УДК 539.3

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ВИМУШЕНИХ ЧАСТОТ КОЛИВАННЯ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА ТРАПЕЦЕВИДНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Г.М. Іванченко,
д-р. техн. наук, професор

О.О. Кошевий,
д-р. філософії (Ph.D.), доцент

О.П. Кошевий,
канд. тех. наук, доцент

Л.О. Григор'єва,
канд. фіз.-мат. наук, доцент

Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

DOI: 10.32347/2410-2547.2023.110.430-446

В статті розглянуто чисельне дослідженняпараметричної оптимізації вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному конторі за допомогою якого вдалося зменшити вагу конструкції на 13.4%, перерозподілити товщину оболонки згідно зовнішньому навантаженню, а також побудувати 10 вимушених форм і частот коливань до і після оптимізаційного розрахунку. Розкриті види і типи оптимізаційного розрахунку, та розглянутий аналіз чутливості на відгук конструкції.
Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, багатокритеріальна оптимізація, оптимізація цільові функції, змінні проектування, обмеження, оболонки мінімальних поверхонь, переміщення по осям *X*,*Y*,*Z*, вага конструкції.

Вступ. Задачі оптимального проектування виникають при проектуванні конструкцій, коли інженер-конструктор намагається забезпечити максимальну техніко-економічну ефективність при цьому витримати умови: міцності, стійкості, довговічності, жорсткості, технологічності, тріщиностійкості, естетичних таексплуатаційних вимог, і багато інших умов.

Вибір критерію оптимальності – одна із основних проблем оптимального проектування. Найбільш загальним критерієм, може слугувати вартість конструкції, в цілому від її виробництва, до вартості експлуатації. Але врахувати всі фактори, які впливають на вартість, зазвичай неможливо, на практиці частіше всього використовують більш прості критерії. Найбільший розвиток отримали задачі, які мають за критерій оптимальності вагу або об'єм конструкції при цьому задовольняють умови міцності, жорсткості і стійкості [1].

Для деяких задач умови найменшого об'єму або ваги вдається замінити більш простими критеріями оптимальності (критерій рівноміцності для статично визначених систем, або критерій найбільшої жорсткості при заданому об'ємі).

В математичному співвідношенні задачі оптимального проектування є задачами оптимізації – пошук екстремуму (частіше всього умовного) цільової функції (мінімальна вартість, об'єм, вага, максимум жорсткості, коефіцієнт втрати міцності та багато інших) і значення параметрів, при яких екстремум досягається. Якщо потрібно відшукати скінчене число оптимальних проектів, то задача відноситься до математичного програмування, якщо оптимізовані параметри є функцією для одного або декількох змінних проектування, то задача називається варіаційною [2].

Варіаційні задачі можуть бути класичними (якщо додаткові умови відсутні, або вони мають форми рівності) і некласичними (з додатковими умовами формами нерівностей).

Задачі оптимізації вирішуються також теорію оптимального управління. Неперервний варіант цієї теорії відноситься до варіаційного числення, дискретний – до математичного програмування. Багато задач оптимального проектування конструкцій можуть бути сформульовані в термінах теорії оптимального управління, і тоді для їх вирішення можна застосувати апарат цієї теорії – метод динамічного програмування (більше для дискретних задач) і принципу максимуму Л.С. Понтрягіна (більше для неперервних задач).

Для однієї і тієї ж задачі оптимального проектування часто можуть обирати різні математичні моделі, які відносяться до різних із вказаних вище класів. Крім того, рішення багатьох некласичних варіаційних задач можливо знайти тільки методами математичного програмування за допомогою дискретизації. Іноді буває зручніше, навпаки, сформулювати і вирішувати неперервний варіант дискретної задачі [3].

Методи вирішення задачі оптимізації можна поділити на дві великі групи. В одну групу входять методи, які основані на використанні необхідних умов екстремумів цільової функції. Наприклад, це класичні методи математичного аналізу для відшукування однієї або декількох змінних проектування, методи Ейлера, Лагранжа, Рітца, Бубнова-Гальоркіна, для варіаційного числення, принцип максимуму Л.С. Понтрягіна для неперервних і дискретних задач оптимального керування. Другу групу складають методи математичного програмування: лінійного, випуклого, динамічного програмування, метод випадкового пошуку [4-5].

Сучасний стан оптимального проектування такий, що методи математичного програмування і варіаційні методи є досить важкими в реалізації, потребують великих об'ємів обчислення і тому досить не часто використовуються в інженерній практиці. Тому в ряді випадків для вирішення деяких задач застосовуються спеціальні методи оптимального проектування. Деякі із них дозволяють покращити конструкцію, а саме вирішення задачі часткової оптимізації (метод заданих напружень) для розрахунку статично невизначених систем. Так як в результаті повної оптимізації по критерію найменшого об'єму, часто отримаємо досить складні задачі або нетехнологічні конструкції, тоді спеціальні методи оптимального керування можуть, в деяких практичних випадках, давати кращий результат, ніж інші методи оптимізації. Причина такого положення очевидна: при побудові математичної моделі дуже складно врахувати всі фактори, які впливають на ефективність конструкції, але з сучасним розвитком математичних моделей в параметричній оптимізації застосовуютьсявсе частіше такі методи [6].

Задачі оптимального проектування поділяються на три великі групи. Перша група – задачі параметричної оптимізації, в них розкривається оптимізація одного чи декілька параметрів, які називаються змінними проектування, що дає можливість мінімізувати або максимізувати цільову функцію. Сучасний стан параметричної оптимізації з врахування роботи програмних комплексів Femap with Nastran або Ansis дає можливість виконувати дослідження багатокритеріальної параметричної оптимізації, де одночасно мінімізуються або максимізуються декілька цільових функцій.Також такі задачі дають можливість задавати декілька обмежень одночасно. Друга група – топологічна оптимізація, в таких задачах відкидається не потрібний матеріал, де напруження по Мізесу дорівнюють нулю, за рахунок чого мінімізується цільова функція (наприклад вага, або об'єм). Третя група – оптимізація форми досліджуваного об'єкту, коли форма відповідає внутрішнім зусиллям (класичні задачі арочних мостів), на заданому контурі моделюється оболонка з найменшою площею (оболонки мінімальних поверхонь), а також методи прикладної геометрії, де для певного навантаження моделюють форму поверхні.

