

УДК 539.3

АНАЛІЗ АЛГОРИТМІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ МЕХАНІКИ В СХЕМІ НАПІВНАЛІТИЧНОГО МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

І.І. Солодей¹,

д-р техн. наук, професор

Ю.Г. Козуб²,

д-р техн. наук, доцент

Р.Л. Стригун¹,

канд.техн. наук

В.В. Шовківська¹,

канд. економічних наук

¹ Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

² Державний заклад "Луганський національний університет імені Тараса Шевченка"

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.109-119

Розглянуто ефективність використання напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ) для розв'язання геометрично нелінійних задач будівельної механіки для вісе- та циклічно симетричних просторових тіл під дією довільних навантажень на основі базового кільцевого скінченного елемента. Отримано оцінку параметрів раціонального застосування алгоритмів урахування геометричної нелінійності визначеного класу конструкцій.

Ключові слова: тіла обертання, статичне навантаження, геометрична нелінійність, напіваналітичний метод скінченних елементів, кільцевий скінченний елемент.

Вступ. В процесі чисельного вирішення просторових задач теорії пружності та пластичності при скінченних переміщеннях [1] вибір раціональних алгоритмів розв'язання систем нелінійних рівнянь має принципове значення. Це зумовлено необхідністю визначення координат дискретної моделі в актуальній конфігурації та зміни метричних характеристик скінченних елементів [4]. При задоволенні вимог:

$$\Delta G^{ij} = G^{ij} - \bar{g}^{ij} \ll G^{ij}, \quad (1)$$

де \bar{g}^{ij} – компоненти метричного тензора в проміжній перехідній відрахунковій конфігурації, G^{ij} – компоненти метричного тензора в актуальній конфігурації, це призводить до необхідності вирішення великого числа систем нелінійних рівнянь високого порядку.

Сучасні методики, які орієнтовані на розрахунок широкого класу конструкцій, що складаються з масивних і тонкостінних елементів, повинні поряд з високою точністю опису напружено-деформованого стану об'єктів складної форми та структури, забезпечувати високу швидкість збіжності до точного рішення при мінімальних чисельних

витратах. Завдяки введенню додаткових гіпотез, що не зменшують точність апроксимації представлення деформацій і напружень в фізичних термінах і у відповідності до моментної схеми скінченного елемента (МССЕ), [2, 5] вдається, з однієї сторони уникнути трудомісткості процедури чисельного інтегрування по площі поперечного перерізу скінченного елемента, з іншої – зберегти високу ефективність просторової дискретизації.

Запропоновані скінченні елементи (СЕ) орієнтуються на розрахунок неоднорідних масивних, тонкостінних і комбінованих конструкцій. Оскільки в даному СЕ не накладається будь-яких обмежень на діапазони зміни модуля пружності і щільності матеріалу, при корегуванні їх значень з'являється можливість моделювання тіл обертання навіть з вирізами, що порушують суцільність матеріалу.

Важливим етапом в реалізації обчислювальних систем для розв'язання просторових задач є вибір оптимальних, з точки зору швидкості збіжності рішень, алгоритмів розв'язання рівнянь рівноваги. Специфіка алгебраїчних рівнянь НМСЕ зумовлена порушенням ортогональності тригонометричних функцій у просторі оператора пружності для тіл зі змінними вздовж направляючої параметрами жорсткості та мас. Явно виділена блокова структура матриці жорсткості є підставою для використання алгоритмів, що комбінують прямі та ітераційні методи розв'язання.

1. Алгоритми розв'язання нелінійних задач будівельної механіки в схемі НМСЕ. Система нелінійних рівнянь, що описує деформування тіл обертання (циклічно симетричних тіл) при скінчених переміщеннях в актуальній конфігурації має вигляд:

$$[K]_{lm} \{U\}_m = \{Q\}_l, l = l_0, \dots, L. \quad (2)$$

Вирішення системи рівнянь (2) виконуються на основі покрокової процедури інтегрування за параметром. Кроки інтегрування обираються з умови виконання вимоги (1).

