

УДК 621.923

## ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ОЛІВЦЯ ПРАВЛЕННЯ ШЛІФУВАЛЬНОГО КРУГА

**І.В. Бельмас,**

д-р техн. наук, професор

**О.І. Білоус,**

канд. техн. наук, доцент

**Г.І. Танцура,**

канд. техн. наук, доцент

**І.С. Пузирецький,**

пошукач третього (Phd) рівня вищої освіти

**О.І. Шабля,**

пошукач другого (магістерського) рівня вищої освіти

*Дніпровський державний технічний університет, Кам'янське*

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.111.188-197

З використанням функції напружень Ері розроблено алгоритм визначення просторового напружено-деформованого стану алмазного олівця для правки абразивного круга. Врахована двошарова шарувата структура системи зерно-зв'язка. Алгоритм враховує наступне: значення та розподіл нормального та дотичного навантаження прикладеного до абразивного зерна шляхом завдання їх рядами Фур'є із заданою кількістю членів складання; умову приєднання абразивного зерна до оправки шаром матеріалу зв'язки в напрямку що збігається з напрямом радіусу-вектора для точки взаємодії круга та олівця; обмеженість переміщення зерна алмазу в ортогональних напрямках. Алгоритмом передбачено формування систем алгебраїчних рівнянь четвертого порядку, зумовлених умовою сумісного деформування шарів. Кількість систем відповідає кількості прийнятих членів сум в рядах Фур'є. Розв'язок систем дозволяє знайти невідомі вектори коефіцієнтів прийнятої функції Ері. Відомі коефіцієнти дозволяють визначити напружено-деформований стан системи «абразивне зерно-зв'язка». Урахування напружень дозволяє на стадії розробки технології правки обирати раціональні геометричні та механічні параметри зв'язки.

**Ключові слова:** олівець для правки абразивного круга, двошаровий композит, механічні властивості матеріалі, переміщення, напруження, навантаження, функція напружень Ері.

**Постановка проблеми.** В процесі абразивної обробки стружка з поверхні виробу знімається дискретними абразивними зернами. Вони зношуються, руйнуються, руйнується зв'язка – матеріал яким вони приєднані до інструменту. В процесі металообробки утворюється і стружка, і металевий пил. Останній, за високої температури в зоні різання, спікається. Робоча поверхня шліфувального інструменту втрачає свою початкову форму та різальну здатність. Відновлюють робочу поверхню різними інструментами, зокрема алмазними олівцями. Сили взаємодії абразивного інструменту та олівця впливають на рівень напружень в абразивному зерні та в матеріалі яким він приєднаний до оправки олівця. Циклічно змінні напруження впливають на витривалість абразивного зерна та матеріалу його приєднання до інструменту правлення. Встановлення зв'язку напружено-деформованого стану інструменту відновлення та його силової взаємодії з абразивним кругом актуальна науково-технічна задача. Її розв'язання дозволить оптимізувати технологічний процес відновлення робочих поверхонь інструменту абразивної обробки металів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. В дисертації [1] описані особливості зміни форми різальної поверхні спричинені температурно-силовими факторами. В роботі [2] для підвищення ефективності запропоновано шліфування здійснювати з додатковими проміжними правками. В статті [3] теоретичними і експериментальними дослідженнями встановлено режим алмазної правки абразивних кругів на керамічній зв'язці за мікро або

макроруйнування зерен. Запропоновано формули для визначення глибини правки шліфувальних кругів за різних форм їх спрацювання, показано, що умови алмазної правки впливають на стан робочої поверхні інструменту. Остання визначає якість механообробки поверхні, продуктивність і собівартість шліфування. В роботі [4] доведено що захист алмазно-гальванічного покриття алмазним мікропорошком підвищує стійкість роликів для правки. Доведена можливість керованого формування робочої поверхні абразивного круга правкою алмазним інструментом на різних операціях шліфування [5]. В визначенні гранично можливі глибини правки шліфувального круга алмазним інструментом. Встановлені закономірності руйнування абразивних зерен та рекомендовані методи прийняття технології правки шліфувальних кругів на різних операціях шліфування. Вони забезпечують підвищення якості та ефективності металообробки. Обґрунтовано, виготовлено зразки шліфувального інструменту, роликів з алмазу та кубічного нітриду бору та передано для дослідно-виробничих випробувань на підприємства України [6]. Дисертація [7] спрямована на підвищення ефективності абразивної обробки та правки. Розроблено новий підхід до визначення зносу профілю круга в залежності від об'ємів матеріалу, який зрізається та деформується [8]. В монографії [9] показана ефективність оцінювання стану абразивного зерна за відносним об'єм зерна, де напруження перевищують його міцність. Показано що переміщенням алмазного олівця за межами осовій площині шліфувального круга можна впливати на похибку його профілювання [10].

Наведене показує що відомі дослідження охоплюють різноманітні аспекти взаємодії абразивного круга та інструменту для відновлення характеристик його робочої поверхні. Разом з тим їх результати не дозволяють сформулювати алгоритм визначення напружено-деформованого стану (НДС) робочої складової алмазного олівця правлення.

Формулювання мети статті. Метою статті є обґрунтування та формулювання алгоритму визначення НДС системи «алмаз-матеріал його приєднання» алмазного олівця правки шліфувальних кругів.

Викладення основного матеріалу. Розглянемо алмаз та матеріал яким він приєднаний до інструменту як ізотропні лінійно пружні тіла призматичної форми. Вони утворюють двохшарову систему призматичної форми. За основу призми приймаємо квадрат зі стороною розміром  $a$ . Квадрат розташований в площині паралельній осям координат  $x$  та  $y$ . Висоту алмазу позначимо  $h$ . Товщину матеріалу приєднання (зв'язки) –  $\delta$ . Для зручності шарам надамо номери. Абразивному зерну надамо номер один, матеріалу зв'язки - два. Номери шарів додаємо до індексів величин що стосуються конкретних шарів. Віднесемо зерно з матеріалом його приєднання до прямокутної системи координат  $x$ - $y$ - $z$ . Початок осі  $z$  сумістимо з площиною взаємодії зерна та матеріалу зв'язки.

