,

аспірант

*Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
03680, м. Київ, Україна. проспект Повітряних сил, 31*

DOI: 10.32347/2410-2547.2024.112.19-27

У роботі наведено основні положення теорії графів, розглянуті деякі різновиди графів. Проаналізовано можливість використання теорії графів у задачах стійкості зсувних і зсувонебезпечних схилів. Запропоновано методи перетворення розрахункової схеми методу скінчених елементів у граф.

Ключові слова: теорія графів, зсуви, коефіцієнт стійкості схилів, методи розрахунку схилів, моделювання схилів, метод скінчених елементів (МСЕ).

Вступ. Для розв'язку задач стійкості схилів і укосів існує значна кількість різних методів. Найбільш розповсюдженими є 2 групи: методи граничної рівноваги і метод скінчених елементів (МСЕ). Методи розрахунку схилів більш детально висвітлені у публікаціях [1, 2]. Також у статті [2] наведено результати порівняння збіжності розрахунків за двома групами методів. Тим не менш варто зазначити, що дані групи методів мають ряд своїх переваг і недоліків. Головним недоліком групи методів граничної рівноваги є неможливість аналізу напружено-деформованого стану схилу, а також обмеження гіпотези твердого відсіку. В той самий час чисельні методи на основі МСЕ також мають свої недоліки - за допомогою традиційного методу скінчених елементів можна лише оцінити напружено-деформований стан схилу, при цьому отримати чітко визначений коефіцієнт стійкості схилу і поверхню ковзання не вдається. Комбінація традиційного МСЕ з методом зменшення міцності ґрунту (strength reduction method – SRM) дозволяє нівелювати один з недоліків, але все ж таки не дає змоги знайти чітко визначену поверхню ковзання, а необхідність значного ряду ітераційних розрахунків призводить до збільшення часу розрахунку. Саме тому питання модифікації або створення нових методів розрахунку стійкості схилів залишається актуальним. Для усунення недоліків існуючих методів цікавою видається ідея використання теорії графів при розв'язку задач стійкості схилів.

Теорія графів. Види графів, їх основні властивості. Теорія графів -це розділ математики, який вивчає властивості графів. Теорія графів широко висвітлена у науковій літературі [4, 5, 8]. Першою роботою з теорії графів прийнято вважати задачу про сім Кенігсберських мостів, яку сформував і запропонував розв'язок Л. Ейлер у 1736 році. Сучасна теорія графів здобула значного розвитку і застосовується в різних науках і галузях таких як математика, фізика, хімія, біологія, будівництво, медицина, соціологія, менеджмент і т.д.

Граф (graph) – це сукупність двох множин V і E :

$$G = (V, E), \quad (1)$$

де V – множина вершин (vertices, vertex), а E – множина двохелементних підмножин множини V , які називають ребрами (edge). Таким чином граф, графічне представлення якого наведено на рис. 1, буде складатися з множини вершин $V = \{a, b, c, d, e, f\}$, та множини ребер $E = \{(a, b), (b, c), (c, d), (c, e), (d, f), (e, f)\}$.

Способи задавання графів. Існують різноманітні способи задавання графів. Основні з них:

- Явний спосіб. Граф задається безпосередньо як множина вершин $V = \{a, b, c, \dots\}$ і множина ребер $E = \{(a, b), (b, c), \dots\}$.
- Графічний спосіб. Граф задається у вигляді його графічного зображення (діаграми). Зручний і наочний спосіб представлення графів, особливо для таких, що мають відносно невелику кількість елементів.

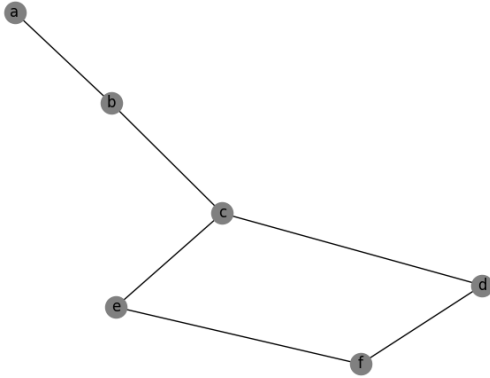


Рис. 1. Графічне представлення графа

дозволяються повторювані елементи, які вважаються різними. У такому разі одні і ті самі вершини можуть поєднуватися кількома ребрами.