На першому кроці змінна відрахункова конфігурація співпадає з відрахунковою початковою. Рівновага положення дискретної моделі визначається в актуальній конфігурації. Після задоволення рівняння рівноваги на кроці інтегрування n актуальна конфігурація x_n^i стає змінною відрахунковою конфігурацією \bar{x}_{n+1}^i для кроку $n+1$.

Алгоритм інтегрування для всього процесу навантаження описується рівнянням:

$$[K(U^{n+1})]_{lm} \{\Delta U\}_m^{n+1} = \{Q\}_l^{n+1} - \{R\}_l^n, \quad (3)$$

де вектор вузлових амплітудних реакцій на кроці n забезпечує рівноважне положення дискретної моделі:

$$\{R\}_l^n = [K(U^n)]_{lm} \{\Delta U\}_m^n, \quad (4)$$

$\{\Delta U\}_m^n = \sum_{k=1}^n \{\Delta U\}_m^k$ – вектор повних амплітудних переміщень на кроці n .

Для визначення рівноважного положення деформованого тіла на кроці $n+1$, тобто вирішення системи рівнянь (2), як правило, використовуються два типи алгоритмів, заснованих відповідно на методи додаткових навантажень:

$$\left[K(U^{n+1}) \right]_{lm} \{\Delta U\}_m^{n+1,k+1} = \{Q\}_l^{n+1} - \{R\}_l^n - \{R_{n+1}\}_l^k \quad (5)$$

та методі змінних параметрів:

$$\left[K(U^{n+1,k}) \right]_{lm} \{\Delta U\}_m^{n+1,k+1} = \{Q\}_l^n - \{R\}_l^n - \{R_{n+1}\}_l^k. \quad (6)$$

Тут вузлові амплітудні реакції визначаються співвідношеннями:

$$\{R_{n+1}\}_l^k = \left[K(U^{n+1,k}) \right]_{lm} \{\Delta U^{n+1,k}\}_l. \quad (7)$$

У поєднанні з алгоритмом розв'язання систем лінійних рівнянь НМСЕ для повністю заповнених матриць вказані алгоритми набувають вигляду:

1. Алгоритм, заснований на методі додаткових навантажень:

$$\{\Delta U\}_l^{n+1,k+1} = \{\Delta U\}_l^{n+1,k} + \omega \left[K \right]_{ll}^{-1} \left(\{Q\}_l^{n+1} - \{R\}_l^n - \{R\}_l^{n+1,k} \right). \quad (8)$$

2. Алгоритм, заснований на методі змінних параметрів:

$$\{\Delta U\}_l^{n+1,k+1} = \{\Delta U\}_l^{n+1,k} + \omega \left[K(U^n) \right]_{ll}^{-1} \left(\{Q\}_l^{n+1} - \{R\}_l^n - \{R\}_l^{n+1,k} \right). \quad (9)$$

При цьому, вектори вузлових амплітудних реакцій визначаються співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \{R\}_l^{n+1,h} &= \sum_{m=m_0}^{l-1} \left[K(U^{n+1,k}) \right]_{lm} \{U\}_m^{n+1,k+1} + \sum_{m=l}^L \left[K(U_i^{n+1,k}) \right]_{lm} \{U\}_m^{n+1,k}, \\ \left\{ R \right\}_l^{n+1,k} &= \sum_{m=m_0}^{l-1} \left[K(U^n) \right]_{lm} \{U\}_m^{n+1,k+1} + \sum_{m=l}^L \left[K(U^n) \right]_{lm} \{U\}_m^{n+1,k}. \end{aligned} \quad (10)$$

2. Обґрунтування ефективності використання базового кільцевого скінченного елемента НМСЕ. Ефективність розробленого кільцевого скінченного елемента та достовірність отримуваних на його основі чисельних результатів досліджено на прикладі розв'язання низки контрольних задач, що розглядають однорідні та неоднорідні тіла обертання. За еталонні прийняті аналітичні та відомі результати інших авторів.

Виконано порівняння НМСЕ, записаного у співвідношеннях узагальненої теорії пружності та МСЕ на базі співвідношень теорії тонких оболонок. З цією метою розглянуто об'єкт, який найчастіше використовується більшістю авторів в якості тестового при дослідженні збіжності МСЕ в задачах пружної рівноваги тонких оболонок.

