

УДК 624.072

СТІЙКІСТЬ ПРУЖНИХ СТРИЖНІВ З ПОЧАТКОВИМИ НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ СТАЛЕВИХ ФЕРМ З ЖОРСТКИМИ ВУЗЛАМИ

С.І. Білик,

д-р техн. наук, професор

А.С. Білик,

канд. техн. наук, професор

Є.І. Цюпин,

асистент

*Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський пр., 31, м. Київ*

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.213-228

Аннотація. Досліджено стійкість пружних елементів в деформованому стані при початкових недосконалостях конструктивної форми для елементів ферм з жорсткими вузлами. Робота стиснених стрижнів ферм з жорсткими зварними з'єднаннями найбільш точно описується моделлю, в якій одна опора жорстка, а інша має пружні умови обпирання. За методом початкових параметрів отримана систему алгебраїчних рівнянь, яка описує стійкості пружного стрижня з початковими відхиленнями при рівних умовах обпирання. Досліджені вплив на деформований стан значень початкових параметрів зміщення опор і початковий кут відхилення жорсткої опори при заданих характеристиках пружної опори. Проведено числові дослідження впливу навантажувального фактору на деформований стан пружного стрижня. Встановлені закономірності між деформованою віссю стрижня і навантажувальним фактором при різних початкових відхиленнях жорсткої опори. Розроблений й удосконалений методологічний підхід дає змогу визначати деформований стан центрально-стиснутих стрижнів при максимальних відхиленнях, які отримані під час виготовлення, монтажу або експлуатації конструкції.

Ключові слова: стійкість за Ейлером, стійкість пружних стрижнів, жорстка опора, пружна опора, гнучкість стрижнів, пружна робота, критерій стійкості, моделювання стійкості конструкцій, коефіцієнт розрахункової довжини елементів сталевих ферм з жорсткими вузлами.

Вступ

Стійкість центрально-стиснутих стрижнів з початковими відхиленнями є актуальною проблемою проектування сучасних металевих конструкцій. Відповідно вплив початкових відхилень в залежності від умов обпирання стрижнів недостатньо вичени та освітлений у науковій літературі. Через коефіцієнт розрахункової (ефективної) довжини всі умови обпирання стрижнів приводяться до шарніро-опертого стрижня, для якого вплив початкових ексцентристетів і недосконалостей вичено.

За нормативними документами України [1, 6] перевірка стійкості центрально-стиснутих сталевих елементів при стиску N виконується за формулою через використання коефіцієнта повздовжнього згину (коефіцієнту стійкості) φ в залежності від форми перерізу та початкових

недосконаlostей та умовної гнучкості - $\bar{\lambda}_x$, [1,6]: $\gamma_n N / (\varphi R_y \gamma_c A) \leq 1$. При коефіцієнті надійності за відповідальністю $\gamma_n = 1,0$ та коефіцієнті умов роботи $\gamma_c = 1,0$ та розрахунковому опорі сталі R_y , маємо: $N \leq (\varphi R_y A)$. Відповідно форма перерізу та вплив початкових недосконаlostей враховується через коефіцієнт δ та коефіцієнти α і β :

$$\varphi = \frac{0,5}{\bar{\lambda}_x^2} \left[\delta - \sqrt{\delta^2 - 4\pi^2 \bar{\lambda}_x^2} \right], \delta = \bar{\lambda}_x^2 + 9,87(1 - \alpha + \beta \bar{\lambda}_x). \quad (1)$$

За Європейськими нормативними документами [1] перевірка стійкості центрально-стиснутих сталевих елементів відбувається через знижувальний коефіцієнт (далі за текстом фактор стійкості) - χ (*Reduction factor for buckling*).

$$N_{b,Rd} = \chi \beta_A A f_y / \gamma_{M1}; \chi = \frac{1}{\Phi + [\Phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{0,5}}, \chi \leq 1, \quad (2.a)$$

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]; \bar{\lambda} = \left[\frac{\beta_A A f_y}{N_{cr1}} \right]^{0,5} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_1} \right) [\beta_A]^{0,5}, \quad (2.b)$$

$$\lambda_1 = \pi \left[\frac{E}{f_y} \right]^{0,5} = 93,9 \epsilon; \epsilon = \left[\frac{235}{f_y} \right]^{0,5} (f_y, \text{Н/мм}^2). \quad (2.c)$$

У формулах (2) позначено: Φ - фактор для визначення знижувального коефіцієнта χ , λ_1 - значення гнучкості для визначення умовної гнучкості, λ - гнучкість стрижня, α - коефіцієнта початкових недосконаlostей певної форми, β_A для поперечних перерізів різних класів. Тобто рекурентна формула між умовною гнучкістю у формулі (2.b) за європейськими нормами і державними нормами у формулі (1.f) при $\beta_A = 1,0$ має вид.

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{f_y \lambda_x^2}{\pi^2 E}} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{\bar{\lambda}_x}{\pi} \rightarrow \bar{\lambda} = \frac{\bar{\lambda}_x}{\pi}. \quad (2.d)$$

Таким чином, формули (1) і (2) показують, що коефіцієнт поздовжнього згину φ є величиною аналогічною за фізико-математичним змістом до фактора стійкості χ [1, 6].

У статті розвивається підхід, щодо врахування початкових недосконаlostей пружних стрижнів, та їх вплив на напружено-деформований стан сталевих елементів при різних умовах експлуатації і початкових недосконаlostях форми і ексцентриситетів, які можуть бути вище проектних даних.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Великий внесок в розвиток теорії стійкості стрижнів зроблено відомими вченими [2, 3, 4, 5, 6]: Л. Ейлером (Euler, L., 1759 p.), Т. Юнгом (Youngs T., 1807), Е. Ламарлем, М. Хеймі, Г. Эйнгельгардтом, Ф. Енгесером (F. Engesser, 1889), А. Консідера (Considere A., 1891 p.), Карманом Т. (Theodore von Kármán, 1908). У 1892-1893 рр. Ясинським Ф.С. [2, 4, 5, 6] було узагальнено результати експериментальних досліджень (Баушингера, Тетмайера і