- Псевдограф. Характерним є наявність ребер, які можуть поєднувати вершину саму з собою. Такі елементи називають петлями.
- Гіперграф. У даному різновиді допускається наявність гіперребер, які можуть поєднувати більше двох вершин графа.
- Неорієнтований граф.
- Орієнтований граф. Головною особливістю орієнтованих графів, що відрізняє їх від неорієнтованих, є те, що ребра такого графа мають чіткий напрямок від однієї вершини до іншої і такі ребра прийнято називати дугами.

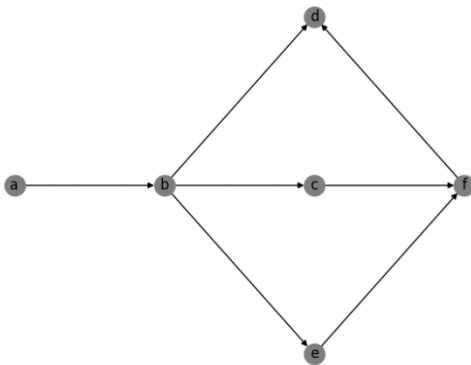


Рис. 2. Орієнтований граф

- Дводольний граф. У цьому виді графів множина вершин V розбивається на дві множини U, W ($U \cup W = V, U \cap W = \emptyset$) так, що кожне ребро поєднує по одній вершині з множини U і W .

- Повний граф. Даний вид графу характеризується тим, що кожна пара вершин поєднана ребром.

- Граф зі зваженими ребрами. У відповідність ребрам такого графа приписуються дійсні числа, які і відображають вагу цих ребер (рис. 4).

- Граф зі зваженими вершинами. У відповідність вершинам такого графу приписуються дійсні числа.

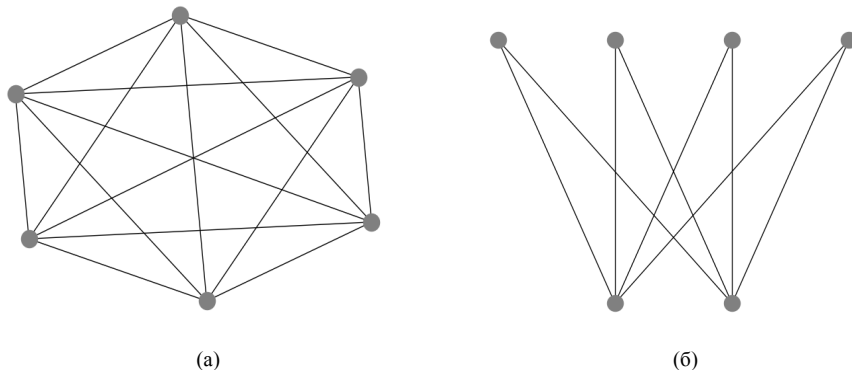


Рис. 3. Графічне представлення повних графів: (а) - повний звичайний граф; (б) – повний дводольний граф

При розв'язку багатьох реальних задач може бути не достатньо лише графічної подачі об'єктів дослідження у вигляді вузлів і зв'язків між ними у вигляді ребер, виникає необхідність внесення додаткової інформації про елементи графа. В такому разі незамінними стають саме графи зі зваженими ребрами або зі зваженими вузлами.

Слід зазначити, що спосіб зображення графівічтко не регламентований, тому головним критерієм способу відображення є зручність. У такому разі ідентичні графи можуть бути представлені у різному вигляді (рис. 5). В той самий час можлива і інша ситуація - коли різні графи будуть мати ідентичне зображення (рис. 6). Як видно з рис. 6 два різних графи представлені одним зображенням, за винятком назв вершин, але дані графи не будуть ідентичними, оскільки відображають абсолютно різні множини вершин і ребер. Такі графи називаються ізоморфними. Два графа $G=(V,E)$ та $K=(W,R)$ будуть ізоморфними, якщо спостерігається взаємно однозначна відповідність між множинами вершин $V \leftrightarrow W$, і кількість ребер, що інцидентні до вершини множини V , буде дорівнювати кількості ребер, що інцидентні до відповідної вершини множини W .

Звісно є задачі, в яких ми можемо знехтувати позначенням ребер чи вершин, проте дана особливість графів чітко демонструє, що не можна ототожнювати граф із його графічним відображенням, адже один і той самий граф можна представити безліччю різних зображень.