Окремо хочеться зазначити, задачі де використовують одразу дві групи оптимального проектування для одного досліджуваного об'єкта: оптимізація форми і параметрична оптимізація (оболонки мінімальних поверхонь, в яких оптимізується одразу одна або декілька цільових функцій); оптимізація форми і топологічна оптимізація (оптимальна форма і топологічна оптимізація її решітки, а саме виконання отворів в тих місцях де напруження по Мізесу дорівнюють нулю); оптимізація форми арки та параметрична оптимізація підбору поперечного перерізу і так далі. В теорії для стержневих конструкцій можливі задачі, котрі можуть включати одразу три групи оптимізації (оптимізація форми ферми, топологічна оптимізація решітки ферми, для місць де напруження по Мізесу дорівнюють нулю, а також параметрична оптимізація підбору поперечного перерізу всіх конструктивних елементів ферм). Такі задачі вважаються в оптимальному проектуванні самого високого рівня і можливі тільки при розрахунку в сучасних програмних комплексах з додатковими програмними модулями, так як створювати окремий оптимізатор - дуже тривалий процес і виникають питання до його трудомісткості в цілому.

В даній статті розглядається задача параметричної оптимізації ваги оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі при термосиловому навантаженні, де змінні проектування є товщина оболонки, а обмеження представлено у вигляді першої вимушеної частоти коливання.

Постановка задачі. Конструкція повинна мати певний запас міцності, це означає що навантаження, яке руйнує P_r повинно бути більшим ніж експлуатаційне. Це число називають коефіцієнтом безпеки:

$$q = P_r / P_e. \tag{1}$$

Під експлуатаційним навантаженням P_e розуміють найбільш можливу, при нормальній експлуатації,величину навантаження, визначену розрахунком. Руйнуючим навантаженням називається таке навантаження, при якому виникає граничний напружено-деформований стан матеріалу елементів конструкції, або споруди в цілому, при цьому початок руйнування відбувається за рахунок великих деформацій і порушується робота конструкції в цілому [7].

Розрахунок конструкції за двома групами граничних станів виконується з врахуванням фізико-механічних властивостей матеріалу, межи міцності G_b та межи текучості G_t. Для конструкцій з багаторазовою повторною дією навантаження розтягу чи стиску, або згину, нормальні напруження які виникають при експлуатаційному навантаженні, не повинні перевищувати значення межі текучості, в іншому випадку в ній можуть виникати залишкові деформації.

Враховуючи ці вимоги, розрахунок міцності і стійкості (визначення напружень міцності чи втрат стійкості) зручно виконувати для експлуатаційного навантаження. Визначені з розрахунку напруження порівнюють за допустим G_{adm}, які приймаються рівними значенню із двох наступних величин [8]

$$G_{adm} = G_b / q, \tag{2}$$

$$G_{adm} = G_e / n. \tag{3}$$

Для конструкції, які спочатку втрачають міцність, а не стійкість, приймають наступні коефіцієнти безпеки q і запаси по межі текучості n:

$$q = 1.3 \ldots 2.6 \tag{4}$$

$n = 1.1 \ldots 1.5$ – для пластичних матеріалів, у яких діаграма розтягу (стиску) має дуже виражену площадку текучості; $n = 1.0 \ldots 1.5$ – для матеріалів, які не мають площадки текучості.

Великі значення коефіцієнтів q і n приймають при багатократному і тривалому навантаженню, малі – при короткочасній дії навантаження з малим числом повторюваності [9].

Вибір коефіцієнтів q і n є важливим етапом проектування. При їх призначенні приймають до уваги призначення конструкції, специфіку її роботи, умова експлуатації, вимоги, які забезпечують надійність і безпеку обслуговування. Так, наприклад, для вантажопідйомних засобів з тривалим періодом експлуатації для забезпечення надійності і безпеки коефіцієнти q і n приймають досить високими $q = 3 \ldots 4$, $n = 2$.

Для деталей різьбових з'єднань запаси міцності збільшується в 1.25 разів, чим забезпечується збільшення їх міцності, по відношенню до міцності з'єднання деталей, в результаті чого підвищується міцність цілого агрегату. Це дає можливість при експериментальному дослідженні виявити картину руйнування самої конструкції [10].

При розрахунку деталей, які виготовляються з литої сталі, коефіцієнти безпеки часто збільшуються в 1.25-1.4 рази, але при прогресивних способах виготовлення і відповідному контролю якості такого збільшення міцності не потрібно.

Коефіцієнти безпеки іноді враховуються неякісно, через неточності, які були допущенні при визначення навантажень і напружень наближеними методами розрахунків. Найбільш доцільно приймати коефіцієнти безпеки тільки виходячи з питань надійності роботи конструкції, похибку розрахункових коефіцієнтів враховувати відповідним способом в розрахунковій схемі, і в допустимих значеннях запасів міцності, з подальшими уточненнями по результатам експериментального дослідження [11-12].

При роботі з матеріалом за межами пружності в ряді випадків не допускається використання методу розрахунку по граничним напруженням. В таких випадках про придатність конструкції аналізують по величині граничного навантаження. Під граничним навантаженням розуміється навантаження, при якому система не сприймає зростаюче навантаження (руйнуюче навантаження) або виникають настільки помітні переміщення, при яких конструкція перетворюється в геометрично змінювану систему, і порушуються її умови нормальної експлуатації. Величина граничного навантаження повинна бути не менше $P_d \geq qP_e$.

Метод розрахунку по граничним навантаженням дозволяє створити економічну конструкцію, так як в цьому випадку точніше встановлюються величини граничного навантаження, при якому вичерпується несуча здатність деталі або конструкції. У зв'язку з цим виявляють додаткові ресурси міцності, які не враховані при способі розрахунку по допустимим напруженням. Застосування методу обмежено, так як розрахункове визначення руйнівного навантаження можливо тільки найбільш простих конструктивних схем. Слід зазначити, що для багатьох конструктивних схем (стержнів, працюючі на розрив, оболонки, які знаходяться під дією рівномірно-розподіленого навантаження, балки двотаврового профілю, які працюють на згин та інші), а також конструкцій із крихких матеріалів розрахунок по допустимим напруженням достатньо точно визначає руйнуюче навантаження [14-16].

