

УДК 624.94.012.6.044

ДО РОЗРАХУНКУ СТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ТОНКОСТІННИХ СТЕРЖНІВ

А.В. Перельмутер,
д-р техн. наук

НПО СКАД Софт, 03037, Київ, вул. Освіти, 3а, оф. 2.

Київський національний університет будівництва і архітектури

DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.119-130

Розглядається розрахунок систем, складених із тонкостінних стрижнів відкритого профілю з урахуванням неоднаковості депланацій, що виникають у торцевих перерізах стрижнів, які примикають до вузла. Використовується метод скінчених елементів з матрицею жорсткості тонкостінного стрижня 14-го порядку, побудованої на підставі класичної безсувної теорії Власова для стрижнів відкритого профілю, коли враховується депланация поперечного перерізу. Вузли розглядаються як суперелементи складені з оболонкових кінцевих елементів з m депланаційними ступенями свободи за кількістю стрижнів, що підходять до них, Вказано прийом побудови матриці жорсткості вузла, оснований на використанні нескінченно жорстких тіл, зміщення і повороти яких дозволяють імітувати вплив депланацій на вузол.

Ключові слова: тонкостінний стрижень, депланация, бімомент, суперелемент, матриця жорсткості.

Вступ. В останні роки спостерігається широке застосування металевих конструкцій у промисловому та цивільному будівництві. Особливе місце в будівельній індустрії займають легкі сталеві тонкостінні конструкції, що мають ряд технологічних та експлуатаційних переваг (легкість, швидкозведення і т.д.).

Теоретично у тонкостінних стрижнях фігурує поняття додаткового силового чинника, бімомента, якому відповідає «сьома ступінь свободи» – депланация перерізу тонкостінного стрижня. Слід зазначити, що в інженерній практиці бімомент є важливою характеристикою, оскільки він безпосередньо впливає на нормальні напруження, які враховуються під час перевірки несучої здатності.

Але проблема полягає в тому, що для систем, складених із тонкостінних стрижнів, відсутня методика розрахунку, що враховує взаємодію бімоментів у вузлах, де такі стрижні стикаються. В якості такої методики іноді використовують апроксимацію стрижня набором оболонкових скінчених елементів, але при цьому кількість невідомих зростає в порівнянні зі стрижневою апроксимацією схеми в багато разів і розрахунок будь якої складної конструкції стає проблематичним.

Було чимало спроб побудови досить універсального алгоритму для розрахунку довільних тонкостінних стрижневих систем, і тут основною проблемою було формулювання крайових умов на кінцях тонкостінного стрижня.

У деяких роботах виходили з того, що на кінці стрижня депланація або повністю відсутня (абсолютно жорсткий вузол) або не зустрічає жодних перешкод (шарнір щодо депланації). Однією з перших робіт цього напрямку була стаття [9]. У ній розглядалися просторові (зокрема, циклічно симетричні) системи із тонкостінних стрижнів. Передбачалося, що їхні вузли є або нескінченно жорсткими, і депланація торцевих перерізів усіх стрижнів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю, або конструкція вузла така, що для всіх торцевих перерізів забезпечується свобода депланації і нулю дорівнюють бімоменти в торцевих перерізах стрижнів.

В інших дослідженнях використовувалася гіпотеза про рівність депланацій на торцях всіх тонкостінних стрижнів, що сходяться у вузлі (див., наприклад, [12]), в дещо зміненій формі ця ж гіпотеза присутня в роботі [10], в якій вводиться поняття «коефіцієнт перетворення депланації». Ці коефіцієнти задаються для переходу типу "стрижень-стрижень", а не "стрижень-вузол" і визначаються для пари стрижнів, що примикають до вузла. Яким він буде для третього, четвертого або іншого стрижня, які можуть сходитися у вузлі невідомо. Оскільки депланація є скаляром, повністю позбавлені сенсу висловлювання типу «орієнтація осі депланації», і навіть інші маніпуляції зі зміною орієнтації таких «осей», якими насичена книга [10].

У всіх цих публікаціях мало уваги приділялося значному впливу структури вузла на його деформації та розподіл бімоментів у поперечних перерізах. У 1975 році Szmídt J.K. був першим, хто помітив та вивчив ці важливі ефекти. Він представив ці особливості роботи рам, виготовлених з двутаврових тонкостінних стрижнів, з допомогою розрахунку методом скінчевих елементів, та виконав експериментальні дослідження. Було підтвержено важливий вплив конструкції вузла на розподіл внутрішніх сил, зокрема бімоментів [23].

У загальному випадку неспроможність гіпотези про рівність депланацій всіх торцевих перерізів, що примикають до вузла, була продемонстрована в роботі [7]. На простих прикладах було продемонстровано, що депланації торцевих перерізів всіх елементів, що сходяться у вузлі, не збігаються, а їх значення залежать від конструкції вузла, деформація якого надає помітний вплив на поведінку конструкції.