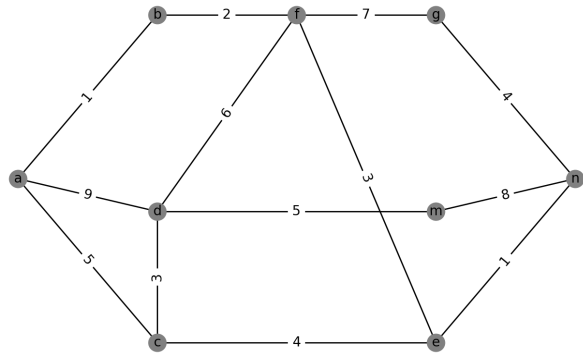


Рис. 4. Графі зі зваженими ребрами

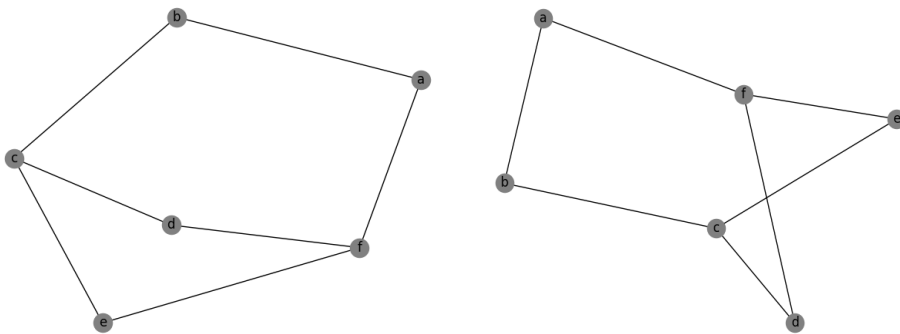


Рис. 5. Різні графічне представлення одного і того ж графа

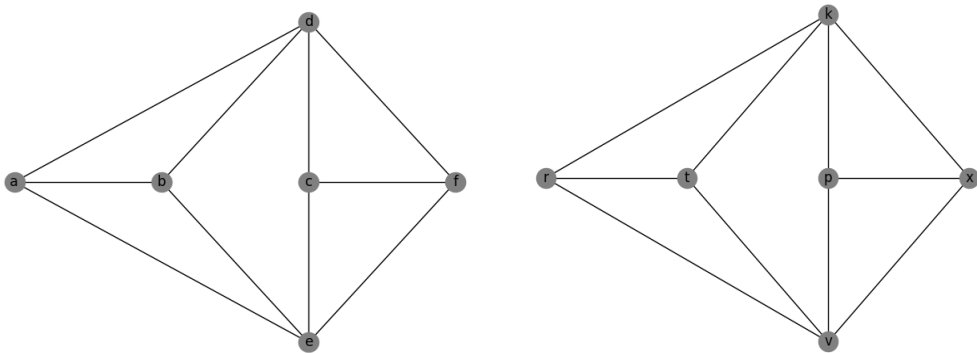


Рис. 6. Зображення ізоморфних графів

Широке застосування графів у різних галузях пояснюється значним колом задач, які можуть бути розв'язані з їх допомогою. Вони дають змогу представити задачу в зручному для аналізу великої кількості інформації вигляді, чим значною мірою спрощують розв'язок. Залучення комп'ютерної техніки для аналізу графів надає можливості для кратного збільшення обсягів інформації, які можуть бути проаналізовані. Кожен із різновидів графів має набір методів і алгоритмів для його аналізу. Саме тому важливим є підбір такого виду графу, що найбільше підходить для певного типу задачі.

Застосування теорії графів у задачах стійкості будівель і споруд на зсувних і зсувонебезпечних територіях. Використання теорії графів для вирішення задач геотехніки спадало на думку і іншим авторам. В статтях [6, 9] також запропоновані певні підходи для використання теорії графів в задачах стійкості, проте пропонується поєднувати їх з іншими методами розрахунку схилів.

Основна ідея полягає у тому щоб представити схил у вигляді певного графу та використати алгоритми теорії графів для пошуку поверхні ковзання і визначення коефіцієнту стійкості. При цьому такий підхід можна зкомбінувати з методом скінчених елементів, так як розрахункова схема МСЕ має певну схожість з графом. Таким чином змодельований схил можна досить легко перетворити в граф. Задавши вагу ребрам такого графу на основі розрахованого напружено-деформованого стану, стає можливим перетворити задачу пошуку поверхні ковзання в задачу пошуку найкоротшого шляху на графах. Існує декілька найбільш відомих алгоритмів пошуку найкоротшого шляху в графах: алгоритм Дейкстри, алгоритм Беллмана-Форда, алгоритм Джонсона, алгоритм Левіта, алгоритм пошуку A^* , алгоритм Флойда-Воршелла.