Бічні грані зерна в інструменті правки закріплені. Прийmemo що і в системі бічні грані не рухомі в напрямках їм ортогональним. Робоча поверхня алмазу навантажена нормальною  $P(x,y)$  та дотичною  $T(x,y)$  розподіленими силами. Сформулюємо наведене у формі наступних граничних умов:

$$\text{коли } x=0 \vee x=a \quad u_{1,x}=u_{2,x}=0, \quad (\text{а})$$

$$\text{коли } y=0 \vee y=a \quad u_{1,y}=u_{2,y}=0, \quad (\text{б})$$

$$\text{коли } z=\delta \quad u_{2,z}=0, \quad (\text{в})$$

$$\text{коли } z=-h \quad Z_{1,z}=P(x,y) \wedge Z_{1,x}=T(x,y) \wedge Z_{1,y}=T(x,y). \quad (\text{г})$$

Абразивне зерно в площині  $z=0$  з'єднано з матеріалом зв'язки. Вказане супроводжується рівністю переміщень та напружень – умовами сумісності деформування:

$$\text{коли } z=0 \quad u_{1,x}=u_{2,x} \wedge u_{1,y}=u_{2,y}, \quad Z_{1,z}=Z_{2,z} \wedge Z_{1,x}=Z_{2,x} \wedge Z_{1,y}=Z_{2,y}. \quad (\text{д})$$

В статті [11], з використанням рівняння узагальненого закону Гука та рівняння рівноваги, отримано систему вихідних диференціальних рівнянь в окремих похідних. Після її домноження на спеціально підібрану функцію отримано систему редукованих диференціальних рівнянь. Для її розв'язання використали ряди Фур'є. На нашу думку

задачу можна розв'язати за більш простим алгоритмом. Так просторовий НДС пружного тіла, за класичною лінійною теорією пружності, можна визначити скориставшись функцією напружень  $\epsilon_{ri} - \varphi$ . Показники такого стану в прямокутній системі координат визначаються наступними виразами [12].

$$\begin{aligned} X_x &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \varphi, \quad Y_y = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \varphi, \quad Y_x = \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial y \partial z}, \quad u_x = -\frac{1}{2G} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z}, \\ u_y &= -\frac{1}{2G} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z}, \quad u_z = \frac{1}{2G} \left( 2(1-\mu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi, \quad Z_z = \frac{\partial}{\partial z} \left( (2-\mu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi, \\ Z_x &= \frac{\partial}{\partial x} \left( (1-\mu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi, \quad Z_y = \frac{\partial}{\partial y} \left( (1-\mu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $\Delta^2(\dots) = \frac{\partial^2 \dots}{x^2} + \frac{\partial^2 \dots}{y^2} + \frac{\partial^2 \dots}{z^2}$ ;  $u_x, u_y, u_z$  – переміщення;  $X_x, Y_y, Z_z$  – нормальні напруження;  $Z_x, Z_y$  – дотичні напруження;  $G$  – модуль зсуву.

Для розв'язку поставленої задачі, прийємо наступну бігармонійну функцію напружень.

$$\varphi = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_{mn} e^{\rho_{m,n} z} + B_{mn} e^{-\rho_{m,n} z} + C_{mn} e^{\rho_{m,n} z} z + D_{mn} e^{-\rho_{m,n} z} z \right) \times \cos(\rho_{m,0} x) \cos(\rho_{0,n} y), \quad (4)$$

де  $m, n$  цілі числа;  $\rho_{m,n} = \frac{\pi}{a} \sqrt{m^2 + n^2}$ ;  $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, D_{mn}$  – вектори значень невідомих сталих коефіцієнтів.

Кількість граничних умов перевищує кількість векторів значень невідомих коефіцієнтів функції (4). Звизимо поставлену задачу. Розглянемо випадок коли закони розподілу зовнішніх навантажень вздовж осей  $x$  та  $y$  (1 г) збігаються. Задамо їх добутками рядів Фур'є.

$$\begin{aligned} P(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (p_m p_n) \cos(\rho_{m,0} x) \cos(\rho_{0,n} y) + \sum_{m=1}^{\infty} p_m \cos(\rho_{m,0} x) p_0 + \sum_{n=1}^{\infty} p_n \cos(\rho_{0,n} y) p_0 + p_0^2, \\ T(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (t_m t_n) \sin(\rho_{m,0} x) \sin(\rho_{0,n} y), \end{aligned} \quad (5)$$

де  $p_m, p_n, t_m, t_n$  – коефіцієнти рядів.

До того ж прийємо, що  $p_m = p_n \wedge t_m = t_n$ .

Завдання зовнішнього впливу на інструмент добутками двох конгруентних функцій розподілу зовнішніх навантажень вздовж осей  $x$  та  $y$  дозволяє знайти рішення для однієї функції. Остаточні рішення отримати як добуток визначених залежностей.

Вказане, на цьому етапі, дозволяє просторово задачу замінити плоскою. Розв'язувати її в площині  $x-z$ . Абразивне зерно та матеріал приєднання його до оправки олівця розглянемо як ізотропні пружні тіла що утворюють двошаровий композит. Бігармонійні функції напружень (4) для них прийємо в наступному вигляді.

$$\varphi_{\omega} = \sum_{m=1}^{\infty} \left( A_{\omega,m} e^{\rho_{m,0} z} + B_{\omega,m} e^{-\rho_{m,0} z} + C_{\omega,m} e^{\rho_{m,0} z} z + D_{\omega,m} e^{-\rho_{m,0} z} z \right) \cos(\rho_{m,0} x), \quad (6)$$

де  $\omega=1, 2$  – номер шару матеріалу;  $\rho_m = \frac{\pi m}{a}$ ;  $A_{\omega,m}, B_{\omega,m}, C_{\omega,m}, D_{\omega,m}$  – вектори значень невідомих коефіцієнтів.