Консідера) і складені таблиці критичних напружень для стрижнів з різною гнучкістю. Це дало практичну методику перевірки стійкості центрально-стиснутих металевих колон за табличними даними. Окрім поширення використання теорії стійкості стрижнів з урахуванням розвитку обмежених пластичних деформацій, відомими вченими С.П. Тимошенко та А.Н. Дінником розвивається теорія перевірки стійкості наскрізних сталевих колон постійного і змінного перерізів [5, 6, 7]. Також запропоновані формули для апроксимації кривих стійкості Дж. Джонсоном (Johnson, J.B.) для визначення критичних напружень при розвитку обмежених пластичних деформацій: $\sigma_{cr} = \alpha - \beta \lambda^2$, де α і β – деякі коефіцієнти характеристик стрижня і сталі. Формулу Джонсона для аналітичних досліджень стійкості центрально-стиснутих елементів для діапазону гнучкості $\lambda \leq \lambda_1$ (зона розвитку обмежених пластичних деформацій) використовують у такій формі запису: $\sigma_{cr} = f_y - (f_y - \sigma_e)(\lambda_1/\lambda)^2$. Така параболічна залежність між коефіцієнтом ϕ і умовною гнучкістю стрижня λ_1/λ має запис: $\phi = \sigma_{cr}/f_y = 1 - (1 - \sigma_e/f_y)(\lambda_1/\lambda)^2$. Лінійну апроксимацію для визначення критичних напружень використовували Тетмайер та Ясинський Ф.С. Тетмайер використовував таку залежність: $\sigma_{cr} = \sigma_u [1 - a \lambda]$, де $a_1 = (1/\pi) [(\sigma_e/E)(1 - \sigma_e/\sigma_u)]^{0.5}$, σ_e – границя пропорційності роботи сталі на розтяг, σ_u – тимчасовий опір сталі [2 - 6]. При пружній втраті стійкості сталі при $\lambda_1 = \pi (E/f_y)^{0.5}$ та використанні діаграми розтягу сталі Прандтля ($\sigma_e = f_y$) пружна втрата стійкості стрижня за формулою Тетмайера [2 - 6, 10] набуває вигляду: $\sigma_{cr} = \sigma_u [1 - a_1(\lambda/\lambda_1)]$, де $a_1 = [(1 - \sigma_e/\sigma_u)]^{0.5}$. Ясинський Ф.С. способом найменших квадратів, обробляє експериментальні дані Тетмайера і Косіндера, й запропоновану формулу: $\sigma_{cr} = a - b\lambda$, де λ – розрахункова гнучкість стрижня, гнучкість стержня; $a = 310$ МПа, коефіцієнт $b = 1,14$ МПа. Однією з формул для визначення стійкості стрижня з урахуванням розвитку пластичних деформацій за діаграмою Прандтля стала відома формула Ренкіна (Rankine W.J.) [6]: $\sigma_{cr} = \sigma_0 / (1 + \alpha \lambda^2)$, де σ_{cr} – критичні напруження, λ – гнучкість елемента, α – емпіричний коефіцієнт. В останній формулі є можливість прийняти $\sigma_0 = \sigma_y$, та $\alpha = \sigma_y / (\pi^2 E)$, де $\sigma_{EI} = \pi^2 E / \lambda^2$ – критичні напруження за Ейлером. Тепер критерій стійкості буде: $\sigma_{cr} = \sigma_y / (1 + \lambda^2 \sigma_y / (\pi^2 E)) = 1 / (1/\sigma_y + 1/\sigma_{EI})$. $\sigma_{cr} = \sigma_y / (1 + \nu)$; $\nu = \sigma_y / \sigma_{EI}$. Остаточо: $\sigma_{cr} / \sigma_y + \sigma_{cr} / \sigma_{EI} \leq 1$. Для практичних розрахунків та перевірки стійкості стрижнів використовувалась формула: $\sigma_{cr} = f_y (1 + \nu) / (1 + \nu + \nu^2)$. В подальшому найбільш правильно описують стійкість стрижнів з урахуванням деформації зсуву перерізу при дії початкових ексцентриситетів і дії згинальних моментів та поперечних сил формули отримані Тимошенко С.П. [2, 3, 4]. Теоретичні положення досліджень аналізу експериментальних даних пружних центрально-стиснутих стрижнів з урахуванням початкових геометричних недосконалостей базуються на дослідженнях Тимошенко С.П. і Соусвелла (Southwell, R.V., 1932) [2, 3, 4, 6, 13]. В подальшому ряд вчених отримали співпадіння результатів рішення приблизного і точного диференціальних рівнянь стійкості пружних стрижнів, також був виявлений вплив врахування обтиску стрижнів на їх стійкість [2, 3, 4, 6, 13, 19]. Розвитку нелінійним процесам втрати стійкості

присвячені роботи [8, 12, 15, 16, 19]. На сьогодні особливу увагу приділяють дослідженням стійкості тонкостінних стрижнів [11, 17, 18, 19].

Основна проблема. При перевірці стійкості центрально-стиснутих елементів сталевих елементів використовують нормативні документи, в яких враховують початкові недосконалості. Так, ексцентриситет, між віссю поздовжньої сили і віссю стрижня, складає прийнято в межах $e_b \leq i_x / 20$. Початковий вигин осі центрально-стиснутого стрижня приймають в розрахунках: $\delta_0 = l_0 / 750 \dots l_0 / 500$ (l_0 – довжина стрижня, відстань між опорами). Але під час виготовлення і подальшої експлуатації конструкцій необхідно виникають додаткові ексцентриситети і відхилення, які перевищують проектні початкові відхилення та недосконалості. Більшість досліджень стосується вивченню впливу початкових недосконалостей на стійкість шарнірно опертих стрижнів. Але особливо це важливо при розрахунках на стійкість пружних стрижнів при пружному защемленні: колон, стрижнів ферм з жорсткими вузлами [9, 19].

Методика досліджень. Для проведення досліджень розглянута стійкість пружного стрижня в загальному вигляді довжиною l_0 на пружних опорах (рис. 1).

Стрижень має наступні геометричні характеристики I_x – постійний момент інерції перерізу, і площу перерізу – A .

Прийнята Декартова система координат, яка розташована із центром в центрі ваги симетричного перерізу. Стояк стиснутий силою N , яка діє поздовж осі OZ . За методом початкових параметрів початкове значення згинального моменту прийнято позначати – M_{x0} , значення згинального моменту в довільному перерізі з координатою z позначено – через M_{xz} , при $z = l \rightarrow M_{xn}$. Переміщення кінця стрижня з координатою $z=0$ позначено через η_0 , переміщення перерізу стояка з довільною координатою z позначено через η_z . Відповідно кути повороту перерізу $z = 0 \rightarrow \eta'_0$, $z = z_i \rightarrow \eta'_z$, $z = l \rightarrow \eta'_n$. Прийнято позначення поперечної сили: $z = 0 \rightarrow Q_0$, $z = z_i \rightarrow Q_z$, $z = l \rightarrow Q_n$.