Комбінування методу скінчених елементів з підходами, заснованими на основі теорії графів, дає змогу реалізувати переваги МСЕ, визначити коефіцієнт стійкості та локалізувати поверхню ковзання схилу, використовуючи при цьому просунуті моделі ґрунтового середовища, що описують його фізичну нелінійність. Для отримання достовірних результатів необхідно приділяти особливу увагу питанню моделювання реального схилу за допомогою МСЕ [3].

При перетворенні задачі стійкості схилів у задачу пошуку найкоротшого шляху, що вирішується за допомогою теорії графів, виникає ряд питань, що потребують вирішення: побудова графу, визначення ваги ребер зваженого графу, підбір алгоритму пошуку, визначення точок початку і кінця поверхні ковзання на схилі і т.д. У даній статті увагу буде зосереджено на одному з найбільш важливих аспектів, а саме на побудові графу на основі розрахункової схеми методу скінчених елементів.

Розглядаючи методи перетворення сітки скінчених елементів в елементи графу, можемо виділити два варіанти побудови.

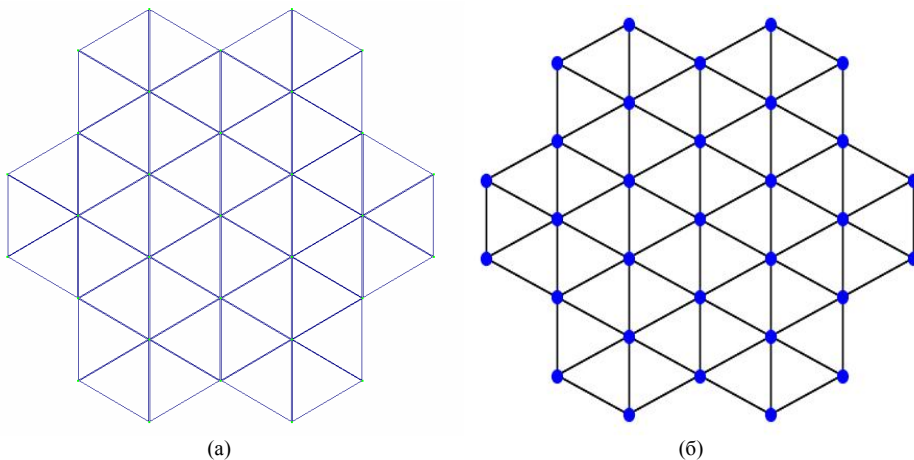


Рис. 7. Сітка скінчених елементів (а), граф, отриманий за допомогою першого варіанту перетворення (б)

Перший - пряме перетворення вузлів сітки МСЕ (рис. 7 (а)) у вузли графа, що поєднані ребрами (рис. 7 (б)). Такий варіант перетворення наочний, що дозволяє при створенні

розрахункової схеми одразу відслідковувати побудову майбутнього графу. Проте він потребує обчислення діючих сил безпосередньо у вузлах скінченних елементів, що потребує додаткових розрахунків при використанні МСЕ.

Другий - використання центру ваги скінченного елемента (СЕ) у якості вершини графу (рис. 8). Даний підхід не такий очевидний як перший, і при побудові розрахункової схеми скінченних елементів досить важко контролювати форму майбутнього графу. Проте він має певні переваги у порівнянні з першим варіантом. Однією з них є відсутність необхідності додатково обраховувати вузлові сили. Такий підхід також дозволяє збільшити кількість вершин графу без додаткового згущення сітки скінченних елементів у випадку використання 3-вузлових СЕ. Таким чином можна досягти кращої апроксимації поверхні ковзання без необхідності збільшення кількості вузлів і елементів розрахункової схеми, а відповідно без збільшення часу обрахунку напружено-деформованого стану схилу. Слід також зазначити, що на рис.8 елементами графу будуть лише вершини в центрах ваги СЕ і ребра, що їх з'єднують, а границі та вузли СЕ продемонстровані лише для простоти сприйняття перетворень, що відбулися.