Переміщення та напруження як не залежні від координати  $y$  величини, за прийнятої функції (4), відповідно залежностей (3) набувають наступних форм.

$$u_z = \frac{-1}{2G} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \left( A_m e^{\rho_{m,0} z} + B_m e^{-\rho_{m,0} z} \right) \rho_{m,0} + C_m e^{\rho_{m,0} z} \times \right. \\ \left. \times (4\mu + \rho_{m,0} z - 2) + D_m e^{-\rho_{m,0} z} (2 + \rho_{m,0} z - 4\mu) \right) \cos(\rho_{m,0} x), \quad (a)$$

$$u_x = \frac{-1}{2G} \sum_{m=1}^{\infty} \left( \left( A_m e^{\rho_{m,0} z} - B_m e^{-\rho_{m,0} z} \right) \rho_{m,0} + C_m e^{\rho_{m,0} z} \times \right. \\ \left. \times (\rho_{m,0} z + 1) + D_m e^{-\rho_{m,0} z} (1 - \rho_{m,0} z) \right) \rho_{m,0} \sin(\rho_{m,0} x), \quad (б)$$

$$Z_z = - \sum_{m=1}^{\infty} \left( \left( A_m e^{\rho_{m,0} z} - B_m e^{-\rho_{m,0} z} \right) \rho_{m,0} + C_m e^{\rho_{m,0} z} \times \right. \\ \left. \times (2\mu - 1 + \rho_{m,0} z) + D_m e^{-\rho_{m,0} z} (2\mu - 1 - \rho_{m,0} z) \right) \rho_{m,0}^2 \cos(\rho_{m,0} x), \quad (в)$$

$$X_x = - \sum_{m=1}^{\infty} \left( \left( A_m e^{\rho_{m,0} z} - B_m e^{-\rho_{m,0} z} \right) \rho_{m,0} + C_m e^{\rho_{m,0} z} (2\mu + 1 + \rho_{m,0} z) + \right. \\ \left. + D_m e^{-\rho_{m,0} z} (2\mu + 1 - \rho_{m,0} z) \right) \rho_{m,0}^2 \sin(\rho_{m,0} x), \quad (г)$$

$$X_z = - \sum_{m=1}^{\infty} \left( \left( A_m e^{\rho_{m,0} z} + B_m e^{-\rho_{m,0} z} \right) \rho_{m,0} + C_m e^{\rho_{m,0} z} \times \right. \\ \left. \times (2\mu + \rho_{m,0} z) + D_m e^{-\rho_{m,0} z} (\rho_{m,0} z - 2\mu) \right) \rho_{m,0}^2 \sin(\rho_{m,0} x). \quad (д) \quad (7)$$

З граничних умов (1в) та (1г) та виразів (7) маємо співвідношення окремих векторів коефіцієнтів.

$$\left( A_{2,m} e^{\rho_{m,0} \delta} + B_{2,m} e^{-\rho_{m,0} \delta} \right) \rho_{m,0} + C_{2,m} e^{\rho_{m,0} \delta} \times (4\mu_2 + \rho_{m,0} \delta - 2) + D_{2,m} e^{-\rho_{m,0} \delta} (2 + \rho_{m,0} \delta - 4\mu_2) = 0, \\ \left( A_{2,m} e^{\rho_{m,0} \delta} - B_{2,m} e^{-\rho_{m,0} \delta} \right) \rho_{m,0} + C_{2,m} e^{\rho_{m,0} \delta} \times (\rho_{m,0} \delta + 1) + D_{2,m} e^{-\rho_{m,0} \delta} (1 - \rho_{m,0} \delta) = 0, \\ \left( A_{1,m} e^{-\rho_{m,0} h} - B_{1,m} e^{\rho_{m,0} h} \right) \rho_{m,0} + C_{1,m} e^{-\rho_{m,0} h} \times (2\mu_1 - 1 - \rho_{m,0} h) + D_{1,m} e^{\rho_{m,0} h} (2\mu_1 - 1 + \rho_{m,0} h) = -\frac{p_m}{\rho_{m,0}}, \\ \left( A_{1,m} e^{-\rho_{m,0} h} + B_{1,m} e^{\rho_{m,0} h} \right) \rho_{m,0} + C_{1,m} e^{-\rho_{m,0} h} \times (2\mu_1 - \rho_{m,0} h) - D_{1,m} e^{\rho_{m,0} h} (\rho_{m,0} h + 2\mu_1) = -\frac{t_m}{\rho_{m,0}^2}. \quad (8)$$

З наведених співвідношень (8) визначимо значення чотирьох векторів коефіцієнтів.

$$A_{1,m} = -C_{1,m} \frac{4\mu_1 - 1 - 2\rho_{m,0} h}{2\rho_{m,0}} - D_{1,m} e^{2\rho_{m,0} h} \frac{4\mu_1 - 1 + 2\rho_{m,0} h}{2\rho_{m,0}} - \frac{p_m + t_m}{2\rho_{m,0}^3 e^{-\rho_{m,0} h}}, \\ B_{1,m} = C_{1,m} \frac{e^{-2\rho_{m,0} h}}{2\rho_{m,0}} - D_{1,m} \frac{2\rho_{m,0} h - 1}{2\rho_{m,0}} + \frac{p_m - t_m}{2\rho_{m,0}^3 e^{\rho_{m,0} h}}, \\ A_{2,m} = -C_{2,m} \frac{4\mu_2 + 2\rho_{m,0} \delta - 1}{2\rho_{m,0}} + D_{2,m} e^{-2\rho_{m,0} \delta} \frac{4\mu_2 - 3}{2\rho_{m,0}} = 0, \\ B_{2,m} = C_{2,m} e^{2\rho_{m,0} \delta} \frac{3 - 4\mu_2}{2\rho_{m,0}} - D_{2,m} \frac{1 + 2\rho_{m,0} \delta - 4\mu_2}{2\rho_{m,0}} = 0. \quad (9)$$