Виходом із ситуації став підхід, запропонований у роботах польського вченого S. Koczubiej [19, 17]. Оскільки повне скінченно-елементне моделювання всіх тонкостінних стрижнів призводить до дуже громіздких розрахункових схем, у його роботах пропонується використовувати плоскі скінченні елементи тільки в зоні конструкції вузла, а поза конструкцією вузла – тонкостінні скінченні елементи. Такий підхід значно скорочує обсяг вихідної інформації, а модель конструкції відбиває її стрижневий характер.

Природним розвитком цієї ідеї було введення поняття суперелемента вузла [22, 20], яке дозволяє врахувати взаємодію між внутрішніми зусиллями та деформацією вузла і торцевими перерізами тонкостінних стрижнів, що примикають до нього.

Є.І. Бритвін у роботі [1] запропонував метод розрахунку просторових рамних конструкцій, сформованих з тонкостінних стрижнів, що враховує нерівність деплантацій перерізів, тих стрижнів, що підходять до вузла. Вузол розглядається як одноточковий скінчений елемент з n деплантаційними ступенями свободи за кількістю стрижнів, що підходять до нього. Дається досить витончений спосіб побудови матриці жорсткості вузла і показано, що елементи конструкції вузла виконують роль зовнішніх пружних деплантаційних в'язів, накладених на вузол.

Були запропоновані інші прийоми розрахунку, що дозволяють врахувати деформативність вузлових з'єднань [15], [19]. У всіх згаданих роботах центральним моментом алгоритму є побудова матриці жорсткості вузла, в основі якого лежить аналіз скінчено-елементної моделі вузла, і ця модель безпосередньо або після спеціальної обробки включається до загальної розрахункової схеми.

Тонкостінний стрижень як елемент МСЕ. Двохвузловий скінчений елемент тонкостінного стрижня має 14 ступенів свободи, як показано на рис. 1.

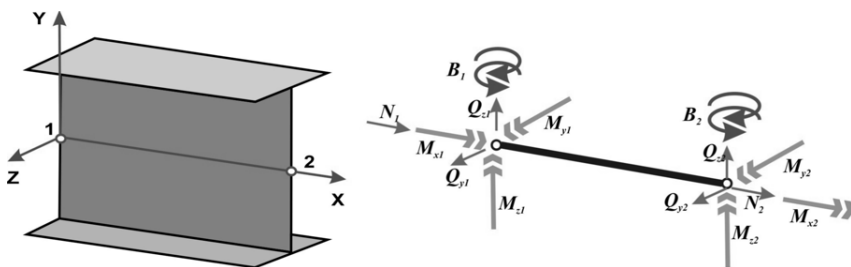


Рис. 1. Тонкостінний стрижень: система координат та кінцеві зусилля

Матриця жорсткості, елемента має структуру, представлену схематично рівнянням (1):

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ Q_{y1} \\ Q_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ M_{z1} \\ B_1 \\ N_2 \\ Q_{y2} \\ Q_{z2} \\ M_{x2} \\ M_{y2} \\ M_{z2} \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & 0 & 0 & 0 & r_{1,5} & r_{1,6} & 0 & r_{1,8} & 0 & 0 & r_{1,11} & r_{1,12} & 0 & 0 \\ & r_{2,2} & 0 & 0 & 0 & r_{2,5} & 0 & 0 & r_{2,9} & 0 & 0 & 0 & r_{2,13} & 0 \\ & & r_{3,3} & 0 & r_{3,5} & 0 & 0 & 0 & r_{3,10} & 0 & r_{3,12} & 0 & 0 & 0 \\ & & & r_{4,4} & 0 & 0 & r_{4,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & r_{5,5} & r_{5,6} & 0 & 0 & r_{5,10} & r_{5,12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & r_{6,6} & 0 & r_{6,8} & r_{6,9} & 0 & 0 & 0 & r_{6,13} & 0 \\ & & & & & & r_{7,7} & r_{7,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{7,14} & 0 \\ & & & & & & & r_{8,8} & 0 & 0 & 0 & r_{8,12} & r_{8,13} & 0 \\ & & & & & & & & r_{9,9} & 0 & 0 & 0 & r_{9,13} & 0 \\ & & & & & & & & & r_{10,10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & r_{10,12} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & r_{11,11} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & & r_{12,12} & r_{12,13} & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & r_{13,13} & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & r_{14,14} \\ & & & & & & & & & & & & & & & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \varphi_{x1} \\ \varphi_{y1} \\ \varphi_{z1} \\ D_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \varphi_{x2} \\ \varphi_{y2} \\ \varphi_{z2} \\ D_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Симетрично