Окремо необхідно вказати, що на рис. 7-8 продемонстровано обмежену кількість ребер для того, щоб не перевантажувати графічний матеріал і донести суть ідеї, для розв'язку конкретної задачі і отримання достатньої апроксимації криволінійної поверхні ковзання можливо ввести додаткові ребра до даних графів.

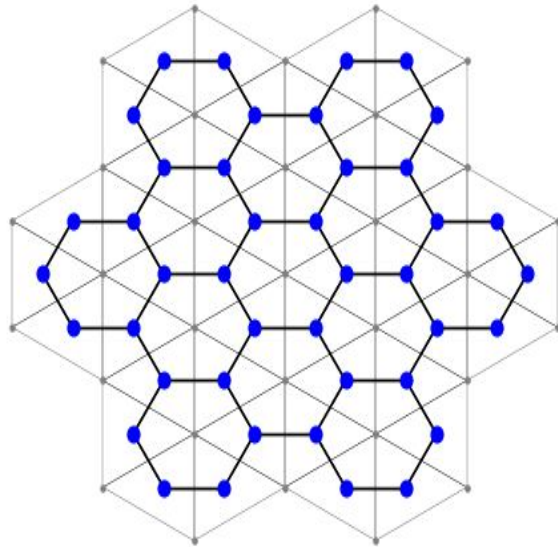


Рис. 8. Граф, отриманий за допомогою другого варіанту перетворення

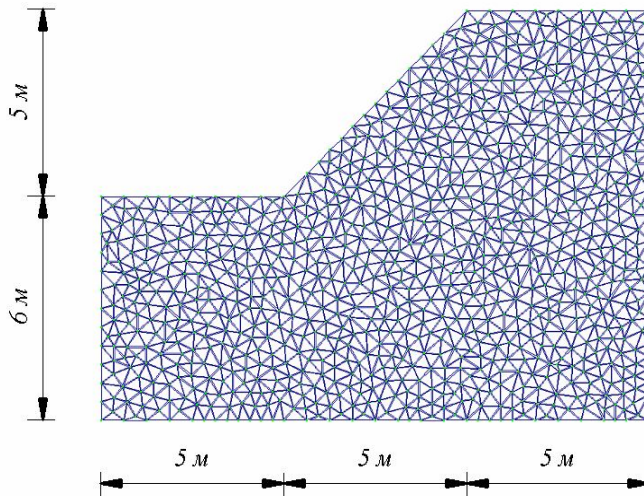


Рис. 9. Геометрія та сітка скінчених елементів для уявного схилу

Для наочності запропонованих варіантів розглянемо перетворення розрахункової схеми МСЕ для уявного схилу, геометрія та розбиття на скінченні елементи якого показані на рис. 9. Даний схил було змодельовано в ПК ЛІРА-САПР, розрахункова схема містить 953 вузла та 1809

елементів. Відповідно, на рис. 10-11 наведено варіанти побудови запропонованого схилу у вигляді графа.

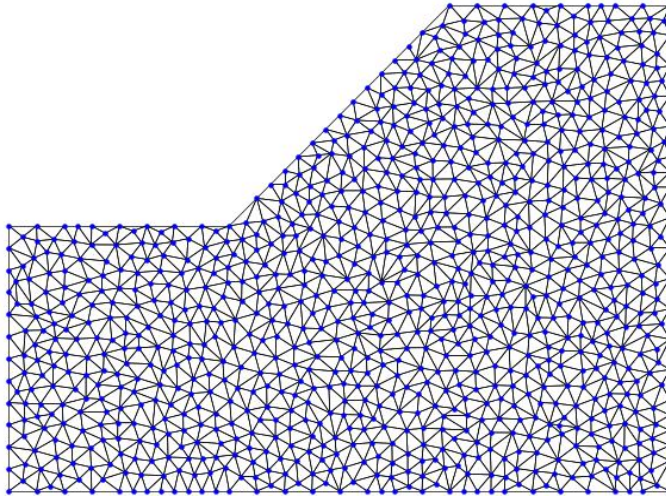


Рис. 10. Схил представлений у вигляді графу отриманого першим варіантом перетворення