Отримані вирази (9) скоротили кількість невідомих векторів коефіцієнтів до чотирьох. Оберемо їх значення з умов (1) для змінних залежних від координати  $x$ . Для цього сформуємо  $(M-1)$  систем лінійних алгебраїчних рівнянь чотирма невідомими.

$$\begin{cases} \alpha_{11} C_{2,m} + \alpha_{12} D_{2,m} + \alpha_{13} A_{1,m} + \alpha_{14} B_{1,m} = \beta_1 \\ \alpha_{21} C_{2,m} + \alpha_{22} D_{2,m} + \alpha_{23} A_{1,m} + \alpha_{24} B_{1,m} = \beta_2 \\ \alpha_{31} C_{2,m} + \alpha_{32} D_{2,m} + \alpha_{33} A_{1,m} + \alpha_{34} B_{1,m} = \beta_3 \\ \alpha_{41} C_{2,m} + \alpha_{42} D_{2,m} + \alpha_{43} A_{1,m} + \alpha_{44} B_{1,m} = \beta_4 \end{cases}, \quad (10)$$

де

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= -2\rho_{m,0}\delta - 1 + e^{2\rho_{m,0}\delta} (4\mu_2 - 3); \quad \alpha_{12} = e^{-2\rho_{m,0}\delta} (4\mu_2 - 1 - 2\rho_{m,0}\delta) + 1; \\ \alpha_{13} &= \frac{E_1}{E_2} (2\rho_{m,0}h + 1 - e^{2\rho_{m,0}h}); \quad \alpha_{14} = \frac{E_1}{E_2} (1 - 2\rho_{m,0}h - e^{-2\rho_{m,0}h}); \\ \alpha_{21} &= 2\rho_{m,0}\delta - 1 + e^{2\rho_{m,0}\delta} (4\mu_2 - 3); \quad \alpha_{22} = -e^{-2\rho_{m,0}\delta} (4\mu_2 - 1 - 2\rho_{m,0}\delta) - 3; \\ \alpha_{23} &= \frac{E_1}{E_2} (1 - 2\rho_{m,0}h - e^{2\rho_{m,0}h}); \quad \alpha_{24} = \frac{E_1}{E_2} (e^{-2\rho_{m,0}h} - 1 - 2\rho_{m,0}h); \\ \alpha_{31} &= 2\rho_{m,0}\delta + 3 - 4\mu_2 + e^{2\rho_{m,0}\delta} (4\mu_2 - 3); \quad \alpha_{32} = -e^{-2\rho_{m,0}\delta} (1 - 4\mu_2 + 2\rho_{m,0}\delta) - 1 + 4\mu_2; \\ \alpha_{33} &= \frac{1 + \mu_1}{1 + \mu_2} (4\mu_1 - 2\rho_{m,0}h - 3 - e^{2\rho_{m,0}h}); \quad \alpha_{34} = \frac{1 + \mu_1}{1 + \mu_2} (3 - 4\mu_1 - 2\rho_{m,0}h - e^{-2\rho_{m,0}h}); \\ \alpha_{41} &= -2\rho_{m,0}\delta + 3 - 4\mu_2 + e^{2\rho_{m,0}\delta} (4\mu_2 - 3); \quad \alpha_{42} = -e^{-2\rho_{m,0}\delta} (4\mu_2 - 1 - 2\rho_{m,0}\delta) + 5 - 4\mu_2; \\ \alpha_{43} &= \frac{1 + \mu_1}{1 + \mu_2} (4\mu_1 + 2\rho_{m,0}h - 3 - e^{2\rho_{m,0}h}); \quad \alpha_{44} = \frac{1 + \mu_1}{1 + \mu_2} (4\mu_1 - 3 - 2\rho_{m,0}h - e^{-2\rho_{m,0}h}); \\ \beta_1 &= -\frac{(p_m + t_m)e^{-\rho_{m,0}h} + (p_m - t_m)e^{\rho_{m,0}h}}{E_2\rho_{m,0}^2}; \quad \beta_2 = -\frac{(p_m + t_m)e^{-\rho_{m,0}h} - (p_m - t_m)e^{\rho_{m,0}h}}{E_2\rho_{m,0}^2}; \\ \beta_3 &= (1 + \mu_1) \frac{(p_m + t_m)e^{-\rho_{m,0}h} - (p_m - t_m)e^{\rho_{m,0}h}}{E_2\rho_{m,0}^2(1 + \mu_2)}; \\ \beta_4 &= -(1 + \mu_1) \frac{(p_m + t_m)e^{-\rho_{m,0}h} + (p_m - t_m)e^{\rho_{m,0}h}}{E_2\rho_{m,0}^2(1 + \mu_2)}. \end{aligned}$$

Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь четвертого порядку (10) дозволяє знайти невідомі значення векторів коефіцієнтів. Останні дозволяють за виразами (7) знайти значення показників НДС в площині  $x$ - $z$ . Перемноживши знайдені розподіли показників плоского НДС абразивного зерна та зв'язки в площинах  $x$ - $z$  з відповідними конгруентними показниками в площинах  $y$ - $z$  отримаємо вирази для визначення показників просторового НДС зерна та матеріалу його приєднання до оправки.

У функції напружень (6), відповідно, і у залежних від неї виразах показників НДС має безмежну кількість членів сум ( $m \rightarrow \infty$ ). В практиці кількість складових сум обмежують. Їх кількість обирають з умови отримання достатнього рівня точності шуканого рішення.

