УДК 539.3

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ПЕРЕМІЩЕННЯ І ВАГИ ДВОХЗВ'ЯЗНОЇ КОНУСНОЇ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Г.М. Іванченко,
д-р техн. наук, професор

О.О. Кошевий,
д-р філософії (Ph.D.), доцент

О.П. Кошевий,
канд. техн. наук, доцент

Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.111.102-112

В статті розглянуто чисельне дослідженнябагатокритеріальної параметричної оптимізації ваги і переміщеннядвозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні за допомогою якого вдалося зменшити вагу конструкції на 9.4%, перерозподілити товщину оболонки згідно зовнішньому навантаженню від 1 мм до 25 мм, зменшити переміщення оболонки в 2.55 рази а також дотриматися максимальних напружень 260 МПа, що відповідає обмеженню оптимізаційного розрахунку. Висвітлені вимоги до форми і міцнісних характеристик оболонок мінімальних поверхонь і їх співвідношення при багатокритеріальній параметричній оптимізації.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна оптимізація, оптимізація цільової функції, змінні проектування, обмеження, оболонка мінімальних поверхонь, переміщення по осям *X*,*Y*,*Z*, вага конструкції.

Вступ. Для вирішення проблеми оптимального проектування застосовуються різні методи і підходи. Задачі по вирішенню такого типу задач використовуються для оптимального проектування просторових покриттів, які в сучасній архітектурі є прогресивними конструкціями, якими цікавиться весь світ. Просторові покриття дозволяють придати споруді архітектурну виразність, перекривати великі прольоти і суміщати несучі і огороджувальні функції [1-2].

Оболонки мінімальних поверхонь відносяться до оболонок від'ємної гаусової кривизни. Геометрія мінімальних поверхонь в загальному випадку не піддається аналітичному опису. Для вирішення цієї проблеми, яка пов'язана з вирішенням диференційного рівняння, що описує в загальному вигляді мінімальну поверхню, при відповідних крайових умовах доводиться використовувати методи чисельного аналізу. Такий підхід дозволяє побудувати точковий каркас оболонки, що представляє собою матрицю дискретних рішень функцій, яка шукає задану мінімальну поверхню. З урахування цього, її геометричні характеристики можуть бути отримані тільки в чисельному вигляді [3-4].

Задачі оптимального проектування оболонок мінімальних поверхонь, умовно, можуть бути віднесені для розв'язку некласичних задач будівельної і прикладної механіки. Їх перетворення до класичного виду виконується на етапі дослідження напружено-деформованого стану.

Умови рівноваги і руху оболонок, побудовані на основі отриманих геометричних співвідношень, представляють собою диференційні рівняння загального виду з змінним коефіцієнтом [5-8]. Дослідження напружено-деформованого стану і коливань оболонок мінімальних поверхонь слід виконувати на основі теорії тонких пружних оболонок. Такий підхід дозволяє розглянути оболонки мінімальної поверхні з різною конфігурацією в плані.

Форму оболонки мінімальних поверхонь задає серединна поверхня, яку визначають як геометричне місце точок, що рівновіддалені від двох поверхоньта обмежують оболонку. Важливим етапом проектування оболонки мінімальної поверхні є геометричне конструювання її серединної поверхні – визначення геометричної форми, яка найкращим чином відповідає сукупності різних вимог. На практиці, частково вдається отримати повну геометричну інтерпретацію таких вимог. Тому її вплив при конструюванні поверхні зводиться до вирішення геометричних задач.

Функціональні вимоги. Архітектурні оболонки можуть виступати в різній функціональній ролі. Головним чином вони використовуються в якості покриттів, але досвід показує, шо у вигляді оболонок можуть бути виконані інші конструкції будівлі, які не мають архітектурних вимог [9-12]. В залежності від функціонального призначення оболонки можна розділити на шість типів: покриття, навіси, замкнуті оболонки, покриття і стіни одночасно, стіни, фундаменти і стіни.

Функціональні вимоги в більшій мірі впливають на форму оболонки, але важко представити їх конкретну самостійну геометричну модель без врахувань відриву інших вимог.

Об’ємно-планувальні вимоги. Є одним із визначальних при проектуванні споруд. План будівлі повинен найкращим чином відповідати технології її використання. В більшості випадків промислові будівлі мають прямокутний план. Об’ємно-планувальні рішення громадських будівель різні. Їх можна розділити на дві групи: де важливі акустичні вимоги і де вони не важливі. Будівлі першої групи, як правило, знаходяться на одному місці, другої групи – можуть змінювати своє місцезнаходження [13-15].

Форма плану будівлі залежить від місця основної дії в ньому. По цій властивості будівлі першої групи можна поділити на дві підгрупи: основні дії відбуваються не в центрі (зали для зборів, концертні зали, аудиторії). Форми таких будівель можуть бути – трапецевидні, трикутні, або близькі до них, такі форми можна забезпечити оболонками мінімальних поверхонь. Друга підгрупа – основні дії відбуваються в центрі (стадіони, цирки, спортивні зали, катки. Будівлі цієї підгрупи мають круглу або еліптичну форму.

Конструктивно-розрахункові вимоги. На форму оболонок мінімальних поверхонь важливим чином впливає вид опирання, які геометрично можна віднести до чотирьох груп: опирання в окремих точках –поверхня має особливу точку в місці опирання, або лінія контуру шматка поверхні покриття має точку перелому [16-18]. Друга група – спирання по лініям. Форму опорної лінії слід вважати заданою при геометричному конструюванні поверхні. Третя група – опирання по заданій поверхні, яку слідує рахувати як поверхню або площину, на яку спирається оболонка. Четверта група – комбінація перших трьох груп.