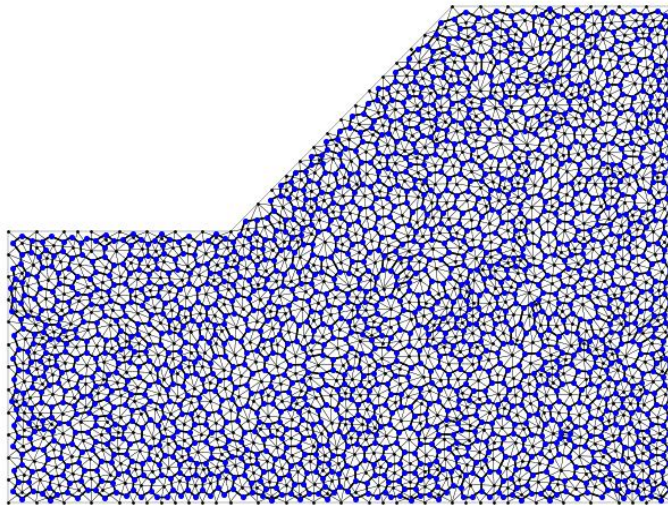


Рис. 11. Схил представлений у вигляді графу отриманого другим варіантом перетворення

В такому разі кількість вершин графу, що отримані першим способом складає 953, проти 1809 вершин отриманих другим способом. Також до графу, отриманого за допомогою другого варіанту перетворення, можна додати вузли, що знаходяться на границях сітки скінчених елементів. В цьому випадку можливо використати однакові вузли, що відповідають реальній поверхні ґрунту, для початку пошуку найкоротшого шляху для обох варіантів, а також можна напряму до даних вузлів присвоїти інформацію про граничні умови розрахункової схеми.

Не менш важливим питанням являється визначення ваги ребер графу. Отже, необхідно отримати певну функцію для визначення ваги ребер. У даному випадку можливим видається використання кількох підходів. При використанні методу скінчених елементів і достатній дискретизації досліджуваної області спостерігається локалізація зон зсувних пластичних деформацій. Отримавши значення напружень, їх можна інтерполювати у точки на поверхні ковзання і обрахувавши в них нормальну і дотичну складову напружень за допомогою формули (2), що наведена в статті [3], обрахувати коефіцієнт стійкості схилу.

$$k_{st} = \frac{\sum_i \left(\frac{\sigma_k \tan \varphi + c}{\beta} \right) \Delta L_k}{\sum_i \tau_k \Delta L_k}, \quad (2)$$

де k - номер елементарної ділянки поверхні ковзання; ΔL_k - довжина ділянки; β - кут нахилу дотичної до поверхні ковзання у даній точці; σ_k і τ_k - відповідно нормальна і дотична

складові напружень на ділянці поверхні ковзання. Такий підхід зручно використовувати при вже наявній поверхні ковзання, або у тому випадку, коли вона вже визначена іншими методами.

Також про граничний стан ґрунтового масиву можна судити аналізуючи наближення напружень до їх граничного значення. Це співвідношення можна виразити у вигляді певного параметру. Поверхня ковзання завжди буде знаходитись в зоні максимального наближення даних величин.

Іншим підходом може бути аналіз накопичення зсувних пластичних деформацій, так як руйнування ґрунту в межах певної локальної області може не призводити до глобального зрушення ґрунту. Однак процес накопичення пластичних деформацій свідчить про перехід схилу у граничний стан. Критерій пластичного руйнування визначається по накопиченню пластичних деформацій відповідно Койтеру [6].

В статті [9] запропонована функція для ваги графів, що заснована на підході, що відповідає тому, що запропонований у формулі (2). Проте даний підхід видається не надто зручним для пошуку поверхні ковзання за допомогою теорії графів, так як при його використанні виникає необхідність ітераційних обчислень для її визначення і обрахунку коефіцієнту стійкості. Цеспонукає до розгляду альтернативних підходів до реалізації функції визначення ваги ребер графу при вирішенні такого типу задач.