Загалом, сформована послідовність становить шуканий алгоритм.

Скористаємося отриманим алгоритмом визначимо НДС абразивного зерна та зв'язки алмазного олівця. Прийmemo що в олівці використано абразивне зерно призматичної форми з основою у формі квадрата зі стороною 0,1мм та висотою 0.05 мм. Модуль його пружності 1000 Гпа. Модуль пружності матеріалу зв'язки на півтора порядки менший. Його товщина 0,25мм. Робоча поверхня абразивного зерна навантажена розподіленою нормальною та дотичною розподіленими силами в 1МПа. Прикладені сили в межах  $0 \leq x \leq a/2, 0 \leq y \leq a/2$ . Коефіцієнти рядів Фур'є (5) за таких умов визначаються залежностями

$$p_m = \frac{2}{a} \int_0^{a/2} \cos(\rho_{m,0}x) dx; \quad t_m = \frac{2}{a} \int_0^{a/2} \sin(\rho_{m,0}x) dx.$$

Кількість складових в сумах вище отриманих виразах приймали рівною двадцяти. На наведених далі графіках показані розподіли показників НДС абразивного зерна та зв'язки

алмазного олівця. На рисунках 1 та 2 показані розподіли нормальних та дотичних напружень в абразивному зерні по поверхнях  $z=0$  та  $z=-h$ .

Визначені розподіли нормальних напружень  $Z_z$  зумовлені сумісною дією нормальних та дотичних навантажень прикладених до частини поверхні зерна. Поверхня 1 відтворює характер прикладення зовнішнього навантаження  $P(xy)$  (5). Характер розподілу нормальних напружень (поверхня 2) визначений сумісною дією дотичних та нормальних навантажень. Максимум нормальних напружень практично вдвічі менший тому, що напруження перерозподілилися по перерізу площі якого більша за площу дії зовнішніх навантажень.

Розподіли напружень нормальних та дотичних (поверхні 1) рисунків 1 та 2 збігаються тому що збігаються розподіли дотичних та нормальних напружень. Водночас дотичні напруження практично рівномірно розподілені по грані абразивного зерна протилежній навантаженій.

Переміщення поверхонь абразивного зерна  $z=0$  та  $z=-h$  наведені на рисунку 3.

Згідно отриманих графічних зображень поверхонь що описують переміщення граней абразивного зерна віддалена від шліфувального круга грань зерна практично не деформується. Відповідно, практично, не деформується і матеріал що приєднує зерно до оправки інструменту. Згідно виконаних розрахунків деформації зерна в напрямках осей  $x$  та  $y$  безмежно малі.

**Висновки.** Абразивне зерно, разом з матеріалом його приєднання до оправки олівця правлення, робочої поверхні абразивних кругів становить собою композитну систему складену з двох пружних тіл. В межах лінійної теорії пружності, з використанням функції напружень, з урахуванням довільного характеру навантаження робочої грані абразивного зерна,

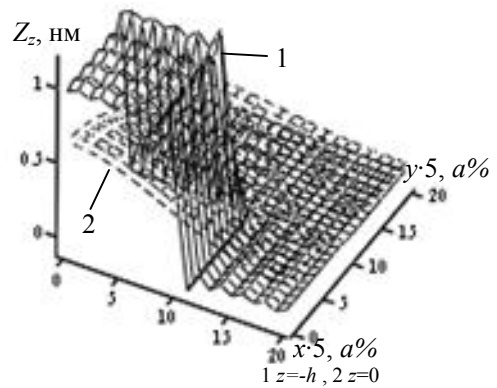


Рис. 1. Розподіл вздовж осей  $x$  та  $y$  нормальних напружень  $Z_z$  по поверхнях абразивного зерна

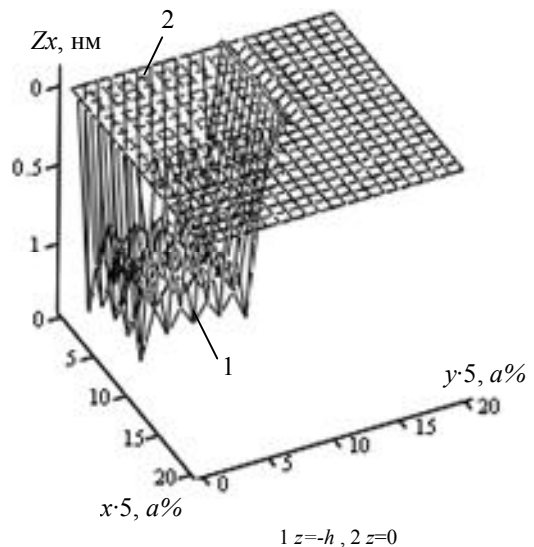


Рис. 2. Розподіл вздовж осей  $x$  та  $y$  дотичних напружень  $Z_x$  по поверхнях абразивного зерна

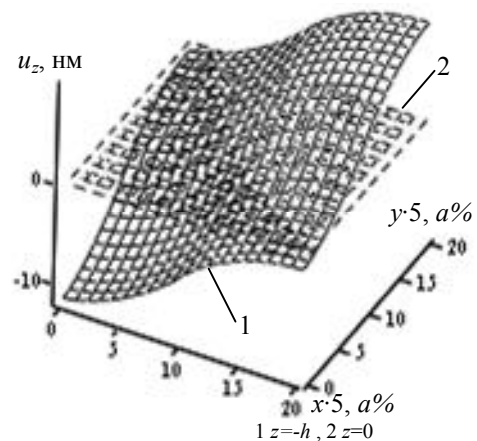


Рис. 3. Розподіл переміщень поверхонь абразивного зерна  $u_z$  вздовж осей  $x$  та  $y$