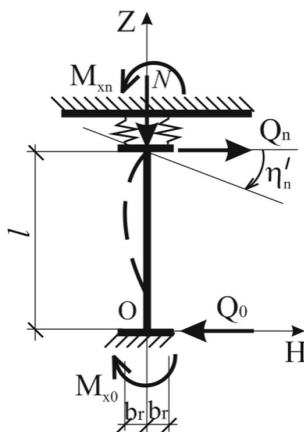


Рис.1. Розрахункова модель центрально-стиснутого стрижня сталевій фермі з жорсткими вузлами - розрахункова модель стрижня з пружною опорою

Рівняння рівноваги стійкості пружного стрижня описується лінійним диференціальним рівнянням другого ступеня

$$\eta''_{tz} + k^2 \eta_{tz} = k^2 \eta_0 - \frac{M_{x0} l^2}{EI_{x0}} - \frac{Q_0 l^3}{EI_{x0}} t_z. \quad (3.a)$$

Рішення диференціального рівняння (1) відоме [2, 3, 6, 9, 19]. Маємо запис у формі метода початкових параметрів

$$\begin{aligned} \eta_{tz} &= \eta_0 + \frac{\eta'_{t0} l}{k} \sin kt_z + \frac{M_{x0} l^2}{k^2 EI_{x0}} (\cos kt_z - 1) + \frac{Q_0 l^3}{k^3 EI_{x0}} (\sin kt_z - kt_z), \\ \eta'_{tz} &= l \eta'_{t0} \cos kt_z - \frac{M_{x0} l^2}{k EI_{x0}} \sin kt_z - \frac{Q_0 l^3}{k^2 EI_{x0}} (1 - \cos kt_z), \\ \eta''_{tz} &= -l \eta'_{t0} k \sin kt_z - \frac{M_{x0} l^2}{EI_{x0}} \cos kt_z - \frac{Q_0 l^3}{k EI_{x0}} \sin kt_z, \\ M_{xz} &= -\eta''_{tz} EI_{x0} = -\eta''_{tz} \frac{EI_{x0}}{l^2} = \frac{EI_{x0} k}{l} \eta'_{t0} \sin kt_z + M_{x0} \cos kt_z + \frac{Q_0 l}{k} \sin kt_z. \end{aligned} \quad (3.b)$$

Результат. Модель 1. Розглянуто стрижень, який має одну жорстку опору, а іншу - пружне защемлене ($\eta_0 = 0$, $\eta'_{t0} = 0$, $t_z = 1 \rightarrow M_{xn} = -2k_{r1} b_r^2 \eta'_{tn}$). Прийнято позначення згинального моменту в пружній опорі в залежності від кута повороту перерізу - η'_{tn} : $\eta_{tn} = 0$, $\eta'_{tn} = -M_{xn} / 2k_{r1} b_r^2$. У випадку $\eta'_{tn} = -M_{xn} / 2k_{r1} b_r^2$ критерій стійкості [9] буде мати вид

$$\begin{aligned} B_C &= (1 - \cos k) \left[k(1 - \cos k) + k^2 \frac{EI_{x0}}{2lk_{r1} b_r^2} \sin k \right] - \\ &- (k - \sin k) \left[k(\sin k) + k^2 \frac{EI_{x0}}{2lk_{r1} b_r^2} (\cos k) \right] = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Отримане аналітичне рівняння стійкості (3,б) співпадає із отриманими узагальненими рішеннями досліджень [9, 19]. Таке рішення дозволяє проводити числові дослідження для універсальних випадків при різних жорсткості опор.

На рис. 2 показані результати числових досліджень функції (4) при різних значення жорсткості пружних опор від $\left| 2lk_{r1} b_r^2 / EI_{x0} \right| = 0,4$ до значення $\left| 2lk_{r1} b_r^2 / EI_{x0} \right| = 10000$. Показано, що при зміні пружності защемлення однієї із опор, при високих значення жорсткості пружності защемлення ($\left| 2lk_{r1} b_r^2 / EI_{x0} \right| = 10000$) рішенням рівняння (4) є значення $k = 6,2827 \rightarrow \mu_x < 0,5$, що достатньо близько наближається до стандартного значення $k = 2\pi = 6,28319 \rightarrow \mu_x = 0,5$. При слабкому защемленні ($\left| 2lk_{r1} b_r^2 / EI_{x0} \right| = 0,4$) рішенням рівняння (4) є значення

$k=4,561 \rightarrow \mu_x < 0.6888$, що достатньо наближається до стандартного значення $\mu_x = 0.7$ ($k=4,488$). Результати числових досліджень зміни коефіцієнтів розрахункової довжини в залежності від пружності опор показано в табл. 1. Важливою закономірністю є, що всі функції (4) перетинаються в одній точці – це точка буде фокусу функцій за критерієм (4) відповідає точці $\mu_x = 0.7$ ($k=4,488$), за числовими дослідженнями $k=4,4933$ (відхилення становить - 0,00119), що достатньо для підтвердження достовірності числових досліджень.

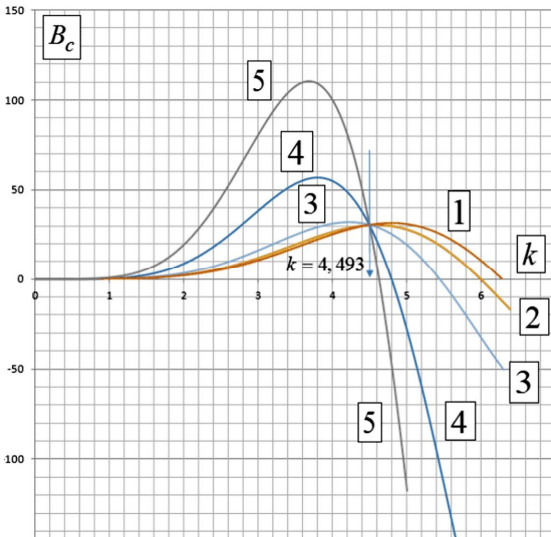


Рис. 2. Графіки функції (4) при різній приведеній жорсткості пружного защемлення одного кінця стрижня: графік 1 - $|2lk_{r1}b_r^2 / EI_{x0}| = 10000$; графік 2 - $|2lk_{r1}b_r^2 / EI_{x0}| = 20$; графік 3 - $|2lk_{r1}b_r^2 / EI_{x0}| = 5,0$; графік 4 - $|2lk_{r1}b_r^2 / EI_{x0}| = 1,0$; графік 5 - $|2lk_{r1}b_r^2 / EI_{x0}| = 0,4$

Таблица 1

Коефіцієнти розрахункової довжини μ_x

$\frac{2lk_{r1}b_r^2}{EI_{x0}}$	k	μ_x	$\frac{2lk_{r1}b_r^2}{EI_{x0}}$	k	μ_x
20	4,4933	0,69917	0,07	4,8967	0,64157
8	4,49275	0,69926	0,5	5,0182	0,62604
6	4,49215	0,69935	0,2	5,4383	0,5777
5	4,5605	0,68887	0,1	5,7579	0,5456
3	4,6031	0,68249	0,05	5,9918	0,52432
2	4,654	0,675	0,001	6,277	0,5005
1	4,7926	0,65551	0,0001	6,2827	0,5