Компоненти цієї матриці обчислюються за формулами:

$$\begin{aligned}
 r_{1,1} = r_{8,8} = EA/l, \quad r_{1,8} = -EA/l, \quad r_{2,2} = r_{9,9} = 12EI_z/l^3, \quad r_{2,6} = r_{2,13} = 6EI_z/l^2, \\
 r_{2,9} = -12EI_z/l^3, \quad r_{9,13} = -6EI_z/l^2, \quad r_{3,3} = r_{10,10} = 12EI_y/l^3,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 r_{3,5} = r_{3,12} &= -6EI_y/l^2, \quad r_{3,10} = -12EI_{yz}/l^3, \quad r_{10,12} = -6EI_y/l^2, \\
 r_{2,2} = r_{9,9} &= \lambda EI_{\omega}/l^3, \quad r_{4,11} = -\lambda EI_{\omega}/l^3, \quad r_{11,14} = -\alpha EI_{\omega}/l^3, \\
 r_{5,5} = r_{12,12} &= (4EI_y + EAz^2)/l, \quad r_{5,12} = (2EI_y - EAz^2)/l, \\
 r_{6,6} = r_{13,13} &= (4EI_z + EAy^2)/l, \quad r_{6,9} = -6EI_z/l^2, \quad r_{6,13} = (2EI_z - EAy^2)/l, \\
 r_{7,7} = r_{14,14} &= \mu EI_{\omega}/l, \quad r_{7,11} = -\alpha EI_{\omega}/l^2, \quad r_{7,14} = gEI_{\omega}/l.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Вони залежать від таких функцій параметру $k = \sqrt{GI_d/(EI_{\omega})}$

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{k^2 l^2 [ch(kl) - 1]}{kl sh(kl) - 2ch(kl) + 2}; \quad g = \frac{kl [sh(kl) - kl]}{kl sh(kl) - 2ch(kl) + 2}; \\
 \lambda &= \frac{k^3 l^3 sh(kl)}{kl sh(kl) - 2ch(kl) + 2}; \quad \mu = \frac{kl [kl ch(kl) - sh(kl)]}{kl sh(kl) - 2ch(kl) + 2}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Перетворення до глобальних координат необхідне для складання ансамблю елементів (рівнянь рівноваги). Ці перетворення виконуються досить просто для векторів зсувів та векторів внутрішніх зусиль, де вони реалізуються за допомогою матриці \mathbf{C} косінусів кутів між локальними та глобальними осями координат. Але вузлові зміщення та повороти є векторними величинами, а депланація – це скаляр. Це визначається відомим твердженням, що дивергенцією вектора $\mathbf{M} = (M_x, M_y, M_z)$ є скалярна функція $div \mathbf{M} = \partial M_x / \partial x + \partial M_y / \partial y + \partial M_z / \partial z$. Тому матриця перетворення має вигляд

$$\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}, \tag{5}$$

де $\mathbf{0}$ – трикомпонентний нульовий вектор.

Вузлові суперелементи. Вузли тонкостінних каркасів є найбільш значущими елементами, де тонкостінні стрижні з'єднані під різними кутами. В цьому випадку в рамках одномірної класичної теорії стрижнів неможливо визначити, яким чином вузол розподіляє депланації та бімоменти. Це можна зробити тільки при розгляді конструкції вузлового з'єднання стрижнів і при розрахунках методом скінченних елементів моделлю вузла є суперелемент, за допомогою якого можна врахувати всі згадані ефекти.

Зовнішніми вузлами такого суперелементу є вузли, до яких примикають торцеві перерізи тонкостінного стрижня. Ці вузли передають бімоменти, а їх переміщення повинні допускати деформацію депланаційного типу, що виникає на торці тонкостінного стрижня. Це досягається, як, наприклад, запропоновано в роботі [22] шляхом встановлення нескінченно жорстких тіл, приєднаних до вузлів, відповідних кожній пластині, з яких складається тонкостінний стрижень (див. рис 2).

Ці тіла з'єднують один незалежний вузол («провідний») зі змінною кількістю залежних вузлів («відомих»). За допомогою твердих тіл можна

імітувати завдання депланації. Дійсно, при крученні тонкостінного стрижня, внаслідок депланації перерізу, поздовжні переміщення у напрямку осі стрижня X змінюються згідно із законом секторіальних площин

$$u = -\frac{d\varphi_x}{dx}\omega. \quad (6)$$

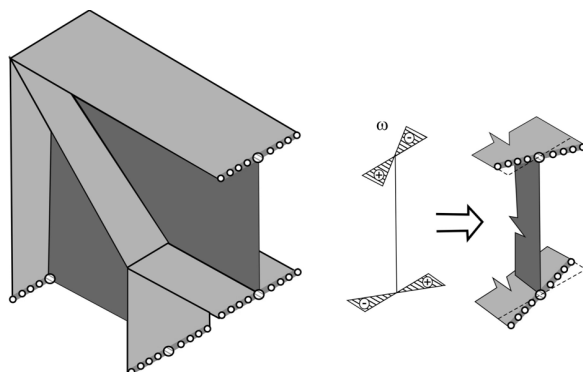


Рис. 2. Вузловий суперелемент: - вузли примикання торцевих перерізів, - тверде тіло та його провідний вузол

Якщо депланація $D = d\varphi_x/dx$ дорівнює одиниці ($D=1,0\text{ м}^{-1}$), то переміщення контуру поперечного перерізу чисельно збігаються зі взятою із зворотним знаком епюрою секторіальних площин. Отже, при одиничній депланації потрібно задати переміщення u чисельно рівними значенням $-\omega$. А це можна зробити, задавши провідним вузлам жорстких тіл зміщення та повороти, як це показано на рис. 3.