Однією із головних конструктивно-розрахункових вимог є величина прольоту, що перекривається оболонкою. Сучасні оболонки виконані з сучасних матеріалів можуть перекривати прольоти до 300 м. Для оболонок деяких форм з величиною прольоту пов’язують стрілу підйому оболонки, оптимальну величину якої вибирають з умов найменшої кількості витрати будівельних матеріалів, при заданих міцнісних характеристиках оболонок мінімальних поверхонь. Наприклад, для циліндричних оболонок оптимальне співвідношення стріли підйому до прольоту можуть рахувати 1/5 – 1/6.

Несуча здатність оболонки залежить від гаусової кривизни поверхні. У зв’язку з цим відрізняють три види кривизни оболонок: параболічні, гіперболічні, еліптичні ділянки поверхні з додатною гаусовою кривизною. Поверхні складаються із точок виду або мають ділянки із точок різного виду. Оболонки, які мають форму поверхні з додатною і від’ємною гаусовою кривизною, краще працюють на згинальні зусилля, чим з нульовою гаусовою кривизною. Несуча спроможність також залежить від геометричної форми серединної поверхні, характеру зовнішнього навантаження, виду опирання оболонки на диск жорсткості. Статичний розрахунок оболонок мінімальних поверхонь є досить важкою задачею, він ще більш ускладнюється, якщо на поверхні оболонки є три види точок. В сучасній будівельній і прикладній механіки є певні досягнення в розвитку методів чисельного дослідження оболонок на ПК. У зв'язку з цим виникає необхідність в ефективному визначенні координат точкового каркасу на поверхні оболонки по сітці, яка задана на плані.

Вимоги, які пов'язані з технологією спорудження оболонки покриття. По технологічним ознакам оболонки можна розділити на монолітні і збірні. Для монолітних оболонок важливим моментом є вибір найбільш раціональної опалубки, від якої залежить простота спорудження оболонки і її вартість. Вид опалубки визначається геометрією поверхні оболонки. Збірні оболонки монтуються із плоских елементів або криволінійних форм на які при проектуванні повинна бути розділена поверхня оболонки. При цьому вирішуються геометричні задачі приблизного або точного оптимального проектування поверхні [19].

Сантехнічні і акустичні вимоги. При проектуванні деяких споруд, які перекриваються оболонками мінімальних поверхонь, виникає необхідність в спорудження отворів для природнього освітлення. В збірних оболонках отвори можуть будуватися у вигляді секцій між зіставними елементами.

Техніко-економічні вимоги. Однією із головних причин застосування оболонок мінімальних поверхонь в будівництві є економічна доцільність. Вартість конструкції великопрольотного покриття становить велику частину вартості споруди (для промислових будівель біля 50% загальної вартості, для громадських 20-30%. Багатокритеріальна параметрична оптимізація оболонок мінімальних поверхонь дозволяє найбільш ефективно використовувати конструкційний матеріал для перекриття великих прольотів, що дає максимальну доцільність використання коштів.

Основні співвідношення лінійної теорії тонких пружних оболонок мінімальної поверхні при чисельному дослідженні параметричної оптимізації. Розглянемо тонкі пружні оболонки мінімальної поверхні змінної товщини. Оболонки виконані із матеріалу, який працює в межах загальному закону Гука. При цьому враховуємо, що переміщення малі в порівняні з товщиною оболонки, тому приймаємо лінійну теорію оболонок, яка базується на гіпотезах Кірхгофа-Лява.

Віднесемо серединну поверхню оболонки до ортогональної системи координат α, β. Тоді координатними лініями будуть лінії головної кривизни. Товщина оболонки h, яка вираховується від серединної поверхні в напрямку нормалі, є змінною $h = h(\alpha, \beta)$.

В декартовій системі координат x, y, z рівняння серединної поверхні можна записати в параметричній формі:

$$x = x(\alpha, \beta);\ y = y(\alpha, \beta);\ z = z(\alpha, \beta). \tag{1}$$

Перша і друга квадратна форма для даної серединної поверхні має вигляд:

$$\varphi_1 = A^2 (\alpha\alpha)^2 + B^2 (\alpha\beta)^2;\ \varphi_1 = L(\alpha\alpha)^2 + N(\alpha\beta)^2, \tag{2}$$

де A і B – параметри Ламе, які пов'язані з приростом дуг координатних ліній рівності.

$$\partial S_1 = A\alpha\alpha;\ \ \partial S_2 = B\alpha\beta. \tag{3}$$

Коефіцієнти L і N другої квадратичної форми повязані з радіусом головної кривизни R_1 і R_2 співвідношеннями:

$$\frac{1}{R_1} = -\frac{L}{A_2};\ \ \frac{1}{R_2} = -\frac{N}{B^2}. \tag{4}$$

Переміщення серединної поверхні оболонки під дією прикладених термосилових навантажень характеризується компонентами $\mu(\alpha, \beta), v(\alpha, \beta), \omega(\alpha, \beta)$ напрямок яких співпадає з напрямком координатних ліній x, y, z відповідно.

В загальному випадку вирішуючи рівняння лінійної теорії оболонок представляють собою систему диференційних рівнянь восьмого порядку в частинних похідних [20].

В деяких практично важливих випадках рівняння лінійної теорії оболонок вдається спростити і звести до загального диференційного рівняння. Розглянемо два таких випадка.