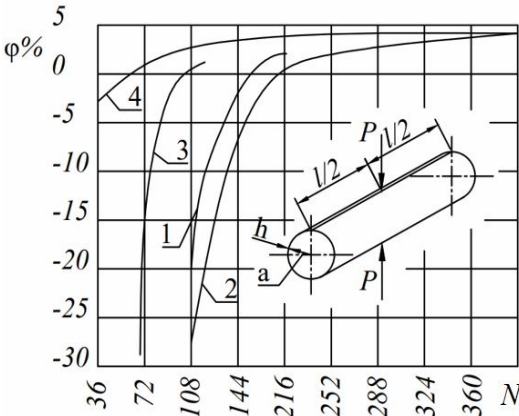


Рис. 1. Циліндрична оболонка під дією двох сил

Об'єкт представляє собою циліндричну оболонку, навантажену двома протилежно напрямленими зосередженими силами (рис. 1). Довжина оболонки $2l = 0.263$ м, товщина стінки $h = 2.38 \cdot 10^{-3}$ м, радіус серединної поверхні $a = 0.126$ м, модуль пружності матеріалу $E = 0.735 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт

Пуасона $\nu = 0.3$. За еталонне прийнято рішення, отримане в роботі [7]. Результати розрахунку показані на рис. 1 у вигляді графіків, які відображають зміну відносної похибки зміни діаметра оболонки в залежності від загального числа невідомих дискретної моделі (крива 4). Для порівняння також зображені криві, отримані іншими авторами на основі різних типів оболонкових СЕ (1 - за даними [11]; 2 - [3]; 3 - [6]).

Їх порівняння показує значну перевагу запропонованого підходу, що спирається на поєднання моментної схеми скінченного елемента (МССЕ) та НМСЕ, не зважаючи на те, що у роботі [10] є припущення про неефективність застосування НМСЕ для вирішення задач даного класу.

Розглянута пружна тонкостінна циліндрична оболонка з чотирма прямокутними отворами, яка стиснута у напрямку осі рівномірно розподіленим по торцях навантаженням (рис. 2). В окружному напрямку довжина дуги одного отвору складає 45° .

В якості еталонного прийнято розв'язок на основі оболонкових скінчених елементів за програмним комплексом [2].

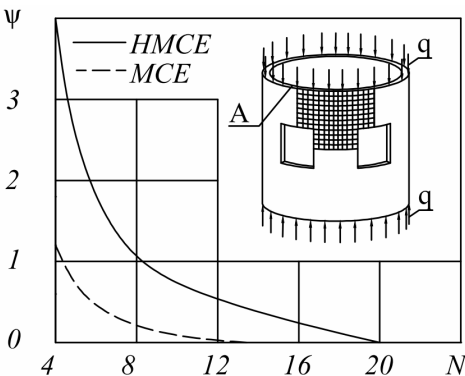


Рис. 2. Циліндрична оболонка з чотирма отворами

Результати розрахунку показані на рис. 2 у вигляді графіків, які ілюструють залежність похибки визначення максимальних (осьових в точці А) переміщень від числа вузлів сіткової області або членів ряду Фур'є вздовж окружної координати при фіксованій їх кількості по висоті

циліндра.

Дані свідчать про те, що НМСЕ у порівнянні з традиційним варіантом МСЕ, дозволяє отримати більш точні результати при однаковій кількості невідомих задач. Так, для забезпечення похибки визначення переміщень в межах 1% НМСЕ потребує 5 гармонік на протидію МСЕ із 8 СЕ.

Апробацію підходу для геометрично нелінійних задач проведено на задачі згину круглої пластини, навантаженої рівномірно розподіленим тиском і закріпленої по зовнішньому контуру (рис. 3).