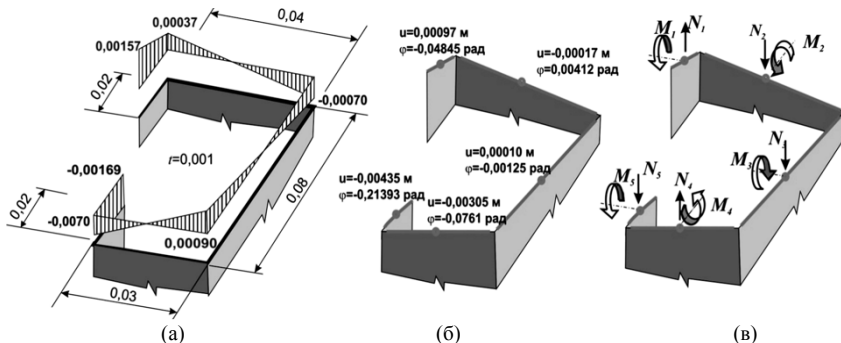


Рис. 3. Імітація одиничної депланації: (а) - еюра секторіальних площ, (б) - відповідні їй задані переміщення провідних вузлів, (в) - реакції у зв'язках

Матриця жорсткості вузлового суперелементу щодо депланацій має структуру, схематично представлену у співвідношенні (7)

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{m1} & d_{m2} & \dots & d_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \dots \\ D_m \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Елементи d_{jk} ($j, k = 1, 2, \dots, m$) цієї матриці розраховується за загальною процедурою одиничних примусових переміщень. Розглядається послідовність навантажень, у кожному з яких одному з провідних вузлів задається зміщення та кут повороту, навколо осі, перпендикулярній до напрямку відповідної смужки. Значення цих параметрів обчислюються за формулами:

$$u_i = (\omega_{i,b} + \omega_{i,e}) / 2, \quad \varphi_i = \arctan((\omega_{i,b} - \omega_{i,e}) / b_i), \quad i = 1, \dots, m. \quad (8)$$

Тут введені такі позначення: $\omega_{i,b}$, $\omega_{i,e}$ – значення секторіальної площі перерізу на початку (begin) і в кінці (end) аналізованої i -тої смужки, b_i – її ширина.

Результуючі реакційні сили, що виникають при примусовому зміщенні кожного набору жорстких тіл, що відносяться до стику з тонкостінним стрижнем, утворюють відповідні стовпці матриці жорсткості суперелемента. Реакційні сили (моменти M_i та поздовжні сили N_i) виникають у накладених на провідні вузли зв'язках, за допомогою зміщень яких задавалися величини u_i та φ_i .

Ці зосереджені у провідних вузлах реакції можна розглядати як рівнодіючі напруження σ_{ω} , які діють з боку вузла на жорстке тіло і розподілені в межах смужки, що розглядається, за лінійним законом, змінюючись від значення $\sigma_{\omega,b}$ до значення $\sigma_{\omega,e}$.

Їх значення для i -тої смужки визначаються за формулами

$$\sigma_{\omega,b,i} = \frac{N_i}{tb_i} + \frac{6M_i}{tb_i^2}, \quad \sigma_{\omega,e,i} = \frac{N_i}{tb_i} - \frac{6M_i}{tb_i^2}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (9)$$

Звичайно, що повинні виконуватись рівності

$$\sigma_{\omega,e,i} = \sigma_{\omega,b,i+1}, \quad i = 1, \dots, m-1, \quad (10)$$

які можна використовувати для контролю точності обчислень, і при порушенні (10) вважати що правильне значення напруги в точці стикування смужок (нехай її номер буде k) дорівнює

$$\sigma_{\omega,k} = (\sigma_{\omega,e,i} + \sigma_{\omega,b,i+1}) / 2, \quad k = 1, \dots, m-1. \quad (10)$$

Якщо скористатися значеннями напруги, то з відомого виразу

$$\sigma_{\omega,k} = \frac{B\omega_k}{I_{\omega}} \quad (11)$$

легко знайти величину бімоменту B .

При абсолютно точних розрахунках значення, обчислені при різних $\sigma_{\omega,k}$, ω_k , повинні збігатися, але враховуючи наближеність МСЕ-моделі вузла це може не статися. Тоді слід скористатися середнім значенням.

Ілюстративний приклад

Розглянемо найпростішу тристрижневу систему з жорстким закріпленням зовнішніх вузлів. Початкові вузли стрижнів з'єднуються вузловою конструкцією (рис. 4), яка характеризується матрицею жорсткості щодо депланцій:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{12} & d_{22} & d_{23} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \end{bmatrix}.$$

Матриці жорсткості елементів мають розміри лише 7×7 , і можуть бути представлені як

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{6 \times 6}^e & \mathbf{k}_{6 \times 1}^e \\ (\mathbf{k}_{6 \times 1}^e)^T & k_{77}^e \end{bmatrix},$$

де $\mathbf{K}_{6 \times 6}^e$ - підматриця елемента, що відповідає шести звичайним ступеням свободи в початковому кінці стрижня.