Модель 2. Вплив початкових недосконалостей. Розглянуто схему розвитку переміщень стрижня, який защемлений з двох боків. Стрижень має відомі початкові переміщення ($t_{z0} = 0; \rightarrow \eta_{t0} \neq 0; \eta'_{t0} \neq 0$). Друга опора має пружне защемлення, віносне значення жорсткості пружної опори відомо, $EI_{x0} / (2k_{r1}b_r^2l) = \text{const}$:

$$t_z = 1 \rightarrow \eta_m = 0; \eta'_{m} = -M_{xn} / (2k_{r1}b_r^2) \rightarrow M_{xn} = \eta'_{m}(-2k_{r1}b_r^2).$$

За системою рівнянь (3) остаточно маємо систему трьох алгебраїчних рівнянь з трьома невідомим: $Q_0/l, M_{x0}l/EI_{x0}, M_{xn}l/EI_{x0}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{M_{x0}l}{EI_{x0}} \frac{(\cos k - 1)}{k} + \frac{Q_0l^2}{EI_{x0}} \frac{(\sin k - k)}{k^2} = -\left(k \frac{\eta_0}{l} + \eta'_{t0} \sin k \right), \\ \frac{M_{x0}l}{EI_{x0}} \frac{\sin k}{k} - \frac{Q_0l^2}{EI_{x0}} \frac{(1 - \cos k)}{k^2} - \frac{M_{xn}l}{EI_{x0}} \left(\frac{EI_{x0}}{2k_{r1}b_r^2l} \right) = -\eta'_{t0} \cos k, \\ \frac{M_{x0}l}{EI_{x0}} \frac{\cos k}{k} + \frac{Q_0l^2}{EI_{x0}} \frac{\sin k}{k^2} - \frac{M_{xn}l}{EI_{x0}} \frac{1}{k} = -\eta'_{t0} \sin k. \end{array} \right. \quad (5.a)$$

Рішення системи (5.a) знайдено через головний і допоміжні визначники системи

$$\frac{M_{x0}l}{EI_{x0}} = \frac{\Delta_{M0}}{\Delta_G}, \quad \frac{M_{xn}l}{EI_{x0}} = \frac{\Delta_{Mn}}{\Delta_G}, \quad \frac{Q_0l}{EI_{x0}} = \frac{\Delta_{Q0}}{\Delta_G}. \quad (5.b)$$

У формулах (5.b) традиційно позначено: Δ_G - головний визначник системи (детермінант) (3,a) складений з коефіцієнтів при невідомих членах основної частини системи. Через $\Delta_{M0}, \Delta_{Q0}, \Delta_{Mn}$ - допоміжні визначники системи для визначення невідомих членів.

Проведені числові дослідження деформованого стану стиснутого стрижня за представленою моделлю з урахуванням початкових недосконалостей за системою рівнянь (5).

Приклад 1. Проведені числові дослідження деформованого стану стрижня умовно центрально-стиснутого з початковими недосконалостями. Стрижень жорстко защемлений з одного кінця і має початкові недосконалості: початковий зсув опорного перерізу і початковий кут повороту ($\eta'_{t0}=0,01; \eta_0/l=0,03$). З протилежного кінця стрижень пружно защемлений з ($\eta_n = 0; EI_{x0} = EI_{xn}; EI_{xn}/2k_{r1}b_r^2l = 0,0001$).

При незначному значення повздовжньої сили силового фактору ($k=0,05$) і пружної опори слабкий, при зростанні повздовжньої сили зі значенням характеристичного параметра стійкості до $k=5,5$ відбувається зростання відносного значення максимальних переміщень до $\eta_m/l=0,0306$ порівняно з початковим відхиленням $\eta_0/l=0,003$. Відбувається також зростання розрахункових значень згинальних моментів по довжині стрижня, що вказує на вплив повздовжнього згину.

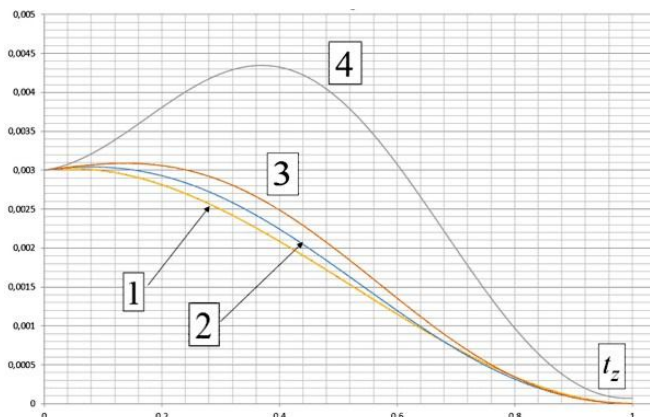


Рис. 3. Приклад 1. Деформований стан стиснутого пружного стрижня жорстко защемленого з одного кінця з початковими (залежність прогинів від початкових недосконалостей, вид вигнутої осі стрижня при центральному стиску) недосконалостями ($\eta'_0 = 0,01$; $\eta_0 / l = 0,03$); і пружно защемленого з протилежного кінця ($\eta_n = 0$; $EI_{x0} = EI_{xn}$; $EI_{xn} / 2k_r b_r^2 l = 0,0001$): графік 1: $k=0,05$; графік 2: $k=4,5$; графік 3: $k=5,5$; графік 4: $k=6,2$

Якщо при незначному навантаженні з параметром $k=0,05$ відносні значення максимальні згинальних моментів (Q_0/l , $M_{x0}l/EI_{x0}$, $M_{xn}l/EI_{x0}$) виникають на опорах при заданих початкових відхиленнях, то зростання силового фактору повздожньої сили до $k=5,5$ приводить до нелінійної зміни розподілу згинального моменту по довжині стрижня (рис. 4). При подальшому навантаженні при зростанні параметра стиснутої сили повздожнього згину до значення $k=6,2$ відбувається різке зростання відносних прогинів до відного значення $\eta_{\max}/l=0,004344$ (при $k=5,5$ маємо $\eta_{\max}/l=0,00306$). Розрахункові значення згинальних моментів на опорах і по довжині стрижня зростають більше ніж в 2 рази $M_{xz \max}l/(EI_{x0})=0,0466$, тепер маємо $\eta_{\max}/l=0,0449$, $\eta_{\max}/l=0,0447$, при $k=5,5$ $\eta_{\max}/l=0,0175$). Проте при достатньо значній жорсткості пружної опори ($M_{xz \max}l/(EI_{x0})=0,0001$) кут повороту перерізу в пружному защемленні зростає на незначну величину до $\eta'_m=0,000385$.