До першого відноситься оболонки обертання.Розкладені шукані функції в ряди Фур'є по кутової координаті дозволяють розділити змінні і звести задачу розрахунку таких оболонок до крайової задачі для системи звичайних диференційних рівнянь. Приведемо основні відношення моментної теорії оболонок обертання для випадку дії статичних навантажень, яке не створює асиметричне кручення.

В якості гаусових координат α, β серединної поверхні обираємо довжину дуги, яка створена пересіченням довільної площини симетрії, проходячи через вісь обертання з поверхнею оболонки і кут ψ який визначає положення цієї дуги по відношенню до деякої фіксованої дуги. Кут між нормаллю і серединною поверхнею оболонки і віссю її симетрії виразим через θ, радіус кола, який створений пересіченням серединної поверхні площини, нормальною до осі симетрії, позначимо *r*. В такому випадку *A*=1; *B*=*r*;

$$\frac{\partial r}{\partial s} = \cos\theta; \quad \frac{1}{R_2} = \frac{\sin\theta}{r}. \tag{5}$$

Деформації серединної поверхні $\varepsilon_1, \varepsilon_r$, кут повороту нормалі ϑ_1 і параметри зміни кривизни ae_1, ae_2 пов'язані з переміщенням формулами

$$\varepsilon_1 = \frac{du}{ds} + \frac{\omega}{R_1}; \; \varepsilon_r = \frac{\cos\theta}{r} u + \frac{\sin\theta}{r} \omega; \tag{6}$$

$$\vartheta_1 = \frac{u}{R_1} - \frac{d\omega}{ds}; \; ae_1 = \frac{d\vartheta_1}{ds}; \; ae_2 = \frac{\cos\theta}{r} \vartheta_1. \tag{7}$$

Зв'язок поздовжніх зусиль T_1 і T_2 і згинальних моментів M_1, M_2 з компонентами деформацій виражається за допомогою закону Гука:

$$T_1 = \frac{Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2); \; T_2 = \frac{Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1), \tag{8}$$

$$M_1 = D(ae_1 + \nu ae_2); \; M_2 = D(ae_2 + \nu ae_1), \tag{9}$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \tag{10}$$

E – модуль Юнга, D – циліндрична жорсткість, ν – коефіцієнт Пуассона.

Рівняння рівноваги елементів оболонки мінімальної поверхні:

$$\frac{d}{ds}(rT_1) - T_2\cos\theta + \frac{r}{R_1}\theta_1 + rq_1 = 0,$$

$$\frac{d}{ds}(rQ_1) - \frac{r}{R_1}T_1 - T_2\sin\theta + rq_3 = 0,$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{ds}(rM_1) - \frac{1}{r}M_2\cos Q - Q_1 = 0, \tag{11}$$

де Q_1 – перерізуючи зусилля; q_1, q_3 – компоненти вектора інтенсивності зовнішнього навантаження.

Напруження в точці оболонки мінімальної поверхні на відстані *z* від серединної поверхні виражається через мембрані і згинальні зусилля:

$$\sigma_1 = \frac{T_1}{h} + \frac{12M_1}{h_3} z; \; \sigma_2 = \frac{T_2}{h} + \frac{12M_1}{h_3} z. \tag{12}$$

Виключаючи із (6-10) ε_1, ae_1 отримаємо систему звичайних диференціальних рівнянь

$$\frac{du}{ds} = -\frac{\omega}{R_1} + \frac{1}{Eh}(T_1 - \nu T_2), \; \frac{d\omega}{ds} = \frac{u}{R_1} - \vartheta, \; \frac{d\vartheta_1}{ds} = \frac{12}{Eh^3}(M_1 - \nu M_2),$$

$$\frac{dT_1}{ds}=-\frac{1}{r}(T_1-T_2)\cos\theta-\frac{1}{R_1}Q_1-q,\ \ \frac{dQ_1}{ds}=\frac{1}{R_1}T_1+\frac{1}{r}T_2\sin\theta-\frac{1}{r}Q_1\cos\theta-q_3,$$

$$\frac{dM_1}{ds}=Q_1-\frac{1}{r}(M_1-M_2)\cos\theta. \qquad (13)$$

Після виключення із (1.13) T_2 і M_2 за допомогою співвідношень (8-9) система диференційних рівнянь може бути представлена у вигляді

$$\frac{dy}{ds}=f\left[s,h(s)\right]y+q(s). \qquad (14)$$

де $y(s)=col(u,\omega,\vartheta_1,T_1,Q_1,M_1)$ – вектор стану; f – матриця змінних коефіцієнтів; $q(s)$ – вектор навантаження.

Рівняння (14) представляє собою систему звичайних диференційних рівнянь шостого порядку. Для їх вирішення необхідно задати шість граничних умов – по три на кожному краю [21].

До другого випадку відносяться довгі циліндричні оболонки мінімальних поверхонь, для яких умови опирання на диск жорсткості і задання навантаження незмінне вздовж прямолінійних утворень. Згідно принципу Сен-Венана, на достатній відстані від торців напружено-деформованого стану таких оболонок можна рахувати не залежними від способу опирання торців.