А система вирішальних рівнянь щодо звичайних вузлових переміщень $u_1 \dots u_6$ та депланцій торцевих перерізів стрижнів D_1, D_2, D_3 із глобальною матрицею жорсткості буде мати вигляд:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} u_1 \dots u_6 & D_1 & D_2 & D_3 \\ \mathbf{K}_{6 \times 6}^1 + \mathbf{K}_{6 \times 6}^2 + \mathbf{K}_{6 \times 6}^3 & \mathbf{0}_{6 \times 1} & \mathbf{0}_{6 \times 1} & \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} & k_{77}^1 + d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} & d_{21} & k_{77}^2 + d_{22} & d_{23} \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} & d_{31} & d_{32} & k_{77}^3 + d_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{6 \times 1} \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}.$$

Тут $\mathbf{p}_{6 \times 1}$ – вектор вузлових навантажень, b_1, b_2 та b_3 – наведені до вузлів бімоменти, що виникають від місцевих навантажень на стрижні.

Розрахункова модель вузлового суперелемента побудована в програмі СКАД із кінцевих оболонкових елементів (тип 44) товщиною 10 мм (див. рис. 5). Для трьох контактів із двотавровими стрижнями передбачені жорсткі тіла, на вузлах полиць, на вузлах стінки, у яких секторіальні координати $\omega=0$, такі тіла не будувалися.

Депланція визначається поворотом твердих тіл, прив'язаних до вузлів полиць двотаврів, на кути $+\varphi$ і $-\varphi$ навколо осі, що збігається з напрямком стінки. Кут φ обчислюється за формулою (8) за значенням секторіальних координат дорівнює:

для твердих тіл 1 і 2 $\varphi=0,1185$ рад,

для твердого тіла 3 $\varphi=0,2360$ рад.

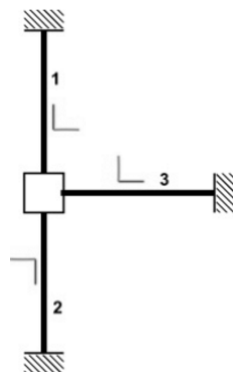


Рис. 4. Приклад системи тонкостінних стрижнів

Розрахунок виконувався за програмою СКАД, розглянуто три навантаження депланациями (рис. 6), відповідні деформовані схеми для них показані на рис. 7.

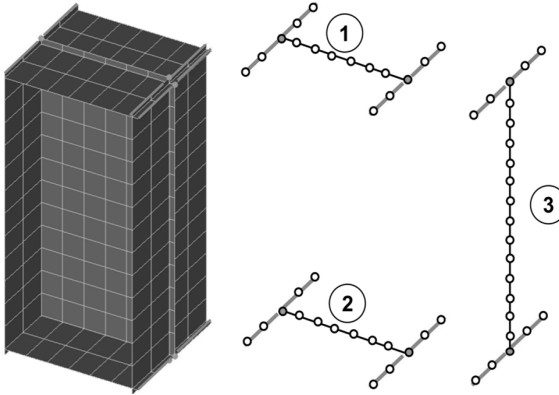


Рис. 5. Конструкція вузла та жорсткі тіла в місцях контакту зі стрижнями

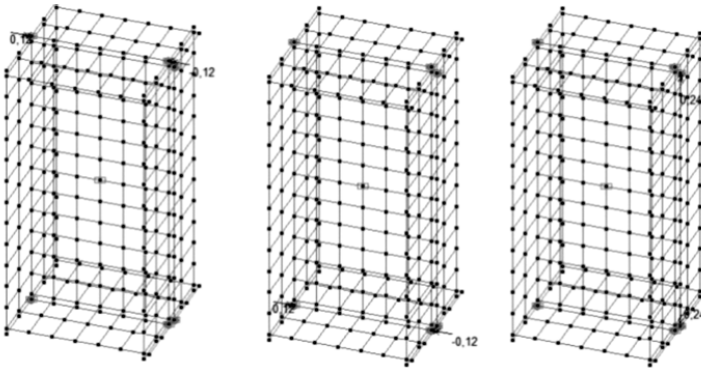


Рис. 6. Схеми навантажень

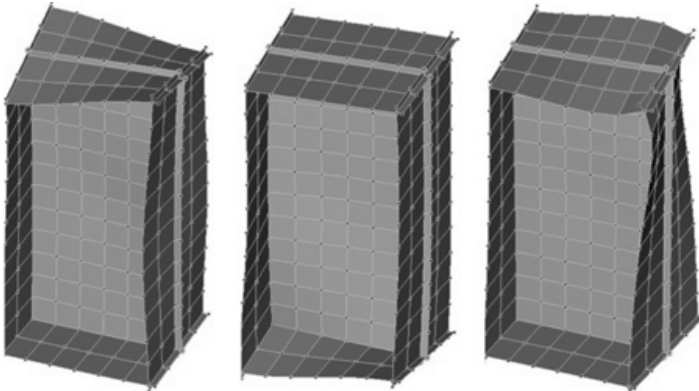


Рис. 7. Результати розрахунків – деформовані схеми вузлового суперелемента

Матриці жорсткості вузла щодо депланаций обчислені за значеннями реактивних моментів провідних вузлів твердих тіл. Для товщини елементів вузла, що дорівнює 10 мм, матриця **D** має вигляд