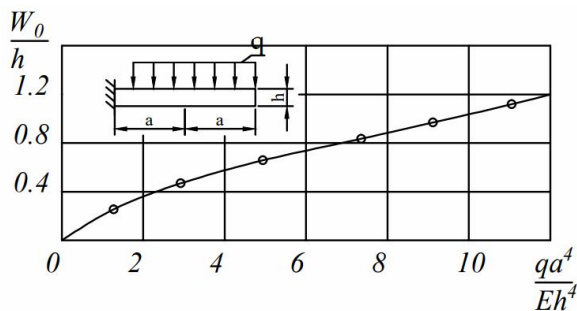


Рис. 3. Згин круглої пластини

Геометричні та механічні параметри пластини приймалися: $a = 0.2$ м, $h = 0.01$ м, $E = 10^5$ МПа, $\nu = 0.3$.

Як еталонне прийнято точне вирішення задачі, отримане в роботі [9] та зображено суцільною лінією у вигляді залежності безрозмірного прогину в центрі пластини від безрозмірного параметру напруження. Розв'язок на основі НМСЕ отримано при 8 СЕ вздовж радіуса пластини та 10 кроках за параметром навантаження за допомогою алгоритму (9) та показано на рис. 3 кружками.

3. Порівняння алгоритмів розв'язання геометрично нелінійних задач в схемі НМСЕ. Обґрунтування достовірності та аналіз збіжності чисельних рішень при розв'язанні просторових задач з великими переміщеннями проведено на прикладі задачі згину стиснутого стрижня кільцевого поперечного перерізу (рис. 4). Геометричні розміри стрижня $H = 10h$, $r_1 = h$, $r_2 = 2h$. Фізико-механічні характеристики матеріалу: $E = 2 \times 10^5$ МПа, $\nu = 0$.

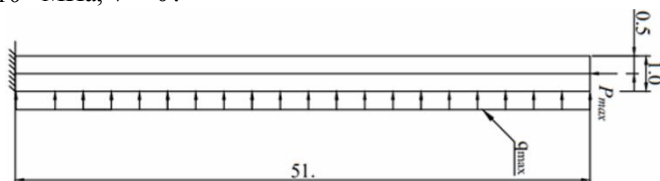


Рис. 4. Розрахункова схема стиснутого стрижня

Зовнішні навантаження змінювалися пропорційно параметру q .

Розв'язання, що враховує зміну кривизни стрижня, визначається за формулою:

$$f = \frac{f_0}{1 - \frac{P}{P_{cr}}}, \text{ де } f_0 = \frac{q_1 H^4}{8EJ}, P_{cr} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu H)^2}. \quad (11)$$

Стискаюча сила на торці стрижня моделювалася рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивності:

$$q_2 = \frac{P}{\pi(r_2 + r_1)h}. \quad (12)$$

Рішення розглядуваної задачі отримано при апроксимації поперечного перерізу стрижня сітковою областю 3×11 та утриманні чотирьох членів ряду Фур'є вздовж окружної координати. Застосування алгоритмів (8) та (9) забезпечує отримання достовірних результатів у межах зміни зовнішніх навантажень:

$$P = qP_{cr}, q_1 = qq_1^{\max}, q_1^{\max} = 2.0. \quad (13)$$

Параметр q змінювався в межах $0 \div 0.5$ з кроком 0.1.

На рис. 5 показані графіки, що відображають горизонтальне переміщення верхнього торця стрижня у заданому інтервалі зміни навантажень, які отримані аналітично в роботі [7] і за допомогою запропонованого підходу. Спостерігається добра збіжність результатів.

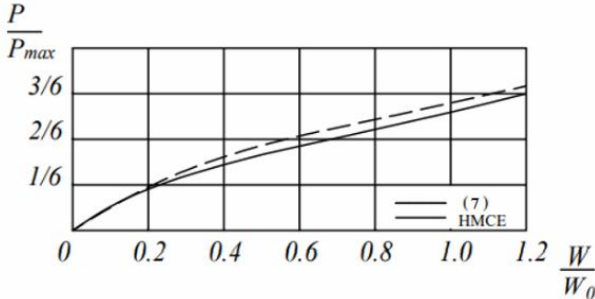


Рис. 5. Крива навантаження/прогин

Дослідження ефективності описаних алгоритмів виконано на модельній задачі про стискання незамкненого кільця рівномірним зовнішнім навантаженням інтенсивності q . Аналітичний розв'язок задачі отримано в роботі [8], який визначає закономірність зміни кільцевих σ_θ напружень по внутрішній та зовнішній граничним поверхням кільця:

$$\sigma_\theta = \frac{qR_0}{h} \left[1 \pm \frac{6\Delta R_0}{h(1 - (q/q_{кр}))} \right], \quad (14)$$