Приклад 2. Для впливу жорсткості пружної опори проведені додаткові числові дослідження деформованого стану стрижня умовно центрально-стиснутого з початковими недосконалостями.

Початкові недосконалості залишились без змін: початковий зсув опорного перерізу і початковий кут повороту ($\eta'_0=0,001$; $\eta_0/l=0,005$). Пружність опори на протилежному кінці зменшена

($\eta_n = 0$; $EI_{x0} = EI_{xn}$; $EI_{xn} / (2k_{r1}b_r^2l) = 0,0001$). Граничні відхилення на опорі $\eta_0/l = 0,005$ близькі до граничних прогинів $-f_u/l = 1/200$.

Таблиця 2

Значення згинальних моментів на опорах і максимальні значення по довжині стрижня при $\eta'_{l0} = 0,001$; $\eta_0/l = 0,005$

k	$M_{xz \max} l / (EI_{x0})$		
	$t_0 = 0$	$t_m = z_m / l$	$t_n = 1$
4,5	0,017947	0,025075	-0,02159
5,5	0,004187	0,02935	-0,1753
6,02	-0,0186	0,03939	-0,027
6,15	-0,04412	0,0576	-0,0485

При досягненні значення параметра силового фактора елемента до $k=5,5$ відбувається незначне зростання відносного значення максимальних переміщень до $\eta_m/l = 0,00505$ порівняно з початковим відхиленням $\eta_m/l = 0,005$. При збільшенні параметра елемента центрально-стиснутого до $k=6,02$ зростання прогинів досягає відносного значення $\eta_m/l = 0,00527$, а при $k=6,15$ відповідно $\eta_m/l = 0,00594$. Таким чином, зростання розрахункових згинальних моментів відбувається швидше ніж зростання максимальних прогинів (рис. 4).

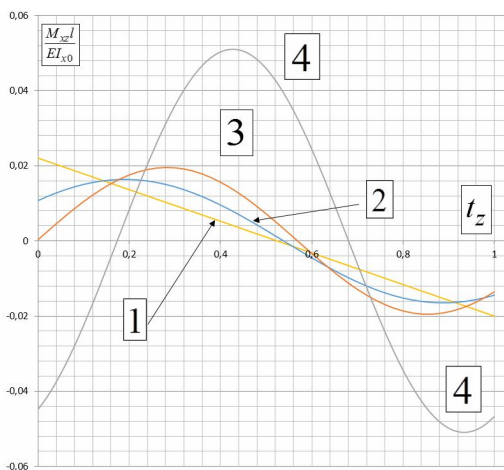


Рис. 4. Приклад 1. Зміна згинальних моментів деформованого стану стиснутого пружного стрижня жорстко защемленого з одного кінця з початковими недоскональностями

($\eta'_{l0} = 0,01$; $\eta_0/l = 0,003$); і пружно защемленого з протилежного кінця

($\eta_n = 0$; $EI_{x0} = EI_{xn}$; $EI_{xn} / (2k_{r1}b_r^2l) = 0,0001$): графік 1: $k = 0,05$; графік 2: $k = 4,5$; графік 3: $k = 5,5$; графік 4: $k = 6,2$

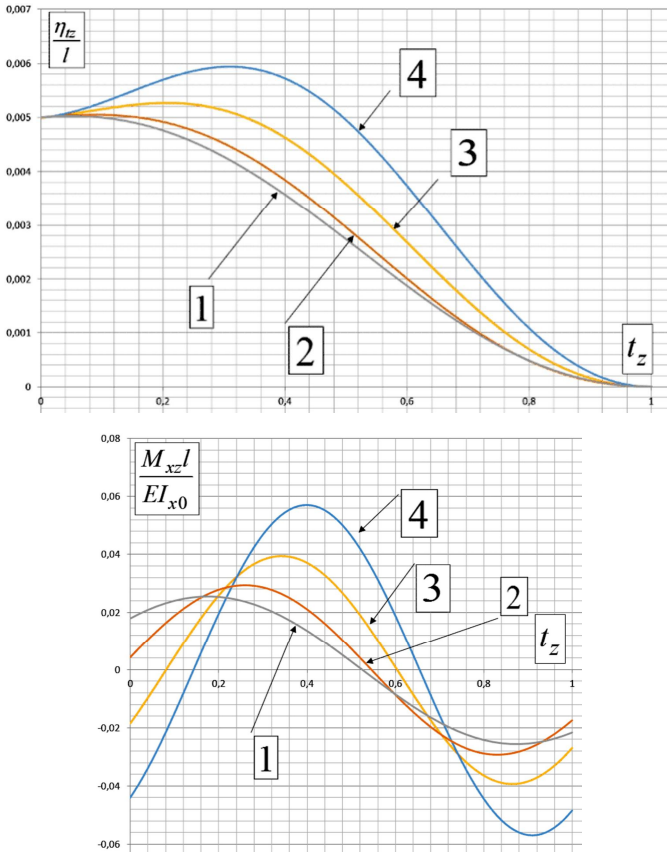


Рис. 5. Приклад 2. Деформований стан (відносні значення переміщень зліва і прогинів справа) стиснутого пружного стрижня жорстко защемленого з одного кінця з початковими недосконаlostями ($\eta'_{t_0}=0,01$; $\eta_0/l=0,03$); і пружно защемленого з протилежного кінця ($\eta_n=0$; $EI_{x_0}=EI_{x_n}$; $EI_{x_n}/2k_{r1}b_r^2l=0,001$): графік 1: $k=4,5$; графік 2: $k=5,5$; графік 3: $k=6,02$; графік 4: $k=6,2$

Приклад 3. Виконано числові дослідження зміни напружень в центральо-стиснутих пружних сталевих трубчастих стрижнів при роботі у складі ферм із жорсткими вузлами при різних початкових відхиленнях. Початкові відхилення прийняті більше традиційних значень. Зміна згинальних моментів деформованого стану стиснутого пружного стрижня жорстко защемленого з одного кінця з початковими недосконаlostями (в діапазоні $\eta'_{t_0}=0,001\dots0,002$; $\eta_0/l=0,003\dots0,005$); і пружно защемленого з протилежного кінця ($\eta_n=0$). Напруження визначались за відомою формулою, де M_{xm} - максимальний згинальний момент, який враховує повздовжній згин та вплив початкових недосконаlostей, $d = a_d i_x$ -

діаметр (висота) трубного перерізу, i_x - радіус інерції площі перерізу, a_d - перехідний коефіцієнт між радіусом інерції і діаметром труби

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_{xm}}{W_x} = \frac{N}{A} + \frac{M_{xm}(d/2)}{I_x}. \quad (6)$$