Висновки. Використання теорії графів в комбінації з методом скінченних елементів може дозволити позбавитись недоліків МСЕ для даного типу задач, і використати його переваги, а саме отримати напружено-деформований стан схилу з використанням просунутих фізично-нелінійних моделей ґрунту, при цьому визначити коефіцієнт стійкості схилу і побудувати поверхню ковзання. Наведені способи перетворення розрахункової схеми МСЕ елементів у граф дозволяють спростити використання теорії графів в комбінації з МСЕ.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М.* Класифікація і причини виникнення зсувних процесів та методи розрахунку схилів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109.– С. 184-202. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.109.184-202>.
2. *Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М.* Особливості методів оцінки стійкості зсувних та зсувонезбезпечних схилів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 111.– С. 25-38. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.111.25-38>.
3. *Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М.* Постановка задачі моделювання зсувних процесів в пластичних ґрунтах // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110.– С. 47-62. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.47-62>.
4. *Bondy J. A., Murty U. S. R.* Graph theory with applications. – New York: Elsevier Science Publishing Co., 1976. – 270p.
5. *Diestel R.* Graph Theory. – Berlin: Springer, 2017 – 429p.
6. *Guan, Y., Liu, X., Wang, E., Wang, S.* The stability analysis method of the cohesive granular slope on the basis of graph theory // Materials 2017. – vol. 10(3), – 240.
7. *Koiter W.T.* General theorems for elastic plastic solids // Prog. Solid Mech. 1960. – pp. 165–221.
8. *Wilson R. J.* Introduction to Graph Theory. – Harlow: Longman, 1996 – 179p.
9. *Zheng, W., Zhuang, X., Tannant, D.D., Cai, Y., Nunoo, S.* Unified continuum/discontinuum modeling framework for slope stability assessment // Eng. Geol. 2014, - 179. – pp. 90–101.

REFERENCES

1. *Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Pavlenko V.M.* Klassifikatsiia i prychny vynyknennia zsvnykh protsesiv ta metody rozrakhunku skhyliv (Classification and causes of landslide processes and slope calculation methods) // Opir materialiv i teorii sporud: nauk.-tekh. zbirnyk – K.: KNUBA, 2022. – Vyp. 109.– S. 184-202. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.109.184-202>

2. Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Pavlenko V.M. Osoblyvosti metodiv otsinky stiikosti zsvnykh ta zsvonebezpechnykh skhyliv (Features of the methods of the slope stability evaluation.) // *Opir materialiv I teoriia sporud: nauk.- tekhn. zbirnyk* – K.: KNUBA, 2023. – Vyp. 112. – S. 25-38. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.111.25-38>
3. Solodei I.I., Petrenko E.Yu., Pavlenko V.M. Postanovka zadachi modeliuvannya zsvnykh protsesiv v plastychnykh gruntakh (Statement of the problem of simulation of shear processes in low-cohesion plastics soils) // *Opir materialiv I teoriia sporud: nauk.-tekhn. zbirnyk* – K.: KNUBA, 2023. – Vyp. 110. – S. 47-62. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.47-62>
4. Bondy J. A., Murty U. S. R. Graph theory with applications. – New York: Elsevier Science Publishing Co., 1976. – 270p.
5. Diestel R. Graph Theory. – Berlin: Springer, 2017 – 429p.
6. Guan, Y., Liu, X., Wang, E., Wang, S. The stability analysis method of the cohesive granular slope on the basis of graph theory // *Materials* 2017. – vol. 10(3), – 240.
7. Koiter W.T. General theorems for elastic plastic solids // *Prog. Solid Mech.* 1960. – pp. 165–221.
8. Wilson R. J. Introduction to Graph Theory. – Harlow: Longman, 1996 – 179p.
9. Zheng, W., Zhuang, X., Tannant, D.D., Cai, Y., Nunoo, S. Unified continuum/discontinuum modeling framework for slope stability assessment // *Eng. Geol.* 2014, - 179. – pp. 90–101.

Стаття надійшла 31.03.2024

Солодей І.І., Павленко В.М.

ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ ГРАФІВ ДЛЯ ОЦІНКИ СТІЙКОСТІ ЗСУВНИХ І ЗСУВОНЕБЕЗПЕЧНИХ СХИЛІВ.

Оцінка стійкості схилів являється складною і важливою інженерною задачею, розв'язок якої потребує аналізу значної кількості факторів. Для вирішення даного типу задач розроблено багаторізноманітні методи розрахунку стійкості схилів. Однак найбільшого розповсюдження отримали дві групи методів - методи граничної рівноваги та метод скінчених елементів (МСЕ). Проте дані методи мають певні недоліки. Методи граничної рівноваги обмежені припущеннями, що використовуються під час розрахунку, у тому числі гіпотезою твердого відсіку, що не дає можливості аналізувати напружено-деформований стан. МСЕ елементів не дає змоги однозначно локалізувати поверхню ковзання схилу, а визначення коефіцієнту стійкості за допомогою методу зменшення міцності ґрунту потребує значного ряду складних ітераційних розрахунків. Саме для боротьби з недоліками МСЕ можна використати методи і підходи теорії графів.