де R_0 – серединний радіус кільця, h – товщина, ΔR_0 – початковий прогин, $q_{кр}$ – критична інтенсивність зовнішнього тиску, при якій відбувається втрата стійкості:

$$q_{кр} = \frac{Eh^3}{4(1-\nu^2)R^3}. \quad (15)$$

Дослідження виконані при наступних параметрах об'єкту: $R = 10h$, $\Delta R_0 = 0.1h$, $\nu = 0$, $E = 4 \times 10^2$ МПа. Інтенсивність зовнішнього тиску змінювалась у межах $0 \div 0.7q_{кр}$.

Розрахункова схема кільця показана на рис. 6. Там же представлені графіки, що відображають зміну окружних напружень по внутрішній та зовнішній поверхнях кільця при збільшенні інтенсивності зовнішнього тиску, отримані за формулою (14) і за допомогою описаних алгоритмів. Для першого та другого алгоритмів крок інтегрування за параметром навантаження приймався $\Delta q = 0.1q_{кр}$, а для третього алгоритму $\Delta q_1 = 0.03333q_{кр}$, $\Delta q_2 = 0.01q_{кр}$.

Результати, отримані на основі алгоритмів (8) та (9), для розглянутої задачі практично співпадають. В той же час, обчислювальні витрати при використанні алгоритму, заснованого на методі додаткових навантажень з постійними амплітудними матрицями жорсткості, значно менші.

Такий стан речей обумовлений скороченням числа ітерацій, необхідних для задоволення рівнянь рівноваги на кроці інтегрування за рахунок кращої обумовленості матриці та скорочення витрат на перерозподіл коефіцієнтів амплітудних підматриць жорсткості в актуальній конфігурації та їх триангуляризації.

Висновки. На основі напіваналітичного методу скінченних елементів представлено ефективний підхід до дослідження процесів геометрично нелінійного деформування просторових тіл обертання зі складною формою та структурою поперечного перерізу.

Розроблений кільцевий скінченний елемент і побудовані на його основі розрахункові співвідношення НМСЕ для геометрично нелінійних

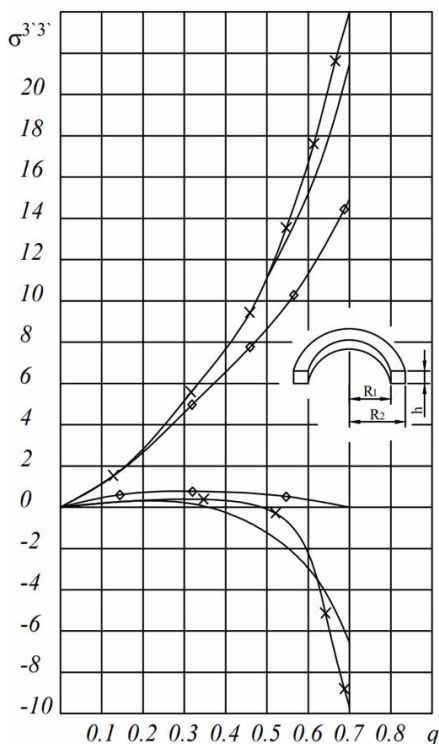


Рис. 6. Стискання незамкненого кільця

задач, показали високу швидкість збіжності результатів до точного. Апробовані алгоритми моделювання геометричної нелінійності при деформуванні масивних і тонкостінних тіл обертання характеризуються достовірністю отримуваних розв'язків і мінімальними чисельними витратами для їх пошуку.