Нехай напрямок прямолінійних утворень співпадає з напрямком координатних ліній α . Тоді

$$\frac{1}{R_1}=0;\ A=1. \qquad (15)$$

Елемент оболонки одиничної ширини $(\Delta\alpha)=I$ розташований вздовж координатної лінії β, працює в умовах плоскої деформації, що призводить до наступних співвідношень, які пов'язані з деформацією серединної поверхні ε_2, параметр зміни кривизни ae_2, кут повороту нормалі ϑ_2 з переміщеннями:

$$\varepsilon_2=\frac{1}{B}\frac{dv}{d\beta}+\frac{\omega}{R_2},\ \ ae_2=\frac{1}{B}\frac{du}{d\beta},\ \ v_2=-\frac{1}{B}\frac{d\omega}{d\beta}+\frac{v}{R_2}. \qquad (16)$$

Співвідношення пружності в цьому випадку мають наступний вигляд:

$$T_1=\frac{Eh}{1-v^2}v\varepsilon_2;\ T_2=\frac{Eh}{1-v^2}v\varepsilon_2;\ M_1=vDae_2;\ \ M_2=Dae_2. \qquad (17)$$

Беручи до уваги, що

$$T_1=vT_2;\ M_1=vM_2;\ \ \varepsilon_2=\frac{(1-v^2)}{Eh}T_2;\ ae_2=\frac{M_2}{D}. \qquad (18)$$

Рівняння рівноваги виразимо у вигляді:

$$\frac{1}{B}\frac{dQ_2}{d\beta}-\frac{T_2}{R_2}+q_3=0,\ \ \frac{dT_2}{d\beta}+\frac{B}{R_2}Q_2+Bq_2=0,\ \frac{1}{B}\frac{dM_2}{d\beta}-Q_2=0. \qquad (19)$$

де Q_2 – перерізуючи зусилля; q_2 і q_3 – компоненти вектора інтенсивності зовнішнього навантаження [22].

Вводячи позначення $T_2=T,\ M_2=M,\ Q_2=Q',\ v_2=v, R_2=R$ із (17-19) отримаємо наступну систему звичайних диференційних рівнянь:

$$\frac{dv}{d\beta}=-\frac{B}{R}\omega+\frac{(1-v^2)}{Eh}T,\ \ \frac{d\omega}{d\beta}=-Bv+\frac{B}{R}v,$$

$$\frac{dv}{d\beta}=\frac{B}{D}M,\ \frac{dT}{d\beta}=-\frac{B}{R}Q-Bq_2,\ \frac{dQ}{d\beta}=\frac{B}{R}T-Bq_3,\ \frac{dM}{d\beta}=BQ. \tag{20}$$

Система диференціальних рівнянь (20) має шостий порядок, і для її вирішення необхідно задати шість граничних умов (по три на кожному краю) [23].

Чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації переміщення і ваги двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні.Для чисельної реалізації багатокритеріальної параметричної оптимізації двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні була побудована скінчено-елементна модель з пластинчастих скінченних елементів ***plate*** в кількості 4824 штук та вузлів 4896 штук. По периметру жорстке защемлення з диском землі. Задано термосилове навантаження, яке складається з комбінацією статичних і температурного. Розрахункова модель зображена на рис. 1.

Перед процесом дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації виконується налаштування цільової функції ваги і переміщення. Змінні проектування є товщиною оболонки від 1 до 100 мм. Обмеження виражені напруження по Мізесу 260 МПа. Після виконання розрахунку параметричної оптимізації маємо значення напружень на рис. 2, переміщень на рис. 3 та розподіл товщини 4, а також графік зміни цільових функцій на рис. 5.

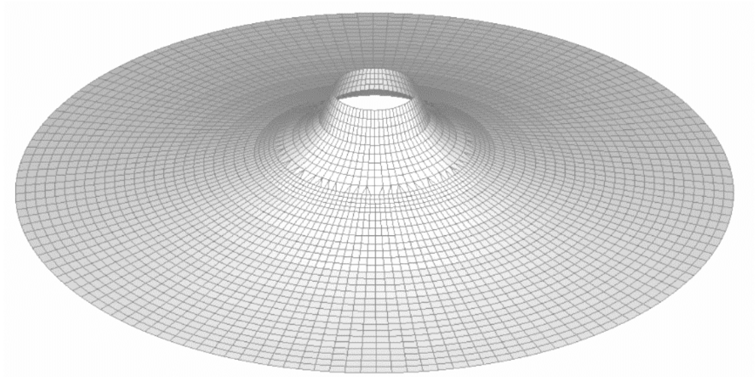

Рис. 1. Скінчено-елементна модель двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні

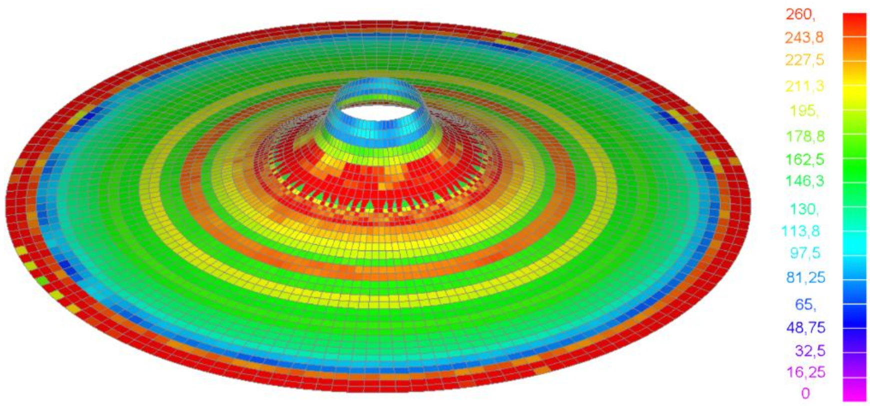

Рис. 2. Напруження по Мізесу оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації

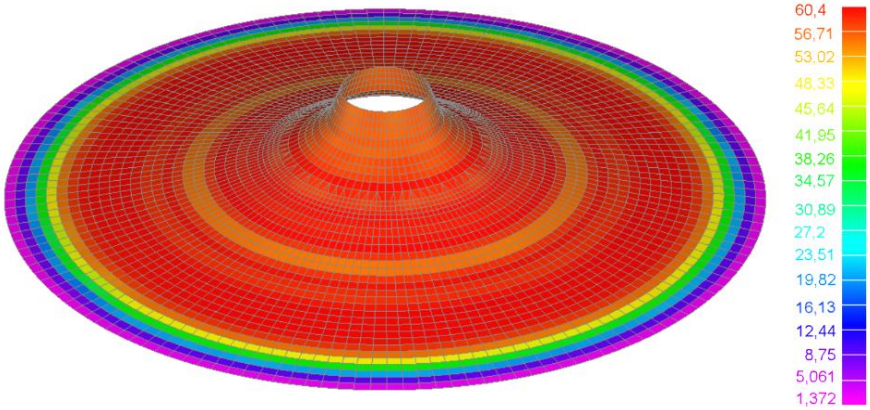

Рис. 3. Переміщення оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації

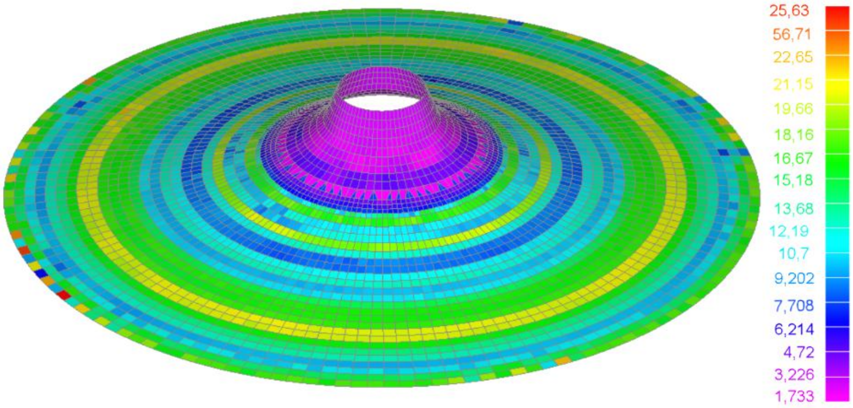

Рис. 4. Розподіл товщини оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації

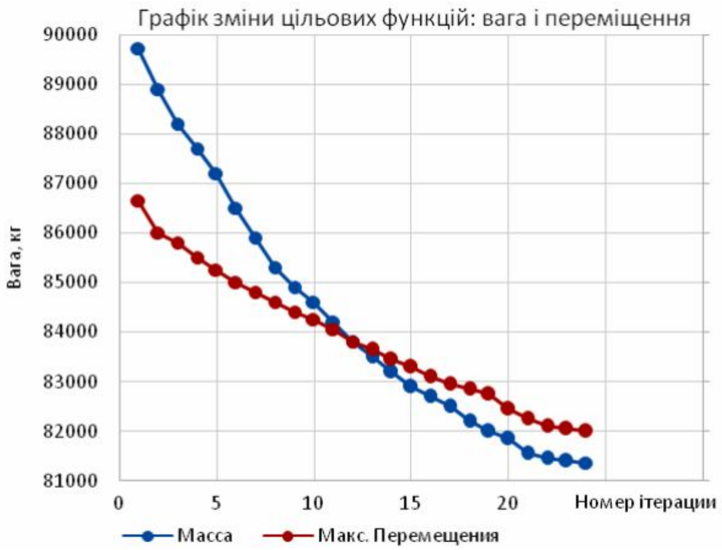

Рис. 5. Розподіл товщини оболонки після багатокритеріальної параметричної оптимізації

Результати чисельного дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації переміщення і ваги двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні. За допомого багатокритеріальної параметричної оптимізації вдалося зменшити вагу оболонки на 9.4%, що становить 8360 кг листової сталі, та за допомогою перерозподілу товщини переміщення зменшилися у 2.55 рази і становлять 60 мм рис. 5. Напруження по Мізесу відповідають обмеженню 260 МПа рис. 2. Слід зазначити теоретичний оптимум цільових функцій, в точці пересікання двох цільових функцій, але при цьому обмеження вищі, ніж 260 МПа, в теорії при зміни міцності конструкційної сталі на інший матеріал можна досягти теоретичного оптимума в точці одразу для двох конструкцій.

Розроблена методика авторів показує досить гарні результати, які збігаються з роботами інших авторів і дає можливість використовувати для одного об'єкта дослідження два види оптимізації одночасно. Першим етапом – оптимізація форми, другий етап – багатокритеріальна параметрична оптимізація.