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0,53688 & 0,03492 & -0,50411 \\ 0,03492 & 0,53688 & -0,49476 \\ -0,50411 & -0,49476 & 7,24104 \end{bmatrix}.$$

Висновок

Розглянута методика визначає реалістичний підхід до вирішення проблеми розрахунку конструкцій, сформованих їх тонкостінних стрижневих елементів. Необхідність попереднього дослідження кінцево-елементної моделі вузла, покладена в її основу, не є надмірно обтяжливою процедурою, особливо для каркасів регулярного типу, у яких більшість вузлів є однаковими.

Для багатьох часто використовуваних конструктивних систем, наприклад для каркасів багатоповерхових житлових та офісних будівель, можна уявити спеціальну бібліотеку матриць жорсткості типових вузлових з'єднань.

Пристосування існуючих розрахункових програм для використання описаної методики можна уявити або у формі, що допускає використання числових матриць жорсткості вузлових суперелементів, або шляхом розробки спеціалізованих блоків препроцесора, щоб створювати згадані матриці жорсткості.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бритвин Е.И. К расчету рамных конструкций, составленных из тонкостенных стержневых элементов // Строительная механика и расчет сооружений, 2016, № 4 — С. 43-54.
2. Бычков Д. В. Строительная механика стержневых тонкостенных конструкций. — М.: Гостройиздат, 1962. — 476 с.
3. Власов В. З. Тонкостенные упругие стержни. — М.: Госгортехиздат, 1940. — 256 с.
4. Горбунов Б. Н., Стрельбицкая А. И. Расчет прочности тонкостенных стержневых систем // Расчет пространственных конструкций. Вып. 1. — М.: Изд-во министерства строительства предприятий машиностроения, 1950. — С. 97–162.
5. Горбунов Б. Н., Стрельбицкая А. И. Теория рам из тонкостенных стержней. — М.: Гостехиздат, 1948. — 198 с.
6. Городецкий А. С., Здоренко В. С., Карпиловский В. С. Применение МКЭ к расчету тонкостенных стержневых систем // Сопроотивление материалов и теория сооружений. Вып. 28. — К.: Издательство Будівельник, 1976. — С. 134–140.
7. Перельмутер А.В., Юрченко В.В. О расчете пространственных систем из тонкостенных стержней открытого профиля // Строительная механика и расчет сооружений, 2012, №6 - С. 18-25.
8. Постнов В. А., Хархурим И. Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. М.: Судостроение, 1974. — 344 с.
9. Ставрики Л.Н. Устойчивость пространственных каркасов из тонкостенных симметричных профилей // Сборник трудов института строительной механики. №12 К. Изд-во АН УССР, 1950 — С.102-154.
10. Туснин А.Р. Численный расчет конструкций из тонкостенных стержней открытого профиля. — М.: Изд-во АСВ, 2009. — 143 с.
11. Урбан И.В. Теория расчета стержневых тонкостенных конструкций — М.: Трансжелдориздат, 1955 — 193 с.
12. Чернов С.А., Дьяков И.Ф. К расчету пространственной тонкостенной стержневой системы // Автоматизация и современные технологии. — 2008. — № 2. — С. 3–7.

13. Черный А. Н. К вопросу моделирования узловых соединений тонкостенной стержневой системы // Механика и процессы управления. – Ульяновск: УГТУ, 1996. – С. 54–58.
14. Bazant P., Nimeiri M.E. Large-deflection spatial buckling of thin-walled beams and frame // Journal of Structural Engineering. – ACSE, 1973. – #99. – P.1259–1281.
15. Cichoń C., Koczubiej S. Consistent FEM model for thin-walled space frames // Czasopismo Techniczne, 21, Budownictwo 1-B, 2008, vol. 21. – P. 3–20.
16. Gluck G., Kalev J. Computer method for analysis of multistory structures // Computer and Structures. – 1972. – v. 2. – № 5–6. – P.25–32.
17. Koczubiej S., Cichoń C. Shell-beam model of thin-walled space structures for geometrically nonlinear analysis // Proceeding of the 19th International Conference on Computer Methods in Mechanics CMM-2011, 9–12 May, 2011, Warsaw, Poland (Full text on CD-ROM).
18. Mikulski T. Thin-Walled Frames. Modeling and Sensitivity Analysis. Gdansk University of Technology —Gdansk: Publishers, Monographs, 2010.
19. Resaiee-Pajand M., Maayedian M. Explicit stiffness of tapered and mono-symmetric I beam-columns // International Journal of Engineering. – 2000. – v. 13. – № 2. – P. 1–18.
20. Szymczak C., Kreja I., Mikulski T., Kujawa M.: Sensitivity Analysis of Beams and Frames made of Thin-Walled Members. — Gdansk: Gdansk University of Technology Publishers, 2003.
21. Szmidt J. K. Analiza ram z elementów cienkościennych // Rozprawy Inżynierskie – Engng. Trans., 23, 1975, s. 447–472. (in Poland)