Чим більше коефіцієнт безпеки, чим надійніше робота деталі або конструкції, але збільшення запасу за рахунок великих коефіцієнтів безпеки веде до збільшення ваги і габаритів конструкції, що буде економічно не вигідно в цілому, а для деяких випадків в конструкціях літальних апаратів, ракетної техніки, космічної промисловості взагалі не допустимо. В конструкціях, що лімітовані по вазі, повинні бути встановлені мінімальні можливі коефіцієнти безпеки. Застосування низьких коефіцієнтів, як правило, завжди вимагає проведення експериментальної перевірки [17].

Треба також відмітити, що сучасні ПК і розвиток чисельних методів (скінчених елементів та інших) досягли високого рівня, а коефіцієнти запаси, котрі є в сучасних будівельних нормам розроблялися у 80-х роках XX ст., тому вони можуть бути неактуальними. За допомогою оптимального проектування є можливість провести розрахунок конструкції, в якому буде зменшення її ваги , для того щоб в подальшому не будувати експериментальну модель, та одночасно знизити коефіцієнти запасу на той відсоток, який отримали за допомогою оптимізаційного розрахунку. Це дозволить економити додаткові кошти, пришвидши процес проектування і впровадити нову конструкцію у життя. Такий спосіб доцільний для великогабаритних конструкцій, коли експериментальна модель може коштувати значних коштів [18].

В даній науковій статі розглядається оболонка мінімальної поверхні на трепецевидному контурі, для якої виконується оптимізаційний розрахунок і дозволяє, за допомогою методу скінчених елементів і методу оптимізації (градієнтного спуску), виконати точний розрахунок, що є важливою прикладною задачею для будівельної і прикладної механіки.

Аналіз чутливості параметричної оптимізації для оболонки мінімальної поверхні на трепецевидному контуром

В рамках аналізу чутливості обчислюються градієнти змінних проектування конструкції, переміщень у вигляді частинних похідних від цих характеристик по змінним проектуванням та товщини оболонки. Інформація про чутливість служить основою побудови алгоритму оптимального проектування методом градієнтного спуску функції цілі. Матриця чутливості

$$G=\left\{\frac{\partial g_i}{\partial X_i};\ i=\overline{1,n};\ \ j=\overline{1,m}\right\} \tag{5}$$

і градієнт цільової функції $\nabla\vec{f}\left(X\right)$ використовується для побудови матриці проектування, обчислення множників Лагранжа і визначення напрямку спуску по градієнту. Тут n – кількість змінних проектування, m – кількість обмежень. Крім того, при проведенні аналізу чутливості з'являється кількісна інформація про вплив зміни змінних проектування на функціювання системи [19].

З математичної точки зору, залежність реакцій оболонки у вигляді переміщень і напружень від змінних проектування є товщина оболонки.Такі рівняння лінійні відносно змінних станів, але якщо врахувати вплив змінних проектування на коефіцієнти лінійних операторів, рівняння стану є нелінійним відносно функціональної залежності змінних станів і змінних проектування.

Аналіз чутливості реакцій конструкцій на зміну змінних проектування можливо провести без обчислення похідної матриці жорсткості. Для цього виконуємо диференціювання по i-й складовій X_i рівняння стану [20]

$$K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i} + \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \vec{z} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i}. \tag{6}$$

Цей вираз можливо перетворити до вигляду:

$$K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i} = \frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i} - \frac{\partial K}{\partial X_i} \times \vec{z}. \tag{7}$$

Праву частину рівняння (7) можливо розглядати як вектор псевдо навантаження $\vec{p}$. Тоді для системи похідних переміщень вираз можна переписати як:

$$K \times \left[\frac{\partial \vec{z}}{\partial X_1}, \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_n} \right] = \left[p_1^*, p_2^*, \dots, p_k^* \right], \tag{8}$$

де k – кількість навантажень конструкції.

Оскільки вирішення системи рівнянь статики можливо при багатьох варіантах правих частин рівняння [21], то рішення (8) формується одночасно з вирішенням рівняння стану методу скінченних елементів. Як показуютьдослідження, така схема вирішення задачі при розгляді до 100 вантажних векторів потребує всього на 15% більше часу роботи процесору в порівнянні з вирішенням задачі на один вантажний вектор. Ефект досягається за рахунок виключення $K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i}$ із виразу градієнтів цільової функції і обмежень.

Матриця (8) легко обчислюється при відомій функціональній залежності зовнішніх навантажень від змінних проектування. Якщо $\vec{p}\left(\vec{X}\right)$ –вектор зовнішніх навантажень, який є постійним, то $\frac{\partial \vec{p}}{\partial X_i} = 0$

$$P = \left\{ \frac{\partial p_j}{\partial X_i};\ i = \overline{1,n};\ \ j = \overline{1,m} \right\}. \tag{9}$$

Розглянемо визначення похідної $K \times \frac{\partial \vec{z}}{\partial X_i}$, для цього ведемо наступні позначення: K_g і K_l – матриця жорсткості відповідного елемента в загальній локальній системі координат; $\overrightarrow{z_g}$ і $\overrightarrow{z_l}$ – вузлові переміщення в локальній системі координат; T – матриця перетворення локальної системи координат в глобальну [22].

Основні співвідношення методу скінченних елементів при перетворенні координат:

$$K = T^T \times K^l \times T, \tag{10}$$

$$\overrightarrow{z_l} = T \times \overrightarrow{z_g}. \tag{11}$$

Так як в якості змінних проектування прийнята товщина оболонки, то координати вузлів конструкції похідна K_g по $\vec{X}$ дорівнює:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \vec{X}} = \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{X}}\right) \times K_l \times T + T^T \times \frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times T + T^T \times K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}}. \tag{12}$$

Приймаємо до уваги рівність (1.11), маємо:

$$\frac{\partial K_g}{\partial \vec{X}} \overrightarrow{z_g} = \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{X}}\right)^T \times \left(K \times \overrightarrow{z_l}\right) + T^T \times \left(\frac{K_l}{\partial \vec{X}} + K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_g}\right). \tag{13}$$

Можемо показати, що

$$\frac{\partial}{\partial \vec{X}} K \times \vec{z} = \frac{\partial}{\partial \vec{X}} \left(\sum_{i=1}^{NE} K_g^i \times \vec{z} \right) = \left(\sum_{i=1}^{NE} \frac{\partial K_g^i}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_g^i} \right), \tag{14}$$

де NE – число скінченних елементів; K_g^i – матриця жорсткості i-го елементу в глобальній системі координат.