Для переходу до відносних параметрів силових факторів прийнято такі залежності: $N/A = k^2 E / \lambda_E^2$; $\lambda_E^2 = l^2 / i_x^2$, де λ_E - гнучкість шарнірно опертого стрижня

$$\sigma = \frac{k^2 E}{\lambda_E^2} + \left(\frac{M_{xm} l}{EI_{x0}} \right) \frac{Ed}{2l} = \frac{k^2 E}{\lambda_E^2} + \left(\frac{M_{xm} l}{EI_{x0}} \right) \frac{a_d E}{2\lambda_E}. \quad (7)$$

За рівнянням (7) проведені числові дослідження (таблиця 3). Ці результати показали, що при зниженні параметра повздовжньої сили k , вплив початкових відхилень на стійкість зменшується швидше ніж зменшення параметра k . Таким чином, при виявленні початкових відхилень при виготовленні або монтажу конструкцій при відповідному розвантаженні конструкцій, є можливість уникнути заміну або підсилення конструкцій елементів сталевих ферм з жорсткими вузлами. З іншого боку при новому проектуванні конструкцій сталевих ферм з жорсткими вузлами для гнучких стрижнів слід виконувати розрахунок з урахуванням початкового ексцентриситету.

Таблиця 3

Результати досліджень повздовжнього згину пружних сталевих стрижнів

k	$\frac{k^2 E}{\lambda_E^2}$	$\frac{M_{xm} l}{EI_{x0}}$	$\left(\frac{M_{xm} l}{EI_{x0}} \right) \frac{a_d}{2\lambda_E} E$, МПа	σ , МПа	$\frac{\sigma}{R_y} \left(\frac{\sigma}{f_y} \right)$
$R_y = 240 \text{ МПа}, \eta'_{t0} = 0,002; \eta_0 / l = 0,005$					
6,02	230,4174	0,057572	11,85986	242,277	1,01
5,5	192,3302	0,023707	4,883644	197,214	0,822
5	158,9506	0,011201	2,307321	161,258	0,672
4	101,7284	0,004405	0,907412	102,636	0,428
$R_y = 240 \text{ МПа}, \eta'_{t0} = 0,001; \eta_0 / l = 0,003$					
6,02	230,4174	0,057572	7,911195	238,3286	0,993
5,5	192,3302	0,023707	3,305813	195,6361	0,815
5	158,9506	0,011201	1,401298	160,3519	0,6681
4	101,7284	0,004405	0,454179	102,1826	0,4258

В представленій моделі стрижня з жорсткою опорою, і початковими відхиленнями прикріплення стрижня (початкове зміщення опори, початковий кут пороту перерізу, та другою опорою з пружним защемленням, зростання розрахункових згинальних моментів відбувається швидше ніж зростання параметра повздовжньої сили.

Висновки

Удосконалено та узагальнено методологічний підхід оцінки впливу натурних початкових ексцентриситетів та кутів повороту перерізу на опорах для елементів сталевих ферм з жорсткими вузлами. Досліджені вплив на деформований стан значень початкових параметрів зміщення опор і початковий кут відхилення жорстокої опори при заданих характеристиках пружної опори. Проведено числові дослідження впливу навантажувального фактору на деформований стан пружного стрижня. Встановлені закономірності між деформованою віссю стрижня і навантажувальним фактором при різних початкових відхиленнях жорстокої опори. Розроблений методологічний підхід дає змогу визначати деформований стан центрально-стиснутих стрижнів при максимальних відхиленнях, які отримані під час виготовлення, монтажу або експлуатації конструкції. Методологічний підхід може бути розповсюджений на інші центрально-стиснуті пружні елементи з початковими відхиленнями отриманими під час експлуатації, виготовленні або монтажу конструкцій.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings : EN 1993-1-1:2005. – Brussels : CEN–CENELEC Management Centre, 2005. – 91 p. – (European Standard).
2. *Bazhenov V.A., Perelmuter A.V., Vorona Yu.V.* Structural mechanics and theory of structures. History essays. – LAP LAMBERT Academic Publishing, Saarbrücken, Deutschland, 2017. -580 p.
3. *Timoshenko S. P.* Theory of Elastic Stability / S. P. Timoshenko, J. M. Gere. – New York : McGraw Hill Kogakusha Ltd., 1961. – 541 p. <https://archivebooks.online/download/4715293-timoshenko-and-gere-theory-of-elastic-stability>.
4. *Timoshenko S. P.* History of Strength of Materials / S.P. Timoshenko. – New York: McGraw-Hill, 1953. – 452. https://www.academia.edu/33492992/_Timoshenko_Stephen_P_History_of_Strength_of_Ma_BookZZ_org_pdf.
5. *Білик С.І.* Коефіцієнт зменшення прогину центрально-стиснутих сталевих елементів з урахуванням початкових геометричних дефектів і залишкових напружень / С.І. Білик, А.С. Білик // Будівництво, матеріалознавство, машинобудування]. PGASA. Дніпропетровськ, 2015, вип. 82, сс. 32–37. <http://srd.pgasa.dp.ua:8080/bitstream/123456789/3402/1/Bilyk.pdf>.
6. *Білик С.І.* Теоретичне порівняння коефіцієнта зменшення продольності центрально стиснутих сталевих колон з урахуванням початкових деформацій і вигинів // Збірник наукових праць Українського інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського. - 2015. – Вип. 15. - С. 48-61.- http://nbuv.gov.ua/UJRN/ZNPISK_2015_15_4.
7. *Bilyk S.I., Bilyk A.S., Nilova T.O., Shpynda V.Z., Tsyupyn E.I.* Buckling of the steel frames with the I-shaped cross-section columns of variable web height // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 140-154. <http://library.knuba.edu.ua/books/zbirniki/12/201604.pdf>.
8. *Bilyk Sergiy, Tonkacheiev Vitaliy.* Determining sloped-load limits inside von Mises truss with elastic support. *Materiali in tehnologije, Ljubljana, Slovenija* 52 (2018), 105-109, doi:10.17222/mit.2016.083 <http://mit.imt.si/Revija/izvodi/mit182/bilyk.pdf>.
9. *Білик А., Цюпин С.* (2020). Стійкість елементів сталевих ферм із жорстким зварним з'єднанням. - Містобудування та просторового планування (75), 55–71. <https://doi.org/10.32347/2076-815x.2020.75.55-71>.
10. *Bleich F.* Buckling Strength Of Metal Structures / F. Bleich. – New York: McGraw-Hill Book Co., Inc., 1952. – 498 p.