REFERENCES

1. Britvin E.I. K raschetu ramnykh konstrukcij, sostavlennyh iz tonkostennyh sterzhnevych elementov [To the calculation of frame structures made up of thin-walled rod elements] // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij, 2016, № 4 - S. 43-54.
2. Bychkov D. V. Stroitel'naya mekhanika sterzhnevych tonkostennykh konstrukcij [Structural mechanics of rod thin-walled structures]. – M.: Gosstrojizdat, 1962. – 476 s.
3. Vlasov V. Z. Tonkostennye uprugie sterzhni [Thin-walled elastic rods]. – M.: Gosgortekhzizdat, 1940. – 256 s.
4. Gorbunov B. N., Strel'bickaya A. I. Raschet prochnosti tonkostennyh sterzhnevych sistem [Calculation of the strength of thin-walled bar systems] // Raschet prostranstvennykh konstrukcij. Vyp. 1. – M.: Izd-vo ministerstva stroitel'stva predpriyatij mashinostroeniya, 1950. – S. 97–162.
5. Gorbunov B. N., Strel'bickaya A. I. Teoriya ram iz tonkostennyh sterzhnej [The theory of frames from thin-walled rods]. – M.: Gostekhzizdat, 1948. – 198 s.
6. Gorodeckij A. S., Zdorenko V. S., Karpilovskij V. S. Primenenie MKE k raschetu tonkostennyh sterzhnevych sistem [Application of FEM to the design of thin-walled bar systems] // Soprotivlenie materialov i teoriya sooruzhenij. Vyp. 28. – K.: Izdatel'stvo Budivel'nyk, 1976. – S. 134–140.
7. Perel'muter A.V., YUrchenko V.V. O raschete prostranstvennyh sistem iz tonkostennyh sterzhnej otkrytogo profilya [On the calculation of spatial systems from thin-walled bars of an open profile] // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij, 2012, №6 — S. 18-25.
8. Postnov V. A., Harhurim I. YA. Metod konechnykh elementov v raschetah sudovykh konstrukcij [Finite element method in calculations of ship structures]. M.: Sudostroenie, 1974. – 344 s.
9. Stavradi L.N. Ustojchivost' prostranstvennykh karkasov iz tonkostennyh simmetrichnykh profiley [Stability of spatial frameworks from thin-walled symmetrical profiles] // Sbornik trudov instituta stroitel'noj mekhaniki. №12 K. Izd-vo AN USSR, 1950 — S.102-154.
10. Tusnyn A. R. Chislennyj raschet konstrukcij iz tonkostennyh sterzhnej otkrytogo profilya [Numerical calculation of structures from thin-walled rods of an open profile]. — M. :Izd-vo ASV, 2009. — 143 s.
11. Urban I.V. Teoriya rascheta sterzhnevych tonkostennykh konstrukcij [Theory of calculation of bar thin-walled structures] — M.: Transzheldorizdat, 1955 — 193 s.
12. Chernov S. A., D'yakov I. F. K raschetu prostranstvennoj tonkostennoj sterzhnevoj sistemy [To the calculation of a spatial thin-walled rod system] // Avtomatizaciya i sovremennye tekhnologii. – 2008. – № 2. – S. 3–7.
13. Chernyj A. N. K voprosu modelirovaniya uzlovnyh soedinenij tonkostennoj sterzhnevoj sistemy // Mekhanika i processy upravleniya [On the issue of modeling nodal connections of a thin-walled rod system]. – Ulyanovsk: UGTU, 1996. – S. 54–58.
14. Bazant P., Nimeiri M. E. Large-deflection spatial buckling of thin-walled beams and frame // Journal of Structural Engineering. – ACSE, 1973. – #99. – P.1259–1281.

15. Cichoń C., Koczubiej S. Consistent FEM model for thin-walled space frames // *Czasopismo Techniczne*, 21, Budownictwo 1-B, 2008, vol. 21. – P. 3–20.
16. Gluck G., Kalev J. Computer method for analysis of multistory structures // *Computer and Structures*. – 1972. – v. 2. – № 5–6. – P.25–32.
17. Koczubiej S., Cichoń C. Shell-beam model of thin-walled space structures for geometrically nonlinear analysis // *Proceeding of the 19th International Conference on Computer Methods in Mechanics CMM-2011*, 9–12 May, 2011, Warsaw, Poland (Full text on CD-ROM).
18. Mikulski T.: *Thin-Walled Frames. Modeling and Sensitivity Analysis*. Gdansk University of Technology —Gdansk: Publishers, Monographs, 2010.
19. Resaiee-Pajand M., Maayedian M. Explicit stiffness of tapered and mono-symmetric I beam-columns // *International Journal of Engineering*. – 2000. – v. 13. – № 2. – P. 1–18.
20. Szymczak C., Kreja I., Mikulski T., Kujawa M.: *Sensitivity Analysis of Beams and Frames made of Thin-Walled Members*. — Gdansk: Gdansk University of Technology Publishers, 2003.
21. Szmidt J. K. Analiza ram z elementów cienkościennych // *Rozprawy Inżynierskie – Engng. Trans.*, 23, 1975, s. 447–472. (in Poland)

Стаття надійшла 08.04.2022

Перельмутер А.В.