Звідси матриця $\frac{\partial K}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}$ може бути сформована шляхом обчислення вектору $\frac{\partial K_g^i}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_g^i}$ для кожного скінченного елементу конструкції і подальшої їх суми.

Вектор $K_l \times \overrightarrow{z_l}$ в першому складеному рівнянні (10) представляє собою внутрішні зусилля в елементі в локальній системі координат, які можуть бути визначені як

$$\overrightarrow{p_l} = K_l \times \overrightarrow{z_l} = \left(\int_0^l \left(B^T \times D \times B\right) dx \right) \times \overrightarrow{z_l} = \int_o^l \left(B^T \times \vec{\sigma}\right) dx, \tag{15}$$

де $\vec{\sigma} = D \times B \times \overrightarrow{z_l}$.

Вектор $K_l \times \frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_g}$ із останнього члена (14) може бути отриманий аналогічно із визначенням внутрішніх зусиль, відповідно фіктивним вузловим локальним переміщенням (15).

$$\overrightarrow{z_l} = \frac{\partial T}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_g}. \tag{16}$$

Вектор $\frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_l}$ апроксимується за допомогою скінченої різниці шляхом перерахунку матриці K_l для малих відшкодувань змінних проектування X_i. З урахуванням (16) знаходження вектора $\frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_l}$ зводиться до ряду векторних операцій, і при малих змінах $\partial \vec{X}$ дорівнює:

$$\frac{K_l}{\partial \vec{X}} \times \overrightarrow{z_l} = \frac{\left(K_l \times \overrightarrow{z_l}\right)_{\vec{X}+\delta\vec{X}} - \left(K_l \times \overrightarrow{z_l}\right)_{\vec{X}}}{\partial \vec{X}}. \tag{17}$$

Таким чином, аналіз чутливості реакцій оболонки для кожного пластинчастого скінченного елемента до варіацій змінних проектування зводиться до визначення вектору $\frac{\partial K}{\partial \vec{X}} \times \vec{z}$, шляхом знаходження двох додаткових векторів внутрішніх зусиль в локальній системі координат і перетворення результативних векторів в загальну координатну систему.

Визначивши чутливість $\frac{\partial \vec{z}}{\partial \vec{X}}$, є можливість перейти від знаходження чутливості внутрішніх зусиль в скінченних елементах до зміни змінних проектування, оскільки для реалізації алгоритму вирішення задачі оптимізації потрібно побудова матриці чутливості обмежень G [23].

Чутливість обмежень на переміщення вузлів може бути також представлена у вигляді:

$$\frac{\partial g_i}{\partial X} = -\frac{\Delta_{\max}}{\Delta_i^2} \frac{\partial \Delta_i}{\partial X}. \tag{18}$$

Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених коливань оболонки на трапецевидному контурі при термосиловому навантаженні.Для виконання параметричної оптимізації вимушених коливань оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі застосовується цільова функція – вага просторової конструкції. Змінні в задачі параметричної оптимізації є товщина скінчених елементів від 1 до 100 мм. Обмеження конструкції накладається на першу вимушену частоту коливання 0.250Гц. Такий тип задач застосовується для запобігання резонансу від технологічного обладнання, яке може впливати на власні частоти конструкції під зовнішнім навантаженням [1-2], а також на міцність і стійкість конструкції в цілому. Для вирішення задачі залучаються додаткові модулі програмного забезпечення, які пов’язані з основним розрахункових комплексом FemapwithNastran, вони мають змогу, при відомому конторі будувати оболонку мінімальної поверхні, а також виконувати дослідження параметричної оптимізації з різними цільовими функціями і обмеженнями.

На рис 1-10 представлені вимушені частоти і форми коливання до параметричної оптимізації, на рис 11-20 представлені частоти і форми після дослідження параметричної оптимізації. Треба відмітити, що перша вимушена частота коливання співпадає з обмеженням 0.2500 Hz**.**

На рис. 21 представлено розподіл товщини оболонки після оптимізації.

Оболонка мінімальної поверхні на трапецевидному конторі має 912 пластинчастих скінчених елементів і 975 вузлів, зв'язок з диском землі – защемленням. Процес параметричної оптимізації відбувався за 10 циклів, в кожному циклі від 1000 до 100 ітерацій в залежності від циклу оптимізації і необхідності в цілому. Початкова вага оболонки мінімальної поверхні становить 13500 кг листової сталі товщиною 20 мм.

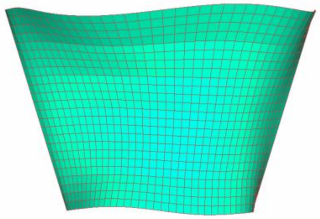

Рис. 1. Перша форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.0956587 Hz

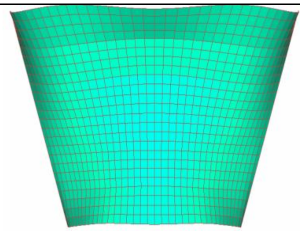

Рис. 2. Друга форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.12239 Hz

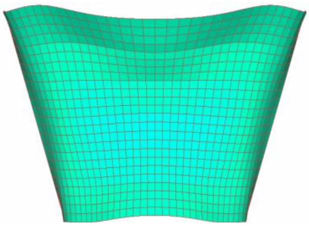

Рис. 3. Третя форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.219585 Hz

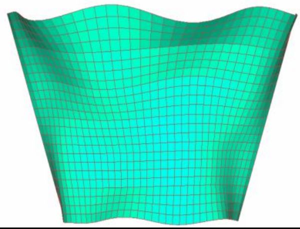

Рис. 4. Четверта форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.268773 Hz

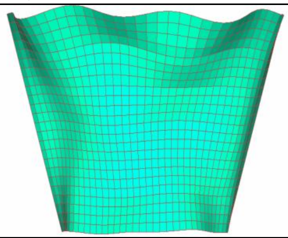

Рис. 5. П’ята форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.382337 Hz

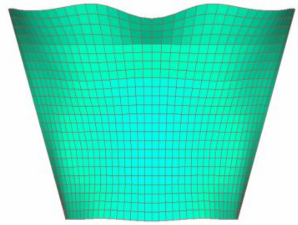

Рис. 6. Шоста форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.407723 Hz

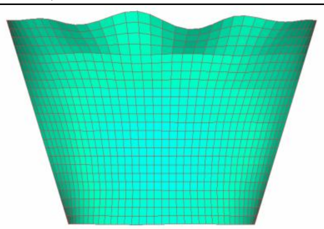

Рис. 7. Сьома форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.455638 Hz

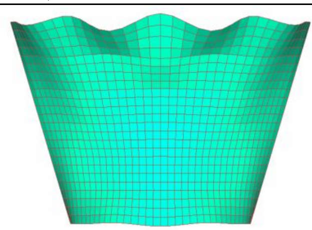

Рис. 8. Восьма форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.471823 Hz