Запропонований підхід реалізовано у вигляді пакета прикладних програм, що орієнтований на сучасні ПЕОМ. Достовірність отриманих результатів і ефективність підходу підтверджені розв'язанням широкого кола контрольних прикладів при різноманітних граничних умовах та зовнішніх навантаженнях.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Солодей І.І., Вабіщевич М.О., Стригун Р.Л.* Постановка еволюційної геометрично нелінійної задачі механіки руйнування для просторових тіл обертання та призматичних тіл // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2018. – Вип. 101. – С. 3–13.
2. *Кислюк В.Н., Сахаров А.С., Соловей Н.А.* Моментна схема методу скінченних елементів у геометрично нелінійних задачах міцності та стійкості оболонок // Проблеми міцності. – 1977. - N 7. – С. 25-33.
3. *Кентін Г., Клауф Р.В.* Скривлений дискретний елемент циліндричної оболонки // Ракетна техніка і космонавтика. – 1968. – N 6. – С. 82-87.
4. *Максим'юк Ю.В., Солодей І.І., Стригун Р.Л.* Вихідні співвідношення нелінійного динамічного формозміння вісесиметричних та плосодеформівних тіл // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2019. – Вип. 102. – С. 252-262.
5. *Солодей І.І., Вабіщевич М.О., Стригун Р.Л.* Скінченноелементні моделі просторових тіл в задачах динаміки з урахуванням великих пластичних деформацій // Управління розвитком складних систем. – 2019. – №39. – С. 87-94.
6. *Стренг Г., Фікс Дж.* Теорія методу скінченних елементів. – М.: Мир, 1977. – 341 с.
7. *Тимошенко С.П.* Пластини та оболонки. – М.-Л.: ОГЗ. Гостехіздат, 1948. – 460 с.
8. *Тимошенко С.П.* Статичні та динамічні проблеми теорії пружності. - Київ: Наук. думка, 1975. – 563 с.
9. *Тимошенко С.П., Войновский-Крігер С.* Пластини та оболонки. -М.: Наука, 1966. –456 с.
10. *Фондер Г.А., Клауф Р.В.* Явне додавання зміщення тіла як жорсткого цілого в криволінійних скінченних елементах //Ракетна техніка та космонавтика.–1973.– N3.– С. 62-72.
11. *Богнер Ф.К., Фокс Р.Л., Шміт Л.А.* Дискретний елемент циліндричної оболонки // AIAA J. -1967. – 5, N 4. – С. 745-750.

REFERENCES

1. *Bazhenov V.A., Solodei I.I., Vabishchevych M.O., Stryhun R.L.* Postanovka evolyucijnoyi geometrychno nelinijnoyi zadachi mekhaniky rujnuvannya dlya prostorovykh til obertannya ta pryzmatychnykh til (Formulation of the evolutionary geometrically nonlinear problem of fracture mechanics for spatial bodies of rotation and prismatic bodies) // Strengthofmaterialsandtheoryofstructures. – 2018. – Issue 101. – P. 3–13.
2. *Kyslookyj V.N., Saxarov A.S., Solovej N.A.* Momentna shema metodu skinchenykh elementiv u geometrychno nelinijnykh zadachah micnosti ta stijkosti obolonok (Moment scheme of the finite element method in geometrically nonlinear problems of strength and stability of shells) // Strength of materials. – 1977. - N 7. – S. 25-33.
3. *Kentin G., Klaufl R.V.* Skryvlenyj dyskretnyj element cylindrychnoyi obolonky (Curved discrete element of a cylindrical shell) // Rocket technology and cosmonautics. - 1968. - N 6. - P. 82-87.
4. *Maksym'yuk Yu.V., Solodei I.I., Stryhun R.L.* Vyhidni spivvidnoshennya nelinijnogo dynamichnogo formozminennya visesymetrychnykh ta ploscodeformivnykh til (Initial relations of nonlinear dynamic deformation of axisymmetric and plane deformation bodies) // Strength