Дана методика дає можливість процеси оптимізації виконувати в автоматизованому режимі, що є важливою прикладною задачею для будівельної і прикладної механіки.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Герасимов Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В.* Многокритериальная оптимизация конструкций. – Донецк: Вища шк. ГлавноеИзд-во – Киев – 1985 – 134 с.
2. *Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.* Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
3. *Іванченко Г.М., Чеверда П.П., Кушніренко М.Г., Козовенко А.М.* Аналіз реакцій в елементах просторових схем при різних способах з'єднань // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 90. – С. 163-170.
4. *Кошевий О.О.* Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 103. – С. 253-265.
5. *Кошевий О.О.* Оптимізація стального звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання. // Будівельні конструкції. Теорія і практика: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2018. Вип.3.– С.34 – 50.
6. *Гоцуляк Є.О., Кошевий О.П., Морсков Ю.А.* Чисельне моделювання оболонок, утворених мінімальними поверхнями. // Прикладна геометрія та інженерна графіка: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2001. Вип. 69.- С.47-51.
7. *Кошевий О.П.* ***.*** *Кошевий О.О.* Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями // Містобудування та територіальне планування, Вип. 55. – Київ, КНУБА, 2015. – с. 215-227.
8. *Кошевий О.П. Кошевий О.О.* Власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі // Містобудування та територіальне планування, Вип. 59. – Київ, КНУБА, 2016. – с. 234-244
9. *Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О.* Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 108. – С. 309–324.
10. *Кошевой А.П.* Устойчивость пластин и оболочексложной формы // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех сборник. – К.: КИСИ, 1991. – Вип. 59. – С. 65–71.
11. *Манита, Л.А.* Условия оптимизации в конечномерных нелинейных задачах оптимизации. – М.: Московский государственный институт электроники и математики, 2010. – 81 с.
12. *Мелькумова Е.М.* О некоторых подходах к решению многокритериальных задач. // Вестник ВГУ. Серия Системный анализ и информационные технологии. – В.: ВГУ– №2– 2010– 3 с.
13. *Пелешко І.Д., Юрченко В.В.* Оптимальне проектування металевих конструкцій на сучасному етапі (огляд праць). // Металеві конструкції: збірник наукових праць. – 2009. – №15 – С. 13–21.
14. *Пелешко І.Д., Балук І.М.* Оптимізація поперечних перерізів стрижнів сталевих конструкцій. // Збірник наукових праць УкрНДІПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 4. – 2009. – С. 142–151.
15. *Пелешко І.Д., Лісоцький Р.В., Балук І.М.* Оптимальне проектування сталевої стрижневої конструкції покриття торгово-розважального комплексу. // Збірник наукових праць УкрНДІПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 5. – 2010. – С. 181–191.
16. *Сахаров А.С., Кислоокий В.Н., Киричевский В.В., Альтенбах И., Габберт У., Данкерт Ю., Кепплер Х., Кочык З.* Метод конечных элементов в механике твердых тел // Видавництво Вища школа. Головное издательство – Киев – 1982. – 480 с.
17. *Bazenov V.A., Gaidaichuk V.V., Koshevoy A.P.* Stability of multiply connected ribbed shells and platesin a magneticfield. // Journal of Soviet Mathematics 66(6). –1993. – C. 2631–2636.

18. *Cheung Y. K.* The Finite Strip Method. Them. – BocaRaton. : CRC Press, 1997. – 416 p
19. *Guest J.K., Prievost J., Belytschko T.* Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // International Journal for NumericalMethodsin Engineering, 2004. –61(2) – P.238–254.
20. *Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I.* Handbook of MonteCarloMethods. —NewYork: JohnWiley and Sons, 2011. — 772 p.
21. *Lobo M.S., Vandenbeghe L., Boyd S.* Applications of second-ordercone programming. // LinearAlgebra and itsApplications. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
22. *Yonekura K., Kanno Y.* Second-ordercone programming with warm start for elastoplastic analysis with von mises yieldcriterion. // Optimization and Engineering. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.
23. *Wasiytynski Z., Brandt A.* The present state of knowledge in the field of Optimum design of structures. // Appl. Mech. Rew. – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-350.