взаємодії з матеріалом що його приєднує до оправки олівця сформульовано алгоритм визначення НДС абразивного зерна з матеріалом його приєднання до оправки олівця правлення абразивних кругів. Встановлено наступне. Максимум напружень по грані робочого зерна протилежній робочій практично вдвічі менший через їх перерозподіл по перерізу площі більший за площу дії зовнішніх навантажень. Дотичні напруження практично рівномірно розподілені по вказаній грані. Матеріал що приєднує зерно до оправки інструменту практично, не деформується. Урахування того що абразивне зерно та матеріал що його приєднує до оправки олівця деформуються сумісно, визначення їхніх напружено-деформованих станів методами класичної теорії пружності дозволяє вважати результати отримані за наведеним алгоритмом достатньо достовірними в межах лінійного деформування. Подальші дослідження доцільно спрямувати на визначення витривалості системи «абразивне зерно-зв'язка» під дією змінних циклічних навантажень.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Музичка Д.Г. Підвищення ефективності шліфування твердих сплавів спрямованим обмеженням формозміни різальної поверхні шліфувальних кругів. Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеню кандидата технічних наук зі спеціальності 05.03.01 – Процеси механічної обробки, верстати та інструменти [текст] / Д.Г. Музичка. Чернігів. Чернігівський національний технологічний університет 2015, 23 с.
2. Степанов М.С., Іванова Л.П., Літовченко П.І. Тепловий режим шліфування з додатковими проміжними правками шліфувального круга. Збірник наукових праць X Всеукраїнської науково-технічної конференції з міжнародною участю «Процеси механічної обробки, верстати та інструмент», 6–9 листопада 2019 року. – Житомир: Державний університет «Житомирська політехніка», 2019. с. 183-185.
3. Шахбазов, Я. О., Широков В.В., Федорович В. О. Встановлення технологічних умов правки шліфувальних кругів алмазним інструментом. Надтверді матеріали, 2019, No 4. с. 76-82.
4. Шейко М.М., Максименко А.П., Боголов П.І. Працездатність правлячого інструменту з протекцією алмазно-гальванічного покриття. Резание и инструменты в технологических системах, 2018, выпуск 88 с.236-244.
5. Шахбазов Я. О., Широков В. В., Широков О. В., Паламар О. О. Технологічне забезпечення процесу шліфування. Поліграфія і видавнича справа. 2018, № 1 (75). с. 75-81
6. Лаврінченко В.І., Шейко М.М., Пашченко Є.О., Рябенко С.В. Відпрацювання технології формоутворення високорістистих абразивних кругів європейської номенклатури з монокристалічного корунду прецизійним інструментом з надтвердих матеріалів для турбобудування України. Nauka innov. 2018, 14(5): с. 55—62. doi.org/10.15407/scin14.05.055.
7. Морочко В.В. Підвищення ефективності шліфування циліндричних поверхонь орієнтованим кругом заправленим з різними подачами на робочій та калібрувальній ділянках. Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 133 Галузеве машинобудування [текст] / Морочко Володимир Вікторович. м. Чернігів. Національний університет «Чернігівська політехніка», 2021, 129 с.
8. Кальченко В.В. Наукові основи ефективного шліфування зі схрещеними осями абразивного інструменту та оброблюваної деталі. Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеню доктора технічних наук зі спеціальності 05.03.01 – Процеси механічної обробки, верстати та інструменти [текст] / Кальченко Володимир Віталійович. Харків. Національний технічний університет “Харківський політехнічний інститут” 2006, 27 с.
9. Федорович В. О. Моделювання процесу алмазного шліфування методом кінцевих елементів: монографія / В.О. Федорович, Д.О. Федоренко, Д.В. Ромашов, С.В. Островерх, Л.І. Пупань. – Харків: НТУ «ХПІ», 2023. – 257с.
10. Кальченко, В. В. Шліфування криволінійних поверхонь обертання абразивним інструментом з кутовою орієнтацією на верстатах з ЧПК / В. В. Кальченко, А. В. Рудик // Вісник Чернігівського державного технологічного університету. – 2002. – Вип. 15. С. 69-74.
11. Левківський Д.В. Визначення напружено-деформованого стану пластини методом прямих з використанням рядів Фур'є. Опір матеріалів та теорія споруд. КНУБА. 2013. №91. с. 174-180.
12. Бельмас І.В., Білоус О.І., Танцура Г.І. Визначення напружено-деформованого стану багатошарового композиту. Опір матеріалів та теорія споруд. КНУБА. 2022, № 109. с. 426 – 440. DOI : 10.32347/2410-2547.2022.109.426-440.

#### REFERENCES

1. Muzychka D.H. Pidvyshchennia efektyvnosti shlifuvannia tverdych splaviv spriamovanyim обмеженням формозміни різальної поверхні шліфувальних крухів (Increasing the efficiency of grinding hard alloys by directional limiting the shape change of the cutting surface of grinding wheels). Avtoreferat dysertatsii na zdobuttia naukovooho stupeniu kandydata tekhnichnykh nauk zi spetsialnosti 05.03.01 – Protsesty mekhanichnoi obrobky,