У роботі розглянуті основи теорії графів. Наведено основні способи задавання графів, а також певні різновиди графів з вказанням їх ключових особливостей. Розкрито поняття ізоморфізму графів і деякі особливості їх графічного представлення.

У статті наведено основну ідею використання теорії графів для розрахунку стійкості схилів. Окреслено основні питання, які необхідно вирішити при застосуванні теорії графів для означеного типу задач. Детально розглянуті два методи перетворення сітки скінчених елементів у граф. Проаналізовано переваги і недоліки запропонованих методів. Продемонстровано перетворення розрахункової схеми уявного схилу із заданою геометрією, що був змодельований у програмному комплексі ЛІРА-САПР, у графі за допомогою наведених методів. Наведено огляд підходів, що можуть використовуватися для створення функції ваги графів.

Ключові слова: теорія графів, зсуви, коефіцієнт стійкості схилів, методи розрахунку схилів, моделювання схилів, метод скінчених елементів (МСЕ).

Solodei I.I., Pavlenko V.M.

APPLICATION GRAPH THEORY TO EVALUATE THE STABILITY OF LANDSLIDE SLOPES.

Evaluation of the stability of slopes is a complex and important engineering task, the solution of which requires the analysis of a significant number of factors. Many different methods of slope stability calculation have been developed to solve this type of problem. However, two groups of methods - limit equilibrium methods and the finite element method (FEM) - have become the most widely used. However, these methods have certain disadvantages. Limit equilibrium methods are limited by the assumptions used during the calculation, including the hypothesis of a solid compartment, which does not allow analyzing the stress-strain state. The FEM of the elements does not make it possible to unambiguously localize the sliding surface of the slope, and the determination of the stability coefficient using the method of reducing the strength of the soil requires a large number of complex iterative calculations. The methods and approaches of graph theory can be used precisely to combat the shortcomings of FEM.

The paper examines the basics of graph theory. The main methods of specifying graphs, as well as certain types of graphs with an indication of their key features, are presented. The concept of isomorphism of graphs and some features of their graphical representation are revealed.

The article presents the basic idea of using graph theory to calculate the stability of slopes. The main questions that must be solved when applying graph theory to the given type of problem are outlined. Two methods of converting a mesh of finite elements into a graph are considered in detail. The advantages and disadvantages of the proposed methods are analyzed. The transformation of the calculation scheme of an imaginary slope with a given geometry, which was simulated in the LIRA-SAPR software complex, into graphs using the above methods is demonstrated. An overview of the approaches that can be used to create a graph weight function is given.

Keywords: graph theory, landslides, slope stability factor, slope calculation methods, slope modelling, finite element method (FEM).

УДК 624.131.7

Солодей І.І., Павленко В.М. Використання теорії графів для оцінки стійкості зсувних і зсувонебезпечних схилів// Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 112. – С. 19-27.

У роботі наведено основні положення теорії графів, розглянуті деякі різновиди графів. Проаналізовано можливість використання теорії графів у задачах стійкості зсувних і зсувонебезпечних схилів. Запропоновано методи перетворення розрахункової схеми методу скінчених елементів у граф.

Лл. 11. Бібліогр. 9 назв.

UDC 624.131.7

Solodei I.I., Pavlenko V.M. Application graph theory to evaluate the stability of landslide slopes // Resistance of materials and theory of structures: Scientific-and-technical collected articles- K.: KNUBA, 2024. – Issue 112. - P. 19-27.

The article presents the basic principles of graph theory, and some types of graphs are considered. The possibility of using graph theory in problems of stability of landslide and landslide-prone slopes is analyzed. Methods of converting the calculation scheme of the finite element method into a graph are proposed.

Fig. 11. Ref. 9.

Автор: доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельної механіки СОЛОДЕЙ Іван Іванович

Адреса робоча: 03680, м. Київ, Україна. проспект Повітряних сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38 (044) 241-55-55

Мобільний тел.: +38 (050)357-44-90

E-mail: solodei.ii@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-7638-3085>

Автор: аспірант кафедри будівельної механіки ПАВЛЕНКО Василь Михайлович

Адреса робоча: 03680, м. Київ, Україна. проспект Повітряних сил, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Мобільний тел.: +38 (098) 783-46-10

E-mail: pavlenko_vm@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4525-5405>