REFERENCES

1. *HerasymovE.N., PochtmanYu.M., Skalozub V.V.* Mnohokryteryal□naya optymyzatsyya konstruktsyy. (Multicriteria optimization of structures). – Donetsk: Vyshcha shkola. HlavnoeYzd-vo – Kyev – 1985 – 134 p.
2. *Hyll F., Myurrey U., Rayt M.* Praktycheskayaoptymyzatsyya. (Practical optimization). – M.: Myr, 1985. – 509 p.
3. *Ivanchenko H.M., Cheverda P.P., Kushnirenko M.H., Kozovenko A.M.* Analiz reaktsiy v elementakh prostorovykh skhem pry riznykh sposobakh z□yednan□ (Analysis of reactionsinelements of spatialschemes with different methods of connections) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2012. – Issue. 90. – P. 163-170.
4. *Koshevyi O.O.* Optymal□ne proektuvannya tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkamy pokryttya. (Optimaldesign of cylindricaltanks with rigidcoatingshells) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2019. – №. 103. – P. 253-265.
5. *Koshevyi O.O.* Optymizatsiya stal□noho zvarenoho rezervuaru pry obmezhenni: napruzhen□, peremishchen□, vlasnykh chastot kolyvannya. (Optimization of steel welded tank with limitations: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations). // Budivel□ni konstruktsiyi. Teoriya i praktyka: nauk.-tekhn. zbirnyk. K.: KNUBA. 2018. №.3.– P.34 – 50.
6. *Hotsulyak Ye.O., Koshevyi O.P., Morskov Yu.A.* Chysel□ne modelyuvannya obolonok, utvorenykh minimal□nymy poverkhnyamy. (Numerical modeling of shells for medby minimal surfaces). // Prykladna heometriya ta inzhenerna hrafika: nauk.-tekhn. zbirnyk. K.: KNUBA. 2001. №. 69.- P.47-51.
7. *Koshevyi O.P. Koshevyi O.O.* Chysel□ne doslidzhennya vlasnykh kolyvan□ roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimal□nymy poverkhnyamy. (Numericalstudy of natural oscillations of stretched shells for medby minimal surfaces) // Mistobuduvannya ta terytorial□ne planuvannya, №. 55. – Kyiv, KNUBA, 2015. – P. 215-227.
8. *Koshevyi O.P. Koshevyi O.O.* Vlasni kolyvannya obolonok minimal□nykh poverkhon□ na kruhlomu ta kvadratnomu konturi. (Own oscillations of shells of minimal surfaceson a round and square contour) // Mistobuduvannya ta terytorial□ne planuvannya, №. 59. – Kyiv, KNUBA, 2016. – P. 234-244.
9. *Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Hryhor□yeva L.O.* Chysel□na realizatsiya bahatokryterial□noyi parametrychnoyi optymizatsiyi obolonky minimal□noyi poverkhni na pryamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni (Numerical implementation of multi-criteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under thermforced loading) // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – K.: KNUBA, 2021. – Vyp. 108. – S. 309–324.
10. *Koshevoy A.P.* Ustoychivost□ plastin i obolochek slozhnoy formi (Stability of plates and shells of complexshape) // Soprotivleniyematerialov i teoriyasooruzheniy: nauch.-tekhsbornik. – K.: KISI, 1991. – Vip. 59. – P. 65–71.
11. *Manyta L.A.* Usloviya optymyzatsyi v konechnomernykh nelyneynykh zadachakh optymyzatsyi. (Optimizationconditionsinfinite-dimensionalnonlinearoptimizationproblems). – M.: Moskovskiy hosudarstvenniy instytut élektronyky y matematiki, 2010. – 81 p.
12. *Mel□kumova E.M.* O nekotorykh podkhodakh k reshenyyu mnohokryteryal□nykh zadach. (About some approaches to solving multicriteria problems). // Vestnyk VHU. Seryya Systemnyy analyz y ynformatsyonnye tekhnolohyy. – V.: VHU– №2– 2010– 3 p.
13. *Peleshko I.D., Yurchenko V.V.* Optymal□ne proektuvannya metalevykh konstruktsiy na suchasnomu etapi (ohlyad prats□). (Optimal design of metal structures at the present stage (review of works)). // Metalevi konstruktsiyi: zbirnyk naukovykh prats□. – 2009. – №15 – P. 13–21.
14. *Peleshko I.D., Baluk I.M.* Optymizatsiya poperechnykh pereriziv stryzhniv stalevykh konstruktsiy. (Optimization of crosssections of rods of steelstructures). // Zbirnyk naukovykh prats□ UkrNDIPSKim. V. M. Shymanovs□koho. – K.: Stal□, №. 4. – 2009. – P. 142–151.
15. *Peleshko I.D., Lisots□kyy R.V., Baluk I.M.* Optymal□ne proektuvannya stalevoyi stryzhnevoyi konstruktsiyi pokryttya torhovo-rozvazhal□noho kompleksu. (Optimaldesign of a steel rod cover structure of a shopping and entertainment complex). // Zbirnyk naukovykh prats□ UkrNDIPSKim. V. M. Shymanovs□koho. – K.: Stal□, №. 5. – 2010. – P. 181–191.
16. *Sakharov A.S., Kyslookyy V.N., Kyrychevskyy V.V., Al□tenbakh Y., Habbert U., Dankert YU., Keppler KH., Kochyk Z.* Metod konechnykh élementov v mekhanyke tverdykh tel. (Finite element method in solid mechanics) // Vydavnytstvo Vyshcha shkola. Holovnoe yzdatel□stvo – Kyev – 1982. – 480 p.

17. *Bazenov V.A., Gaidaichuk V.V., Koshevoy A.P.* Stability of multiply connected ribbed shells and platesin a magnetic field. // Journal of SovietMathematics 66(6). –1993. – C. 2631–2636.
18. *Cheung Y. K.* The Finite Strip Method. Them. – BocaRaton. : CRC Press, 1997. – 416 p.
19. *Guest J.K., Prievost J., Belytschko T.* Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // International Journal forNumericalMethodsin Engineering, 2004. –61(2) – P.238–254.
20. *Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I.* Handbook of Monte Carlo Methods. — NewYork: JohnWiley and Sons, 2011. — 772 p.
21. *Lobo M.S., Vandenbeghe L., Boyd S.* Applications of second-order cone programming. // LinearAlgebra and itsApplications. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
22. *Yonekura K., Kanno Y.* Second-ordercone programming with warmstart for elastoplastic analysis with von Mises yield criterion. // Optimization and Engineering. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.
23. *Wasiytynski Z., Brandt A.* The present state of knowledge in the field of Optimumdesign of structures. // Appl. Mech. Rew. – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-35.

Стаття надійшла 29.09.2023

Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П.

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ПЕРЕМІЩЕННЯ І ВАГИ ДВОХЗВ'ЯЗНОЇ КОНУСНОЇ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ.

Для вирішення проблеми оптимального проектування застосовуються різні методи і підходи. Задачі по вирішенню такого типу задач використовуються для оптимального проектування просторових покриттів, які в сучасній архітектурі є прогресивними конструкціями, якими цікавиться весь світ. Просторові покриття дозволяють придати споруді архітектурну виразність, перекривати великі прольоти і суміщати несучі і огороджувальні функції.

Оболонки мінімальних поверхонь відносяться до оболонок від'ємної гаусової кривизни. Геометрія мінімальних поверхонь в загальному випадку не піддається аналітичному опису. Для вирішення цієї проблеми, яка пов'язана з вирішенням диференційного рівняння, яке описує в загальному вигляді мінімальну поверхню, при відповідних крайових умовах доводиться використовувати методи чисельного аналізу. Такий підхід дозволяє побудувати точковий каркас оболонки, що представляє собою матрицю дискретних рішень функцій, яка шукає задану мінімальну поверхню. З урахування цього, її геометричні характеристики можуть бути отримані тільки в чисельному вигляді.