- verstaty ta instrumenty [tekst] / D.H. Muzychka. Chernihiv. Chernihivskiy natsionalnyi tekhnolohichniy universytet 2015, 23 s.
- Stepanov M.S., Ivanova L.P., Litovchenko P.I. Teplovyi rezhym shlifuvannya z dodatkovyimi promizhnyimi pravkamy shlifovalnogo kruha (Thermal grinding mode with additional intermediate adjustments of the grinding wheel). Zbirnyk naukovykh prats Kh Vseukrainskoi nauko-tekhnichnoi konferentsii z mizhnarodnoiu uchastiu «Protsey mekhanichnoi obrobky, verstaty ta instrumenty», 6–9 lystopada 2019 roku. □ Zhytomyr : Derzhavnyi universytet «Zhytomyrska politekhnika», 2019. s. 183-185.
  - Shakhbazov, Ya.O., Shyrokov V.V., Fedorovych V.O. Vstanovlennia tekhnolohichnykh umov pravky shlifovalnykh kruhiv almaznym instrumentom (Establishing the technological conditions for straightening grinding wheels with a diamond tool). Nadtverdi materialy, 2019, No 4. s. 76-82.
  - Sheiko M.M., Maksymenko A.P., Bolohov P.I. Pratsездатnist pravliachoho instrumentu z protektsiieiu almazno-halvanichnogo pokryttia (Performance of the ruling tool with diamond-galvanic coating protection). Rezanye y ynstumenty v tekhnolohycheskykh systemakh, 2018, випуск 88 s.236-244.
  - Shakhbazov Ya. O., Shyrokov V. V., Shyrokov O. V., Palamar O. O. Tekhnolohichne zabezpechennia protsesu shlifuvannya (Technological support of the grinding process). Polihrafia i vydavnycha sprava. 2018, № 1 (75). s. 75-81
  - Lavrinenko V.I., Sheiko M.M., Pashchenko Ye.O., Riabchenko S.V. Vidpratsiuvannya tekhnolohii formoutvorennia vysokoporystykh abrazyvnykh kruhiv yevropeiskoi nomenklatury z monokrystalichnogo korundu pretsyziinym instrumentom z nadtverdykh materialiv dlia turbobuduvannya Ukrainy (Development of the technology of forming highly porous abrasive wheels of the European nomenclature from monocrystalline corundum with a precision tool made of superhard materials for turbo-building in Ukraine). Nauka innov. 2018, 14(5): s. 55—62. doi.org/10.15407/scin14.05.055.
  - Morochko V.V. Pidvyschchennia efektyvnosti shlifuvannya tsylindrychnykh poverkhon orientovanyim kruhom zapravlenym z riznymy podachamy na robocii ta kalibrvalnii diliankakh (Increasing the efficiency of grinding cylindrical surfaces with an oriented wheel filled with different feeds in the working and calibration areas). Dysertatsiia na здobuttia naukovoho stupenia doktora filosofii za spetsialnistiu 133 Haluzeve mashynobuduvannya [tekst] / Morochko Volodymyr Viktorovych. m. Chernihiv. Natsionalnyi universytet «Chernihivska politekhnika», 2021, 129 s.
  - Kalchenko V.V. Naukovi osnovy efektyvnogo shlifuvannya zi skhreshchenyimi osiami abrazyvnoho instrumentu ta obrobluваної деталі (Scientific bases of effective grinding with crossed axes of the abrasive tool and the processed part). Avtoreferat dysertatsii na здobuttia naukovoho stupeniu doktora tekhnichnykh nauk zi spetsialnosti 05.03.01 – Protsey mekhanichnoi obrobky, verstaty ta instrumenty [tekst] / Kalchenko Volodymyr Vitaliiiovych. Kharkiv. Natsionalnyi tekhnichnyi universytet “Kharkivskiy politekhnichnyi instytut” 2006, 27 s.
  - Fedorovych V. O. Modeliuvannya protsesu almaznogo shlifuvannya metodom kintsevykh elementiv (Modeling of the diamond grinding process using the finite element method): monohrafia / V.O. Fedorovych, D.O. Fedorenko, D.V. Romashov, Ie.V. Ostroverkh, L.I. Pupan.–Kharkiv: NTU «KhPI», 2023.–257s.
  - Kalchenko, V. V. Shlifuvannya kryvoliniinykh poverkhon obertannia abrazyvnyim instrumentom z kutovoiu orientatsiieiu na verstatakh z ChPK (Grinding curved rotation surfaces with an abrasive tool with angular orientation on machines with NPC) / V. V. Kalchenko, A. V. Rudyk // Visnyk Chernihivskoho derzhavnogo tekhnolohichnogo universytetu. – 2002. – Vyp. 15. – S. 69-74.
  - Levkivskiy D.V. Vyznachennia napruzhenno-deformovanoho stanu plastyny metodom priamykh z vykorystanniam riadiv Fur'ie (Determination of the stress-strain state of the plate by the method of straight lines using Fourier series). Opr. materialiv ta teoriia sporud. KNUBA. 2013. №91. s. 174-180.
  - Belmas I.V., Bilous O.I., Tantsura H.I. Vyznachennia napruzhenno-deformovanoho stanu bahatosharovoho kompozytu Opir materialiv ta teoriia sporud (Determination of the stress-deformed state of the grinding circle adjustment pencil). KNUBA. 2022, № 109 s.426 – 440. DOI : 10.32347/2410-2547.2022.109.426-440.

Стаття надійшла 02.10.2023

*Бельмас І.В., Білоус О.І., Танцура Г.І., Пузирецький І.С., Шабля О.І.*

### **ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ОЛІВЦЯ ПРАВЛЕННЯ ШЛІФОВАЛЬНОГО КРУГА**

З використанням функції напружень Ері, в лінійній постановці, методами класичної теорії пружності розроблено алгоритм аналітичного визначення напружено-деформованого стану робочої частини інструмента правки абразивного круга як двошарового композитного матеріалу. Алгоритм дозволяє враховувати доволіно розподілені нормальні та дотичні навантаження робочої поверхні абразивного зерна інструменту. Він враховує обмеження оправкою деформувань зерна та матеріалу що його приєднує до неї, сумісність деформування зерна та матеріалу його приєднання до оправки, їх механічні властивості. Розрахунки виконані за отриманим алгоритмом дозволили встановлено наступне. Максимальні нормальні напруження на робочій грані зерна перевищують відповідні напруження на протилежній грані за рахунок їх більш рівномірного розподілу. Дотичні напруження практично рівномірно розподілені по вказаній грані. Матеріал що приєднує зерно до оправки інструменту деформується, практично, рівномірно в наслідок меншого модуля пружності та меншої товщини у порівнянні з модулем пружності та товщиною абразивного зерна. Визначення напружено-деформованого стану виконавчої частини олівця виправлення робочих поверхонь шліфувальних кругів



абразивної обробки матеріалів дозволяє уточнити відомий механізм їх взаємодії та підвищити ефективність технологічного процесу відновлення робочих поверхонь інструменту абразивної обробки металів. Урахування сумісного деформування абразивного зерна та матеріалу що його приєднує до оправки олівця, визначення їхніх напружено-деформованих станів методами класичної теорії пружності дозволяє вважати результати отримані за наведеним алгоритмом достатньо достовірними в межах лінійного деформування. Подальші дослідження доцільно спрямувати на визначення витривалості системи «абразивне зерно - зв'язка» під дією змінних циклічних навантажень.