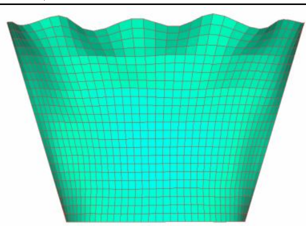

Рис. 9. Дев’ята форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.578904 Hz

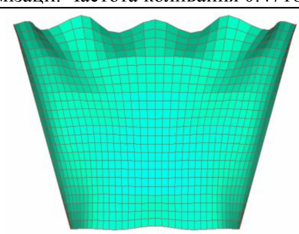

Рис. 10. Десята форма коливання до оптимізації. Частота коливання 0.59805 Hz

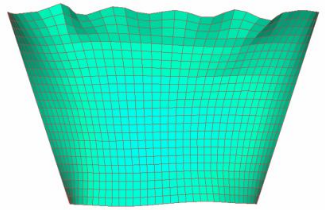

Рис. 11. Перша форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.2500 Hz

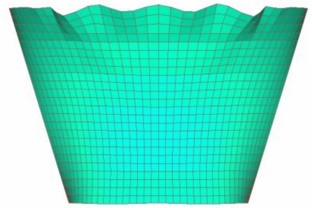

Рис. 12. Друга форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.251117 Hz

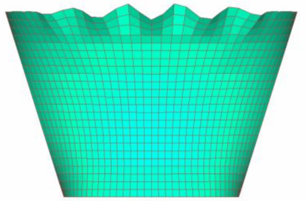

Рис. 13. Третя форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.252205 Hz

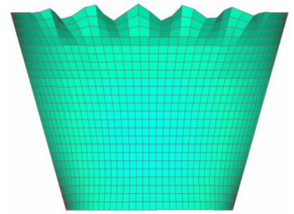

Рис. 14. Четверта форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.253889 Hz

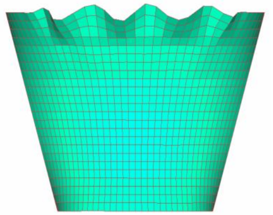

Рис. 15. П’ята форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.254984 Hz

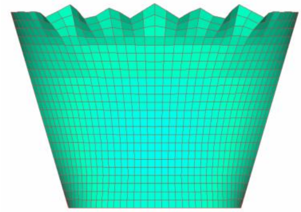

Рис. 16. Шоста форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.258432 Hz

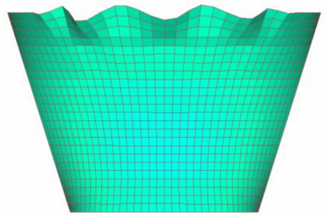

Рис. 17. Сьома форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.264453 Hz

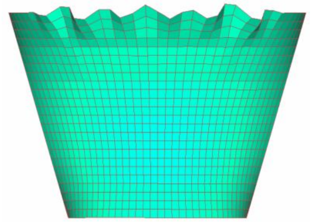

Рис. 18. Восьма форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.270093 Hz

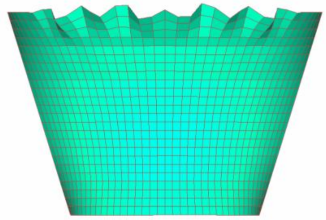

Рис. 19. Дев’ята форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.290542 Hz

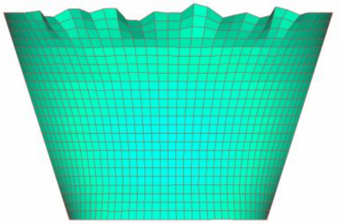

Рис. 20. Десята форма коливання після оптимізації. Частота коливання 0.296024 Hz

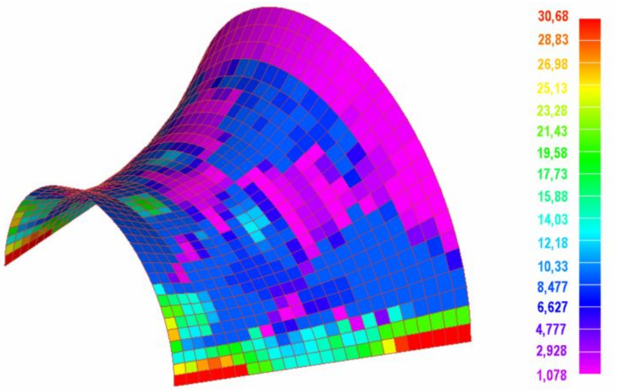

Рис 21. Товщина оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі після оптимізації в мм

Результати чисельного дослідження параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному конторі при термосиловому навантаженні. За допомого параметричної оптимізації вдалося зменшити вагу оболонки на 13.4%, що становить 1810 кг листової сталі. Перша вимушена частота коливання відповідає обмеженню оптимізаційного розрахунку.

За допомогою нової методики авторів вдалося поєднати одночасно два види оптимізації: оптимізація форми у вигляді оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному конторі і параметрична оптимізація товщини оболонки, що дає змогу розглядати задачі оптимального проектування комплексно. Вагомою перевагою є можливість зменшення коефіцієнтів запасів міцності і стійкості для проектування цієї конструкції. Після оптимізаційного розрахунку проведені всі перевірочні розрахунки на загальну міцність і стійкість, що відповідає вимогам за двома групами граничних станів, в подальшому інженер-конструктор має змогу проектувати цю конструкцію для її реалізації.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Герасимов Е.Н., Почтман Ю.М., Скалозуб В.В.* Многокритериальная оптимизация конструкций. – Донецк: Вища шк. Главное Изд-во – Киев – 1985 – 134 с.
2. *Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.* Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
3. *Іванченко Г.М., Чеверда П.П., Кушніренко М.Г., Козовенко А.М.* Аналіз реакцій в елементах просторових схем при різних способах з'єднань // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 90. – С. 163-170.
4. *Кошевий О.О.* Оптимальне проектування циліндричних резервуарів з жорсткими оболонками покриття // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 103. – С. 253-265.
5. *Кошевий О.О.*Оптимізація стального звареного резервуару при обмеженні: напружень, переміщень, власних частот коливання. // Будівельні конструкції. Теорія і практика: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2018. Вип.3.– С.34 – 50.
6. *Гоцуляк Є.О., Кошевий О.П., Морсков Ю.А.* Чисельне моделювання оболонок, утворених мінімальними поверхнями. // Прикладна геометрія та інженерна графіка: наук.-техн. збірник. К.: КНУБА. 2001. Вип. 69.- С.47-51.