Висвітлені основні співвідношення лінійної теорії тонких пружних оболонок мінімальної поверхні при чисельному дослідженні параметричної оптимізації.Висвітлено математичні обґрунтування, як сприймається зовнішнє навантаження і процес створення напружено-деформованого стану оболонок мінімальних поверхонь.

Для чисельної реалізації багатокритеріальної параметричної оптимізації двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні була побудована скінчено-елементна модель з пластинчастих скінченних елементів ***plate*** в кількості 4824 штук та вузлів 4896 штук. По периметру жорстке защемлення з диском землі. Задано термосилове навантаження, яке складається з комбінацією статичних і температурного навантаження.

Розроблена методика авторів показує досить гарні результати, які збігаються з роботами інших авторів і дає можливість використовувати для одного об'єкта дослідження два види оптимізації одночасно. Першим етапом – оптимізація форми, другий етап – багатокритеріальна параметрична оптимізація.

Дана методика дає можливість процеси оптимізації виконувати в автоматизованому режимі, що є важливою прикладною задачею для будівельної і прикладної механіки.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна оптимізація, оптимізація цільової функції, змінні проектування, обмеження, оболонки мінімальних поверхонь, переміщення по осям *X,Y,Z*, вага конструкції.

IvanchenkoH.M., KoshevyiO.O., KoshevyiO.P.

A NUMERICAL STUDY OF THE MULTICRITERIA PARAMETRIC OPTIMIZATION OF THE DISPLACEMENT AND WEIGHT OF A TWO-CONNECTED CONICAL SHELL OF MINIMAL SURFACE UNDER THERMAL AND POWER LOADING.

Various methods and approaches are used to solve the problem of optimal design. Problems of this type are used for the optimal design of spatial coverings, which in modern architecture are progressive structures that are of interest to the whole world. Spatial coatings allow to give the building architectural expressiveness, cover large spans and combine load-bearing and enclosing functions.

The hulls of minimal surfaces are the hulls of negative Gaussian curvature. In general, the geometry of minimal surfaces cannot be described analytically. To solve this problem, which is associated with solving the differential equation that describes the minimal surface in general, under appropriate boundary conditions, one has to use methods of numerical analysis. This approach allows us to build a point frame of the shell, which is a matrix of discrete solutions of functions that searches for a given minimum surface. In view of this, its geometric characteristics can be obtained only in numerical form.

The basic relations of the linear theory of thin elastic shells of minimal surface are highlighted in the numerical study of parametric optimization. The mathematical justifications of how the external load is perceived and the process of creating the stress-strain state of the shells of minimal surfaces are highlighted.

For the numerical implementation of the multicriteria parametric optimization of a double-connected conical shell of minimal surface, a finite element model was built from plate finite elements in the amount of 4824 pieces and 4896 nodes. The perimeter is rigidly clamped to the ground disk. The thermal force load is set, which consists of a combination of static and temperature loads.

The developed methodology shows quite good results that coincide with the works of other authors and makes it possible to use two types of optimization for one research object simultaneously. The first stage is shape optimization, and the second stage is multicriteria parametric optimization.

This methodology makes it possible to perform optimization processes in an automated mode, which is an important applied task for construction and applied mechanics.

Keywords: optimization, parametric optimization, multicriteria optimization, objective function optimization, design variables, constraints, minimum surface envelopes, displacements along the *X*, *Y*, *Z* axes, weight of the structure.

УДК 539.3
Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. **Чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації переміщення і ваги двохзв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні при термосиловому навантаженні** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 111. – С. 102-112.
В статті розглянуто чисельне дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації ваги і переміщення двозв'язної конусної оболонки мінімальної поверхні за допомогою якого вдалося зменшити вагу конструкції на 9.4%, перерозподілити товщину оболонки згідно зовнішньому навантаженню, а також зменшити переміщення оболонки в 2.55 після оптимізаційного розрахунку, при цьому напруження по Мізесу відповідає обмеженню 260 МПа.
Таб. 0. Іл. 5. Бібліогр. 23 назв.

UDS 539.3
Ivanchenko G.M., Koshevyi O.O., Koshevyi O.P. **A numerical study of the multicriteria parametric optimization of the displacement and weight of a two-connected conical shell of minimal surface under thermal and power loading** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 111. – P. 102-112.
The paper deals with a numerical study of the multicriteria parametric optimization of the weight and displacement of a double-connected conical shell of minimal surface, which allowed to reduce the weight of the structure by 9.4%, redistribute the shell thickness according to the external load, and reduce the displacement of the shell by 2.55 after the optimization calculation, while the Mises stress corresponds to the limit of 260 MPa.
Tabl. 0. Fig. 5. Ref. 23.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, декан будівельного факультету КНУБА ІВАНЧЕНКО Григорій Михайлович.
Адреса:03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ІВАНЧЕНКУ Григорію Михайловичу
Робочий тел.:+38(044) 248-32-37
Мобільний тел.:+38(067) 597-19-48
E-mail: ivgm61@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-1172-2845

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор філософії (Ph.D.), доцент, доцент кафедри теоретичної механіки КОШЕВИЙ Олександр Олександрович
Адреса: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВОМУ Олександру Олександровичу
Робочий тел.:+38(044) 241-55-36
Мобільний тел.: +38(098) 207-01-37
E-mail: a380982070137@gmail.com.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-1903-2905

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, завідуючий кафедри опору матеріалів КНУБА, КОШЕВИЙ Олександр Петрович.
Адреса:03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВОМУ Олександру Петровичу.
Робочий тел.:+38(044) 241-54-21
Мобільний тел.:+38(050)-441-52-30
E-mail: a0504415230@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7796-0443