Сформульовано алгоритм визначення напружено-деформованого стану двошарової виконавчої частини олівця для правлення робочої поверхні шліфувального круга абразивної обробки матеріалів.

**Ключові слова:** олівець для правки абразивного круга, двошаровий композит, механічні властивості матеріалу, переміщення, напруження, навантаження, функція напружень Ері.

*Belmas I.V., Bilous O.I., Tantsura A.I., Puzyretskyi I.S., Shablia O.I.*

#### **DETERMINATION OF THE STRESS-DEFORMED STATE OF THE GRINDING CIRCLE ADJUSTMENT PENCIL**

Using the Ery stress function in a linear formulation, using the methods of the classical theory of elasticity, an algorithm for analytically determining the stress-strain state of the working part of the abrasive wheel straightening tool as a two-layer composite material was developed. The algorithm allows considering arbitrarily distributed normal and tangential loads of the working surface of the abrasive grain of the tool. It considers the mandrel's limitation of deformations of the grain and the material that attaches it to it, the compatibility of the deformation of the grain and the material of its attachment to the mandrel, and their mechanical properties.

Calculations performed according to the obtained algorithm allowed the following to be established. The maximum standard stresses on the working face of the grain exceed the corresponding stresses on the opposite face due to their more uniform distribution. The tangential stresses are almost uniformly distributed along the specified face. The material connecting the grain to the tool mandrel deforms almost uniformly due to its lower modulus of elasticity and smaller thickness than the abrasive grain's modulus of elasticity and thickness. Determining the stress-deformed state of the executive part of the pencil for correcting the working surfaces of grinding wheels for abrasive processing of materials makes it possible to specify the known mechanism of their interaction and increase the efficiency of the technological process of restoring the working surfaces of the tool for abrasive processing of metals.

Taking into account the simultaneous deformation of the abrasive grain and the material that attaches it to the pencil mandrel, determining their stress-strain states using the methods of the classical theory of elasticity allows us to consider the results obtained by the given algorithm as sufficiently reliable within the limits of linear deformation. It is advisable to direct further research to determine the durability of the "abrasive grain-bond" system under variable cyclic loads.

**Keywords:** pencil for straightening an abrasive wheel, two-layer composite, mechanical properties of the material, displacement, stress, load, Erie stress function.

УДК 621.923

*Бельмас І.В., Білоус О.І., Таницура Г.І., Пузирецький І.С., Шабля О.І. Визначення напружено-деформованого стану олівця правлення шліфувального круга // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірн. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 111. – С. 188-197. Укр.*

*Сформульовано алгоритм визначення напружено-деформованого стану двошарової виконавчої частини олівця для правлення робочої поверхні шліфувального круга абразивної обробки матеріалів.*

Табл. 0. Іл. 3. Бібліогр. 12 назв.

UDC 621.923

*Belmas I.V., Bilous O.I., Tantsura A.I., Puzyretskyi I.S., Shablia O.I. Determination of the stress-deformed state of the grinding circle adjustment pencil // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. – K.: KNUBA, 2023. – Issue 111. – P. 188-197.*

*An algorithm for determining the stress-strain state of the pencil's two-layer executive part for ruling the grinding wheel's working surface for abrasive processing of materials has been formulated.*

Табл. 0. Fig. 3. Ref. 12.

**Автор** (вчена ступень, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри технології машинобудування та зварювання

**Адреса:** 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет», БЕЛЬМАС Іван Васильович

**Мобільний тел.:**+38098 5412812

**E-mail:** belmas09@meta.ua

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0003-2112-0303>

**Автор** (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, Секретар механічного факультету, доцент кафедри галузевого машинобудування  
**Адреса:** 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет», БЛЮС Олена Іванівна  
**Мобільний тел.:** +380978786830  
**E-mail:** bilouselena66@gmail.com  
**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0001-6398-8843>

**Автор** (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри галузевого машинобудування  
**Адреса робоча:** 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет», ТАНЦУРА Ганна Іванівна  
**Мобільний тел.:** +380971939382  
**E-mail:** hannaivan71@gmail.com  
**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0002-8672-1153>

**Автор** (вчена ступень, вчене звання, посада): аспірант кафедри галузевого машинобудування  
**Адреса:** 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет», ПУЗИРЕЦЬКИЙ Ілля Сергійович  
**Мобільний тел.:** +3800961599977  
**E-mail:** snovymgodomukraina@gmail.com  
**ORCID ID:** <http://orcid.org/0009-0006-3281-6778>

**Автор** (вчена ступень, вчене звання, посада): пошукач другого (магістерського) рівня вищої освіти  
**Адреса:** 51900, м. Кам'янське, вул. Дніпробудівська, 2, ДВНЗ «Дніпровський державний технічний університет», ШАБЛЯ Олександр Ігорович  
**Мобільний тел.:** +3800976572252  
**E-mail:** alexandrosckar@gmail.com  
**ORCID ID:** <http://orcid.org/0009-0000-6971-2610>