7. *Кошевий О.П. Кошевий О.О.* Чисельне дослідження власних коливань розтягнутих оболонок утворених мінімальними поверхнями // Містобудування та територіальне планування, Вип. 55. – Київ, КНУБА, 2015. – с. 215-227.
8. *Кошевий О.П. Кошевий О.О.* Власні коливання оболонок мінімальних поверхонь на круглому та квадратному контурі // Містобудування та територіальне планування, Вип. 59. – Київ, КНУБА, 2016. – с. 234-244
9. *Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О.* Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 108. – С. 309–324.
10. *Кошевой А.П.* Устойчивость пластин и оболочек сложной формы // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех сборник. – К.: КИСИ, 1991. – Вип. 59. – С. 65–71.
11. *Манита, Л.А.* Условия оптимизации в конечномерных нелинейных задачах оптимизации. – М.: Московский государственный институт электроники и математики, 2010. – 81 с.
12. *Мелькумова Е.М.* О некоторых подходах к решению многокритериальных задач. // Вестник ВГУ. Серия Системный анализ и информационные технологии. – В.: ВГУ– №2– 2010– 3 с.
13. *Пелешко І.Д., Юрченко В.В.* Оптимальне проектування металевих конструкцій на сучасному етапі (огляд праць). // Металеві конструкції: збірник наукових праць. – 2009. – №15 – С. 13–21.
14. *Пелешко І.Д., Балук І.М.* Оптимізація поперечних перерізів стрижнів сталевих конструкцій. // Збірник наукових праць УкрНДІПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 4. – 2009. – С. 142–151.
15. *Пелешко І.Д., Лісоцький Р.В., Балук І.М.* Оптимальне проектування сталевої стрижневої конструкції покриття торгово-розважального комплексу. // Збірник наукових праць УкрНДІПСК ім. В. М. Шимановського. – К.: Сталь, Вип. 5. – 2010. – С. 181–191.
16. *Сахаров А.С., Кислоокий В.Н., Киричевский В.В., Альтенбах И., Габберт У., Данкерт Ю., Кепплер Х., Кочык З.* Метод конечных элементов в механике твердых тел. // Видавництво Вища школа. Головное издательство – Киев – 1982. – 480 с.
17. *Bazenov V.A., Gaidaichuk V.V., Koshevoy A.P. Stability of multiply connected ribbed shells and plates in a magnetic field. // Journal of Soviet Mathematics 66(6). –1993.–* С. 2631–2636.
18. *Cheung Y. K.* The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton. : CRC Press, 1997. – 416 p
19. *Guest J.K., Prievost J., Belytschko T.* Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004. –61(2) – P.238–254.
20. *Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I.* Handbook of Monte Carlo Methods. — New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.
21. *Lobo M.S., Vandenberghe L., Boyd S.* Applications of second-order cone programming. // Linear Algebra and its Applications. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
22. *Yonekura K., Kanno Y.* Second-order cone programming with warm start for elastoplastic analysis with von mises yield criterion. // Optimization and Engineering. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.
23. *Wasiytynski Z., Brandt A.* The present state of knowledge in the field of. Optimum design of structures. // Appl. Mech. Rew. – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-350.

REFERENCES

1. *Herasymov E.N., Pochtman Yu.M., Skalozub V.V.* Mnohokryteryal□naya optymyzatsyya konstruktsyy. (Multicriteria optimization of structures). – Donetsk: Vyshcha shkola. Hlavnoe Yzd-vo – Kyev – 1985 – 134 p.
2. *Hyll F., Myurrey U., Rayt M.* Praktycheskaya optymyzatsyya (Practical optimization). – M.: Myr, 1985. – 509 p.
3. *Ivanchenko H.M., Cheverda P.P., Kushnirenko M.H., Kozovenko A.M.* Analiz reaktsiy v elementakh prostorovykh skhem pry riznykh sposobakh z□yednan□ (Analysis of reactions in elements of spatial schemes with different methods of connections) // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekh. zbirnyk. – K.: KNUBA, 2012. – Vyp. 90. – P. 163-170.
4. *KoshevyiO.O.* Optymal□ne proektuvannya tsylindrychnykh rezervuariv z zhorstkymy obolonkamy pokryttya (Optimal design of cylindrical tanks with rigid coating shells) // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekh. zbirnyk. – K.: KNUBA, 2019. – №. 103. – P. 253-265.