- of materials and theory of structures. – 2019. – Issue 102. - pp. 252-262.
5. Solodei I.I., Vabishevykh M.O., Stryhun R.L. Skinchenno elementni modeli prostorovykh til v zadachah dynamiky z uraxuvanniam velykykh plastychnykh deformacij (Finite element models of spatial bodies in dynamics problems taking into account large plastic deformations) // Management of the development of complex systems. – 2019. – No. 39. - P. 87-94.
 6. Strang, G., Fix, J. Teoriya metodu skinchennykh elementiv (Theory of the Finite Element Method). - M.: Mir, 1977. - 341 p.
 7. Tymoshenko S.P. Plastyny ta obolonky (Plates and shells). - M.-L.: OGIZ. Gostekhizdat, 1948. - 460 p.
 8. Tymoshenko S.P. Statychni ta dynamichni problemy teoriiy pruzhnosti (Static and dynamic problems of the theory of elasticity). - Kyiv: Nauk. dumka, 1975. - 563 p.
 9. Tymoshenko S.P., Voynovsky-Kriger S. Plastyny ta obolonky (Plates and shells). - M.: Nauka, 1966. –456 p.
 10. Funder G.A., Klaufl R.V. Yavne dodavannya zmishhennya tila yak zhorstkogo cilogo v kryvoliniynykh skinchennykh elementah (Explicit addition of displacement of the body as a rigid whole in curvilinear finite elements) // Rocket technology and cosmonautics.–1973.– N3.– P.62-72.
 11. Bogner F.K., Fox R.L., Schmit L.A. Diskretnyy element tsylindrychnoyi obolonky (A Cylindrical Shell Discrete Element) // AIAA J. -1967. – 5, N 4. – P. 745-750.

Стаття надійшла 18.10.2022

Солодей І.І., Козуб Ю.Г., Стригун Р.Л., Шовківська В.В.

АНАЛІЗ АЛГОРИТМІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ МЕХАНІКИ В СХЕМІ НАПІВАНАЛІТИЧНОГО МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Розглянуто ефективність використання напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ) для розв'язання геометрично нелінійних задач будівельної механіки для вісе– та циклічно симетричних просторових тіл під дією довільних навантажень на основі базового кільцевого скінченного елемента. Отримано оцінку параметрів раціонального застосування алгоритмів урахування геометричної нелінійності визначеного класу конструкцій.

У процесі чисельного вирішення просторових задач теорії пружності та пластичності при скінченних переміщеннях вибір раціональних алгоритмів розв'язання систем нелінійних рівнянь має принципове значення. Це зумовлено необхідністю визначення координат дискретної моделі в актуальній конфігурації та зміни метричних характеристик скінченних елементів, що, в свою чергу, веде до необхідності багатократного розв'язання систем нелінійних рівнянь високого порядку. Завдяки введенню додаткових гіпотез, що не зменшують точність апроксимації: представлено деформації і напружень в фізичних термінах і у відповідності до моментної схеми скінченного елемента (МССЕ) вдається, з однієї сторони, уникнути трудомісткої процедури чисельного інтегрування по площі поперечного перерізу скінченного елемента, з іншої – зберегти високу ефективність просторової дискретизації. Важливим етапом в реалізації обчислювальних систем для розв'язання просторових задач є вибір оптимальних, з точки зору швидкості збіжності рішень, алгоритмів розв'язання рівнянь рівноваги. Специфіка алгебраїчних рівнянь НМСЕ зумовлена порушенням ортогональності тригонометричних функцій у просторі оператора пружності для тіл зі змінними вздовж направляючої параметрами жорсткості та мас. Явно виділена блокова структура матриці жорсткості стала підставою для використання алгоритмів, що комбінують прямі та ітераційні методи розв'язання. Достовірність отриманих результатів і ефективність підходу підтвержені розв'язанням широкого кола контрольних прикладів при різноманітних граничних умовах та зовнішніх навантаженнях.

Ключові слова: тіла обертання, статичне навантаження, геометрична нелінійність, напіваналітичний метод скінченних елементів, кільцевий скінченний елемент.

Solodei I.I., Kozub Yu.G., Stryhun R.L., Shovkivska V.V.

ALGORITHMS ANALYSIS FOR SOLVING GEOMETRICALLY NONLINEAR MECHANICS PROBLEMS IN THE SCHEME OF THE SEMI-ANALYTICAL FINITE ELEMENT METHOD

The effectiveness of using the semi-analytical finite element method (SAFEM) to research geometrically nonlinear construction mechanics problems for 3D bodies of revolution under the arbitrary loads based on a basic ring finite element is considered. An estimate of the rational application parameters of algorithms for taking into account the geometric nonlinearity of a defined above structures class, which has been obtained.