11. *Yurchenko V.V., Bilyk S.I.* Size optimization of single edge folds for cold-formed structural members // *Strength of Materials and Theory of Structures*. – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 105. – P.73 – 86. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.73-86.
12. *Barabash M.* Some aspects of modelling nonlinear behaviour of reinforced concrete // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles* – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 164-171. http://opir.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-100/13-100_barabash.pdf
13. *Southwell R. V.* On The Analysis Of Experimental Observations In Problems Of Elastic Stability / R. V. Southwell // *Proc. Roy. Soc. – London : Series A. 135, 1932.* – P. 601–616. http://shellbuckling.com/presentations/otherTopics/pages/page_23.html
14. *Shanley F.R.* Inelastic column theory / F. R. Shanley // *Journal of the Aeronautical Sciences.* – 1947. – Vol. 14, May. – P. 261–268. <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/8.1346>
15. *Bilyk S.I., Bilyk A.S., Tonkacheiev V.H.* The stability of low-pitched von Mises trusses with horizontal elastic supports // *Strength of Materials and Theory of Structures*. – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P.131 – 144. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.131-144.
16. *N.L.Ings, N.S.Trahair.* Lateral buckling of restrained roof purlins// *Thin-Walled Structures.*- Volume 2, Issue 4, 1984, Pages 285-306. [https://doi.org/10.1016/0263-8231\(84\)90001-6/](https://doi.org/10.1016/0263-8231(84)90001-6/) <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0263823184900016>
17. *N.C. Huang.* Inelastic buckling of eccentrically loaded columns /*AIAA JOURNAL*-2012-Vol.11.NO7.- P. 974-979. <https://doi.org/10.2514/3.6856/> <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/3.6856>.
18. *Pawel Wyszmulski, Andrzej Teter, Hubert Debski.* Effect of load eccentricity on the buckling of thin-walled laminated C-columns/ *AIP Conference Proceedings* 1922, 080008 (2018). <https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.5019079>.
19. *Z.P. Bazant and L. Cedolin.* *Stability of Structures. Elastic, Inelastic. Fracture and Damage Theories*, Oxford University Press UK, 2010.– 1039 p. <https://bayanbox.ir/view/6662278601023334205/Stability-Of-Structures.pdf>

REFERENCES

1. Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings : EN 1993-1-1:2005. – Brussels : CEN–CENELEC Management Centre, 2005. – 91 p. – (European Standard).
2. *Bazhenov V.A., Perelmuter A.V., Vorona Yu.V.* Structural mechanics and theory of structures. History essays. – LAP LAMBERT Academic Publishing, Saarbrücken, Deutschland, 2017. -580 p.
3. *Timoshenko S.P.* Theory of Elastic Stability / S. P. Timoshenko, J. M. Gere. – New York: McGraw Hill Kogakusha Ltd., 1961. – 541 p.<https://archivebooks.online/download/4715293-timoshenko-and-gere-theory-of-elastic-stability>
4. *Timoshenko S.P.* History of Strength of Materials / S. P. Timoshenko. – New York : McGraw-Hill, 1953. – 452.https://www.academia.edu/33492992/_Timoshenko_Stephen_P_History_of_Strength_of_Ma_BookZZ_org_pdf
5. *Bilyk S.I.* Reduction factor for buckling of central-compressed steel elements considering initial geometrical imperfections and residual stresses / S.I. Bilyk , A.S. Bilyk // *Construction, materials science, mechanical engineering*. PGASA. Dnipropetrovsk, 2015, no. 82, pp. 32–37 <http://srd.pgasa.dp.ua:8080/bitstream/123456789/3402/1/Bilyk.pdf>. {in Ukrainian}.
6. *Bilyk S.I.* Theoretical comparison of the Reduction factor for buckling of centrally compressed steel columns taking into account the initial deformations and bends // *Collection of scientific works of the Ukrainian Institute of Steel Structures named after V. M. Shymanovsky.* - 2015. - Issue 15. - P. 48-61. - http://nbuv.gov.ua/UJRN/ZNPISK_2015_15_4. {in Ukrainian}.
7. *Bilyk S.I., Bilyk A.S., Nilova T.O., Shpynda V.Z., Tsyupyn E.I.* Buckling of the steel frames with the I-shaped cross-section columns of variable web height // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles* – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 140-154. <http://library.knuba.edu.ua/books/zbirniki/12/201604.pdf>.
8. *Bilyk S., Tonkacheiev V.* Determining sloped-load limits inside von Mises truss with elastic support. *Materiali in tehnologije*, Ljubljana, Slovenija 52 (2018), 105-109, doi:10.17222/mit.2016.083 <http://mit.imt.si/Revija/izvodi/mit182/bilyk.pdf>.

9. *Bilyk, A., & Tsyuryn, E.* (2020). Stability of steel elements of a steel trusses with a rigid welded joints. *Urban Development and Spatial Planning*, (75), 55–71. <https://doi.org/10.32347/2076-815x.2020.75.55-71> {in Ukrainian}
10. *Bleich F.* *Buckling Strength Of Metal Structures / F. Bleich.* – New York : McGraw-Hill Book Co., Inc., 1952. – 498 p.
11. *Yurchenko V., Bilyk S.* Size optimization of single edge folds for cold-formed structural members. *Strength of Materials and Theory of Structures.* – Kyiv: KNUBA, 2020. – Issue 105. – P.73 – 86. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.73-86.
12. *Barabash M.* Some aspects of modelling nonlinear behaviour of reinforced concrete // *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles* – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 164-171. http://opir.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-100/13-100_barabash.pdf
13. *Southwell R. V.* On The Analysis Of Experimental Observations In Problems Of Elastic Stability / R.V. Southwell // *Proc. Roy. Soc. – London : Series A.* 135, 1932. – P. 601–616. http://shellbuckling.com/presentations/otherTopics/pages/page_23.html
14. *Shanley F. R.* Inelastic column theory / F. R. Shanley // *Journal of the Aeronautical Sciences.* – 1947. – Vol. 14, May. – P. 261–268. <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/8.1346>
15. *Bilyk S.I., Bilyk A.S., Tonkacheiev V.H.* The stability of low-pitched von Mises trusses with horizontal elastic supports // *Strength of Materials and Theory of Structures.* – Kyiv: KNUBA, 2022. – Issue 108. – P.131 – 144. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.131-144
16. *N.L.Ings, N.S.Trahair.* Lateral buckling of restrained roof purlins// *Thin-Walled Structures.*- Volume 2, Issue 4, 1984, Pages 285-306.[https://doi.org/10.1016/0263-8231\(84\)90001-6](https://doi.org/10.1016/0263-8231(84)90001-6)<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0263823184900016>
17. *N. C. Huang.* Inelastic buckling of eccentrically loaded columns /AIAA JOURNAL-2012-Vol.11.NO7.- P. 974-979. <https://doi.org/10.2514/3.6856/><https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/3.6856>.
18. *Pawel Wyzmowski, Andrzej Teter, Hubert Debski.* Effect of load eccentricity on the buckling of thin-walled laminated C-columns/ *AIP Conference Proceedings* 1922, 080008 (2018). <https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.5019079>.
19. *Z.P. Bazant and L. Cedolin.* *Stability of Structures. Elastic, Inelastic. Fracture and Damage Theories,* Oxford University Press UK, 2010.– 1039 p. <https://bayanbox.ir/view/6662278601023334205/Stability-Of-Structures.pdf>

Стаття надійшла 01.11.2022

Білик С.І., Білик А.С., Цюпин Є.І.