5. *Koshevyi O.O.* Optymizatsiya stal□noho zvarenoho rezervuaru pry obmezhenni: napruzhen□, peremishchen□, vlasnykh chastot kolyvannya (Optimization of steel welded tank with limitations: stresses, displacements, natural frequencies of oscillations). // Budivel□ni konstruktsiyi. Teoriya i praktyka: nauk.-tekhn. zbirnyk. K.: KNUBA. 2018. №.3.–P.34 – 50.
6. *Hotsulyak Ye.O., Koshevyi O.P., MorskovYu.A.* Chysel□ne modelyuvannya obolonok, utvorenykh minimal□nymy poverkhnyamy. (Numerical modeling of shells formed by minimal surfaces). // Prykladna heometriya ta inzhenerna hrafika: nauk.-tekhn. zbirnyk. K.: KNUBA. 2001. №. 69.-P.47-51.
7. *Koshevyi O.P. Koshevyi O.O.* Chysel□ne doslidzhennya vlasnykh kolyvan□ roztyahnutykh obolonok utvorenykh minimal□nymy poverkhnyamy. (Numerical study of natural oscillations of stretched shells formed by minimal surfaces) // Mistobuduvannya ta terytorial□ne planuvannya, №. 55. – Kyiv, KNUBA, 2015. – P. 215-227.
8. *Koshevyi O.P. Koshevyi O.O.* Vlasni kolyvannya obolonok minimal□nykh poverkhon□ na kruhlomu ta kvadratnomu konturi. (Own oscillations of shells of minimal surfaces on a round and square contour) // Mistobuduvannya ta terytorial□ne planuvannya, №. 59. – Kyiv, KNUBA, 2016. – P. 234-244.
9. *Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Hryhor□yeva L.O.* Chysel□na realizatsiya bahatokryterial□noyi parametrychnoyi optymizatsiyi obolonky minimal□noyi poverkhni na pryamokutnomu konturi pry termosylovomu navantazhenni (Numerical implementation of multi-criteria parametric optimization of minimum surface shell on a rectangular contour under thermforced loading) // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekh.zbirnyk. – K.: KNUBA, 2021. – Vyp. 108. – S. 309–324.
10. *Koshevoy A.P.* Ustoychivost□ plastiniobolochekslozhnoyformi (Stability of plates and shells of complex shape) // Soprotivleniye materialov i teoriya sooruzheniy: nauch.-tekh. sbornik. – K.: KISI, 1991. – Vip. 59. – P. 65–71.
11. Manyta L.A. Usloviya optymyzatsyi v konechnomernykh nelyneynykh zadachakh optymyzatsyi.(Optimization conditions in finite-dimensional nonlinear optimization problems). – M.: Moskovskiy hosudarstvenniy instytut élektronyky y matematiki, 2010. – 81 p.
12. *Mel□kumova E.M.* O nekotorykh podkhodakh k reshenyyu mnohokryteryal□nykh zadach. (About some approaches to solving multicriteria problems). // Vestnyk VHU. SeryyaSystemnyyanalyz y ynformatsyonnyetekhnolohyy. – V.: VHU– №2– 2010– 3 p.
13. *Peleshko I.D., Yurchenko V.V.* Optymal□ne proektuvannya metalevykh konstruktsiy na suchasnomu etapi (ohlyad prats□). (Optimal design of metal structures at the present stage (review of works)). // Metalevi konstruktsiyi: zbirnyk naukovykh prats□. – 2009. – №15 – P. 13–21.
14. *Peleshko I.D., Baluk I.M.* Optymizatsiya poperechnykh pereriziv stryzhniv stalevykh konstruktsiy. (Optimization of cross sections of rods of steel structures). // Zbirnyk naukovykh prats□ UkrNDIPSKim. V. M. Shymanovs□koho. – K.: Stal□, №. 4. – 2009. – P. 142–151.
15. *Peleshko I.D., Lisots□kyy R.V., Baluk I.M.* Optymal□ne proektuvannya stalevoyi stryzhnevoyi konstruktsiyi pokryttya torhovo-rozvazhal□noho kompleksu. (Optimal design of a steel rod cover structure of a shopping and entertainment complex). // Zbirnyk naukovykh prats□ UkrNDIPSKim. V. M. Shymanovs□koho. – K.: Stal□, №. 5. – 2010. – P. 181–191.
16. *Sakharov A.S., Kyslookyy V.N., Kyrychevskyy V.V., Al□tenbakh Y., Habbert U., Dankert YU., Keppler KH., Kochyk Z.* Metod konechnykh élementov v mekhanyketverdykh tel. (Finite element method in solid mechanics). // Vydavnytstvo Vyshcha shkola. Holovnoe yzdatel□stvo – Kyev – 1982. – 480 p.
17. *Bazenov V.A., Gaidaichuk V.V., Koshevoy A.P.* Stability of multiply connected ribbed shells and plates in a magnetic field. // Journal of Soviet Mathematics 66(6). –1993. – C. 2631–2636.
18. *Cheung Y. K.* The Finite Strip Method. Them. – Boca Raton. : CRC Press, 1997. – 416 p.
19. *Guest J.K., Prievost J., Belytschko T.* Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. // International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004. –61(2) – P.238–254.
20. *Kroese D.P., Taimre T., Botev Z.I.* Handbook of Monte Carlo Methods. — New York: John Wiley and Sons, 2011. — 772 p.
21. *Lobo M.S., Vandenbeghe L., Boyd S.* Applications of second-order cone programming. // Linear Algebra and its Applications. – 1998. – Vol. 284, no. 1. – P. 193–228.
22. *Yonekura K., Kanno Y.* Second-order cone programming with warm start for elastoplastic analysis with von mises yield criterion. // Optimization and Engineering. – 2012. – Vol. 13, no. 2. – P. 181–218.

23. *Wasiytynski Z., Brandt A.* The present state of knowledge in the field of. Optimum design of structures. // Appl. Mech. Rew. – 1963. Vol. 16 no. 5. – P. 341-35.

Стаття надійшла 13.04.2023

Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О.
ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ВИМУШЕНИХ ЧАСТОТ КОЛИВАННЯ ОБОЛОНКИ МІНІМАЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА ТРАПЕЦЕВИДНОМУ КОНТУРІ ПРИ ТЕРМОСИЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

В даній науковій роботі розглянуті різні методи і підходи до оптимального проектування конструкцій. Методи вирішення задачі оптимізації можна поділити на дві великі групи. В першу групу входять методи, які основані на використання необхідних умов екстремумів цільової функції.Другу групу складають методи математичного програмування: лінійного, випуклого, динамічного програмування, методу випадкового пошуку.В математичному співвідношенні задачі оптимального проектування є задачами оптимізації – пошук екстремуму цільової функції і значення параметрів, при яких екстремум досягається.Вибір критерію оптимальності – одна із основних проблем оптимального проектування. Найбільший розвиток отримали задачі, які мають критерій оптимальності вагу або об'єм конструкції при цьому задовольняють умови міцності, жорсткості і стійкості.

Задачі оптимального проектування поділяються також на три великі групи. Перша група – задачі параметричної оптимізації, в них розкривається оптимізація одного чи декількох параметрів, які називаються змінними проектування, що дає можливість мінімізувати або максимізувати цільову функцію. Друга група – топологічна оптимізація, в таких задачах відкидається не потрібний матеріал, де напруження по Мізесу дорівнюють нулю, за рахунок чого відбувається мінімізація цільової функції. Третя група – оптимізація форми досліджуваного об'єкту, коли форма відповідає внутрішнім зусиллям, на заданому конторі моделюється оболонка з найменшою площею (оболонки мінімальних поверхонь), а також методи прикладної геометрії, де для певного навантаження моделюють форму поверхні.