In the process of numerically solving spatial problems of the theory of elasticity and plasticity with finite displacements, the choice of rational algorithms for solving systems of nonlinear equations is of fundamental importance. It is conditioned by the need of determining the coordinates of the discrete model in the actual configuration and changing the metric characteristics of the finite elements, which, in its turn, leads to the necessity for multiple solutions of systems of nonlinear equations of high order. Due to the introduction of additional hypotheses that do not reduce the accuracy of the approximation: the representation of deformations and stresses in physical terms and in accordance with the moment scheme of the finite element (MSFEM), it is possible, on the one hand, to avoid the time-consuming procedure of numerical integration over the cross-sectional area of the finite element, on the other hand- to maintain a high efficiency of spatial discretization. An important stage in the implementation of computer systems for solving spatial problems is the selection of optimal, from the point of the solution convergence speed and algorithms for solving equilibrium equations. The specificity of the algebraic equations of the SAFEM is conditioned by violation of the trigonometric function orthogonality in the space of the elasticity operator for bodies with variable stiffness and mass parameters along the guide. The clearly defined block structure of the stiffness matrix became the basis for using algorithms combining direct and iterative methods of solving. The reliability of the obtained results and the effectiveness of the approach are confirmed by the solution of a wide range of control examples under various boundary conditions and external loads.

Key words: bodies of revolution, static load, geometric nonlinearity, semi-analytical finite elements method, ring finite element.

УДК 539.3

Солодей І.І., Козуб Ю.Г., Стригун Р.Л., Шовківська В.В. Аналіз алгоритмів розв'язання геометрично нелінійних задач механіки в схемі напіваналітичного методу скінченних елементів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 109-119.

Розглянуто ефективність використання напіваналітичного методу скінченних елементів для розв'язання геометрично нелінійних задач будівельної механіки для вісе- та циклічно симетричних просторових тіл під дією довільних статичних та динамічних навантажень на основі базового кільцевого скінченного елемента. Отримано оцінку параметрів раціонального застосування алгоритмів урахування геометричної нелінійності визначеного класу конструкцій.

Іл. 6. Бібліогр. 11 назв.

UDC 539.3

Solodei I.I., Kozub Yu.G., Stryhun R.L., Shovkivska V.V. Algorithms analysis for solving geometrically nonlinear mechanics problems in the scheme of the semi-analytical finite element method // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles- K.: KNUBA, 2022. – Issue109. - P. 109-119.

The effectiveness of using the semi-analytical finite element method (SAFEM) to research geometrically nonlinear construction mechanics problems for 3D bodies of revolution under the arbitrary loads based on a basicring finite element is considered. An estimate of the rational application parameters of algorithms for taking into account the geometric nonlinearity of a defined above structures class, which has been obtained.

Fig. 6. Ref. 11.

Автор: доктор технічних наук, професор, професор кафедри будівельної механіки СОЛОДЕЙ Іван Іванович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури. СОЛОДЕЙ Іван Іванович

Роб. тел.: +38 (044) 241-55-55

Моб. тел.: +38 (050)357-44-90

E-mail: solodei.ii@knuba.edu.ua

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-7638-3085>

Автор: доктор технічних наук, доцент, завідувач кафедрою фізико-технічних систем та інформатики Державного закладу "Луганський національний університет" Козуб Юрій Гордійович

Адреса робоча: м. Полтава

Моб. тел.: +380506025625

Email: kosub.yg@gmail.com

ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-3366-6031>

Автор: кандидат технічних наук, доцент кафедри будівельної механіки СТРИГУН Руслан Леонідович

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури. СТРИГУН Руслан Леонідович

Роб. тел.: +38 (044) 241-55-55

Моб. тел.: +38(068)7905651

Email: stryhun.rl@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1174-5310>

Автор: кандидат економічних наук, доцент кафедри економічної теорії, обліку та оподаткування ШОВКІВСЬКА Вікторія Василівна

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект, 31, Київський національний університет будівництва і архітектури ШОВКІВСЬКА Вікторія Василівна

Роб. тел.: +38 (044) 242-45-26

Моб. тел.: +38 (066) 460-00-01

Email: shovkivska.vv@knuba.edu.ua

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-2379-0362>