СТІЙКІСТЬ ПРУЖНИХ СТРИЖНІВ З ПОЧАТКОВИМИ НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ СТАЛЕВИХ ФЕРМ З ЖОРСТКИМИ ВУЗЛАМИ

Анотація. Мета. Досліджено стійкість пружних елементів в деформованому стані при початкових недосконалостях конструктивної форми для елементів ферм з жорсткими та пружними вузлами. **Методика.** Робота стиснених пружних стійок ферм з жорсткими зварними з'єднаннями найбільш точно описується моделлю, в якій одна опора жорстка, а інша має пружні умови опирання. За методологією початкових параметрів аналітичними методом з рішення диференціального рівняння стійкості стрижня, отримана систему алгебраїчних рівнянь, яка описує стійкість пружного стрижня з початковими відхиленнями при різних умовах опирання. **Результати.** Проведені числові дослідження деформованого стану пружного стрижня при різних початкових відхиленнях, параметрів силового впливу, та параметрів пружності опор. Досліджено вплив на деформований стан пружного стрижня зміщення опор і початкового кута повороту опори, та при різних жорсткостних хахарактеристиках пружної опори. Проведено числові дослідження впливу навантажувального фактору на деформований стан пружного стрижня. Встановлено

нелінійний характер зростання розрахункових згинальних моментів і максимальних прогинів стрижня. При позадовжньому згині зростання максимальних згинальних моментів при прийнятій моделі стрижня відбувається швидче ніж збільшення максимального прогину. Встановлені закономірності між деформованою віссю стрижня і навантажувального фактору при різних початкових відхилення жорсткої опори. Розроблений й удосконалений методологічний підхід дає змогу визначати дефоомований стан центрально-стиснутих стрижнів при максимальних відхиленнях, які отримані під час виготовлення, монтажу або експлуатації конструкції.

Наукова новизна. На підставі узагальнених теоретичних досліджень деформованого стану центрально-стиснутого пружного стрижня з урахуванням початкових недосконалостей та проведених числових досліджень удосконалена методика виявлення закономірностей між несучою здатністю стрижня та впливом максимальних початкових недосконалостей. **Практична значимість.** Отримані результати та розроблена методика дає змогу уточнити напружено-деформований стан пружних елементів ферм з жорсткими вузлами з урахуванням виявлених недосконалостей умов обпирання.

Ключові слова: стійкість за Ейлером, стійкість пружних стрижнів, жорстка опора, пружна опора, гнучкість стрижнів, пружна робота, критерій стійкості, моделювання стійкості конструкцій, коефіцієнт розрахункової довжини елементів сталевих ферм з жорсткими вузлами.

Bilyk S.I., Bilyk A.S., Tsyupyn E.I.

THE STABILITY OF ELASTIC ELEMENTS IN A DEFORMED STATE WITH INITIAL STRUCTURAL FORM IMPERFECTIONS FOR TRUSS ELEMENTS WITH RIGID NODES WAS STUDIED

Abstract. Goal. The stability of elastic elements in a deformed state with initial imperfections of the structural form for truss elements with rigid and elastic nodes was studied. **Method.** The operation of compressed elastic elements of trusses with rigid welded joints is most accurately described by a model in which one support is rigid and the other has elastic resistance conditions. According to the methodology of the initial parameters, the analytical method from the solution of the differential equation of rod stability, a system of algebraic equations was obtained, which describes the stability of an elastic rod with initial imperfections and deviations. **The results.** Numerical studies of the deformed state of the elastic rod at various initial imperfections and deviations, force impact parameters, and support elasticity parameters were carried out. The impact on the deformed state of the elastic rod of the displacement of the supports, and the initial imperfections - angle of rotation of the support, as well as different stiffness characteristics of the elastic support, were studied. Numerical studies of the influence of the loading factor on the deformed state of the elastic rod have been carried out. The non-linear nature of the growth of calculated bending moments and maximum rod deflections has been established. In the case of longitudinal bending, the growth of the maximum bending moments when adopting the rod model occurs faster than the increase in the maximum deflections. Regularities between the deformed axis of the rod and the loading factor at different initial deviations of the rigid support are established. The developed and improved methodological approach makes it possible to determine the deformation state of centrally compressed rods with maximum deviations, obtained during the construction, installation, or operation of the structure. **Scientific novelty.** On the basis of generalized theoretical studies of the deformed state of a centrally compressed elastic rod, taking into account the initial imperfections and conducted numerical studies, the method of identifying regularities between the load-bearing capacity of the rod and the influence of maximum initial imperfections, Method has been improved. **Practical significance.** The obtained results and the developed methodology make it possible to clarify the stress-strain state of elastic elements of trusses with rigid nodes, taking into account the revealed imperfections of the various initial imperfections and deviations, force impact parameters, and elasticity parameters supports.

Keywords: Euler's stability, stability of elastic rods, rigid support, elastic support, flexibility of rods, elastic work, stability criterion, modeling of the stability of structures, coefficient of the calculated length of elements of steel trusses with rigid nodes, modeling stability by limit states.

УДК 624.072

Білик С.І., Білик А.С., Цюпин Є.І. Стійкість пружних стрижнів з початковими недосконаlostями сталевих ферм з жорсткими вузлами // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 213-228.

Табл. 3. Іл. 5. Бібліогр. 19 назв.

UDC 624.072

Bilyk S.I., Bilyk A.S., Tsyupyn E.I. The stability of elastic elements in a deformed state with initial structural form imperfections for truss elements with rigid nodes was studied // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – К.: KNUBA, 2022. – Issue 109. – P. 213-228. - Ukr.

Tabl. 3. Fig. 5. Ref. 19.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА Білик Сергій Іванович

Робочий тел.: +38(044) 241-55-56

Мобільний тел.: +38(067) 588-8-295

E-mail: vartist@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8783-5892>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА БЛИК Артем Сергійович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

Робочий тел.: +38(044) 241-55-56

Мобільний тел.: +38(50) 765-23-54

E-mail: artem.bilyk@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-9219-920X>

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): асистент кафедри металевих та дерев'яних конструкцій КНУБА Цюпин Євген Іванович

Мобільний тел.: +38(063) 280-93-62

E-mail: standartbc@gmail.com