Для виконання параметричної оптимізації вимушених коливань оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі застосовується цільова функція – вага просторової конструкції. Змінні в задачі параметричної оптимізації є товщина скінчених елементів від 1 до 100 мм. Обмеження конструкції накладається на першу вимушену частоту коливання 0.250 Гц. Такий тип задач застосовується для запобігання резонансу від технологічного обладнання, яке може впливати на власні частоти конструкції під зовнішнім навантаженням.

Результати чисельного дослідження параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному конторі при термосиловому навантаженні.За допомого параметричної оптимізації вдалося зменшити вагу оболонки на 13.4%, що становить 1810 кг листової сталі. Перша вимушена частота коливання відповідає обмеженню оптимізаційного розрахунку. Побудовані 10 вимушених форм частот коливання оболонки до і після оптимізації, а також представлено розподілення товщини оболонки після оптимізаційного розрахунку.

Ключові слова: оптимізація, параметрична оптимізація, оптимізація форми, топологічна оптимізація, оболонка мінімальної поверхні, цільова функція, змінні проектування, обмеження, ліміт, вимушена частота, вага оболонки.

Ivanchenko H.M., Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Grigoryeva L.O.
NUMERICAL STUDY OF THE PARAMETRIC OPTIMIZATION OF THE FORCED OSCILLATION FREQUENCIES OF THE SHELL OF A MINIMAL SURFACE ON A TRAPEZOIDAL CONTOUR UNDER THERMAL AND POWER LOADING

This research paper discusses various methods and approaches to the optimal design of structures. Methods for solving the optimization problem can be divided into two large groups. The first group includes methods that are based on the use of the necessary conditions for the extremes of the objective function. The second group consists of mathematical programming methods: linear, convex, dynamic programming, and random search. In mathematical terms, optimal design problems are optimization problems - the search for an extremum of the objective function and the values of the parameters at which the extremum is achieved. The choice of the optimality criterion is one of the main problems of optimal design. The most widely developed problems are those that have the optimization criterion of weight or volume of the structure while satisfying the conditions of strength, rigidity and stability.

Optimal design problemsare also divided into three large groups. The first group is parametric optimization problems, which involve the optimization of one or more parameters, called design variables, to minimize or maximize the objective function. The second group is topological optimization, in which unnecessary material is discarded, where the Mises stress is zero, thereby minimizing the objective function. The third group is optimization of the shape of the object under study, when the shape corresponds to internal forces, the shell with the smallest area is modeled on a given cone (shells of minimal surfaces), as well as methods of applied geometry, where the surface shape is modeled for a certain load.

To perform the parametric optimization of the forced vibrations of the shell of the minimum surface on a trapezoidal contour, the objective function is the weight of the spatial structure. The variables in the parametric optimization problem are the thickness of the finite elements from 1 to 100 mm. The structure constraint is imposed on the first forced oscillation frequency of 0.250 Hz. This type of problem is used to prevent resonance from process equipment that can affect the natural frequencies of the structure under external load.Subject of this study is an interesting applied problem for construction mechanics, as it is the first time to display the application of two types of optimization on one research object.

The results of a numerical study of the parametric optimization of the minimum surface shell on a trapezoidal cage under thermal power loading. The parametric optimization helped to reduce the weight of the shell by 13.4%, which is 1810 kg of sheet steel. The first forced oscillation frequency meets the constraint of the optimization calculation. We constructed 10 forced vibration frequency shapes of the shell before and after optimization, and also presented the distribution of the shell thickness after the optimization calculation.

Key words: optimization, parametric optimization, shape optimization, topological optimization, minimum surface hull, objective function, design variables, constraints, limit, forced frequency, hull weight.

УДК 539.3

Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О. **Чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному контурі при термосиловому навантаженні** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2023. – Вип. 110. – С. 430-446.

В статті розглянуто чисельне дослідження параметричної оптимізації вимушених частот коливання оболонки мінімальної поверхні на трапецевидному конторі за допомогою якого вдалося зменшити вагу конструкції на 13.4%, перерозподілити товщину оболонки згідно зовнішньому навантаженню, а також побудувати 10 вимушених форм і частот коливань до і після оптимізаційного розрахунку.

Таб. 0. Іл. 11. Бібліогр. 23 назв

UDS 539.3

Ivanchenko H.M., Koshevyi O.O., Koshevyi O.P., Grigoryeva L.O. **Numerical study of the parametric optimization of the forced oscillation frequencies of the shell of a minimal surface on a trapezoidal contour under thermal and power loading** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 110. – P. 430-446.

The paper deals with a numerical study of the parametric optimization of the forced vibration frequencies, of the shell of a minimal surface on a trapezoidal cantilever.Which allowed, to reduce the weight of the structure by 13.4%, redistribute, the shell thickness according.To the external load, and construct 10 forced vibration shapes and frequencies before and after the optimization calculation.

Tabl. 0. Il. 11. Ref. 23.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *доктор технічних наук, професор, декан будівельного факультету КНУБА ІВАНЧЕНКО Григорій Михайлович.*
Адреса робоча:*03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ІВАНЧЕНКУ Григорію Михайловичу*
Робочий тел.:+38(044) 248-32-37
Мобільний тел.:+38(067) 597-19-48
E-mail: ivgm61@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-1172-2845

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *доктор філософії (Ph.D.), доцент, доцент кафедри теоретичної механіки КОШЕВИЙ Олександр Олександрович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВОМУ Олександру Олександровичу*
Робочий тел.:+38(044) 241-55-36
Мобільний тел.: +38(098) 207-01-37
E-mail: a380982070137@gmail.com.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-1903-2905

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент, завідуючий кафедри опору матеріалів КНУБА, КОШЕВИЙ Олександр Петрович.*
Адреса робоча:*03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОШЕВОМУ Олександру Петровичу.*
Робочий тел.:+38(044) 241-54-21
Мобільний тел.:+38(050)-441-52-30
E-mail: a0504415230@gmail.com
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-7796-0443

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри опору матеріалів ГРИГОР'ЄВА Людмила Олександрівна.*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ГРИГОР'ЄВІЙ Людмилі Олександрівні*
Робочий тел.:+38(044) 241-54-21
Мобільний тел.:+38(097) 304-34-32
E-mail: grygorieva.lo@knuba.edu.ua
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-7013-0327