ДО РОЗРАХУНКУ СТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ТОНКОСТІННИХ СТЕРЖНІВ

Стаття містить короткий історичний нарис, щодо основних ідей розрахунку систем, складених із тонкостінних стрижнів відкритого профілю. Визначається важливість урахування конструктивних рушень вузлових з'єднань, їх вплив на перерозподіл деплацій, що виникають у торцевих перерізах стрижнів, які примикають до вузла. Аналізуються основні підходи до розрахунку вказаних систем з урахуванням нерівності вузлових деплацій.

Пропонується використовувати метод скінчених елементів використанням у якості скінчених елементів тонкостінних стрижнів і спеціально побудованих суперелементів, що враховують участь вузлових з'єднань. Матриця жорсткості тонкостінного стрижня 14-го порядку, побудована на підставі класичної безсувної теорії Власова для стрижнів відкритого профілю, коли враховується деплація поперечного перерізу. Вузлові суперелементи складаються з ободкових кінцевих елементів і мають m деплаційних ступенів свободи відповідно кількістю стрижнів, що підходять до вузла.

За допомогою матриці жорсткості вузлового суперелементу реалізується зв'язок між деплаціями, які впливають на вузол, і реактивними зусиллями, що мають вигляд бімоментів. Вказано прийом побудови матриці жорсткості вузла, яка оснований на використанні нескінченно жорстких тіл, зміщення і повороти яких дозволяють імітувати вплив деплацій на вузол. Вказано на особливості операції асемблювання при наявності вузлових суперелементів.

Вказано на можливі варіанти включення розглянутої методики у програмні комплекси для розрахунку будівельних конструкцій.

Ключові слова: тонкостінний стрижень, деплація, бімомент, суперелемент, матриця жорсткості.

Perelmuter A.V.

TO THE CALCULATION OF STEEL STRUCTURES FROM THIN-WALLED RODS

The article contains a brief historical essay on the main ideas for calculating systems composed of thin-walled rods of open profile. The main approaches to the calculation of these systems taking into account the inequality of nodal deplanations are analyzed.

It is proposed to use the finite element method using thin finite rods and specially constructed superelements as finite elements, which take into account the participation of nodal joints. The stiffness matrix of a thin-walled rod of the 14th order, built on the basis of the classical Vlasov's non-slip theory for open-profile rods, when the cross-sectional displacement is taken into account. Nodal superelements consist of shell finite elements and have m deplanation degrees of freedom according to the number of rods that approach the node.

With the help of the matrix of stiffness of the nodal superelement, the connection between the deplanai, which affect the node, and the reactive forces, which have the form of bimoments realized. The method of construction of the node stiffness matrix is indicated, which is based on the use of infinitely rigid bodies, displacements and rotations of which allow to simulate the

influence of deplanations on the node. The peculiarities of the assembly operation in the presence of nodal superelements are indicated.

Possible variants of inclusion of the considered technique in software complexes for calculation of building designs are specified.

Keywords: thin-walled rod, deplanation, bimoment, superelement, stiffness matrix.

УДК 624.94.012.6.044

Перельмутер А.В. До розрахунку сталевих конструкцій із тонкостінних стержнів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2021. – Вип. 108. – С. 119-130.

Розглядається розрахунок систем, складених із тонкостінних стержнів відкритого профілю з урахуванням неоднаковості депланацій, що виникають у торцевих перерізах стержнів, які примикають до вузла. Використовується метод скінчених елементів з матрицею жорсткості тонкостінного стержня 14-го порядку, побудованої на підставі класичної безсувної теорії Власова для стержнів відкритого профілю, коли враховується депланація поперечного перерізу. Вузли розглядаються як суперелементи складені з оболонкових кінцевих елементів з m депланаційними ступенями свободи за кількістю стержнів, що підходять до них. Вказано прийом побудови матриці жорсткості вузла, оснований на використанні нескінченно жорстких тіл, зміщення і повороти яких дозволяють імітувати вплив депланацій на вузол.

Рис. 7. Бібліог. 21 назв

UDC 624.94.012.6.044

Perelmuter A.V. To the calculation of steel structures from thin-walled rods // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2021. – Issue 108. – P. 119-130.

The calculation of systems composed of thin-walled rods of open profile is considered, taking into account the inequality of deplanations that occur in the end sections of the rods adjacent to the node. The finite element method with a stiffness matrix of a thin-walled rod of the 14th order, built on the basis of the classical non-slip Vlasov theory for open-profile rods, is used, when the cross-section deplanation is taken into account. Nodes are considered as superelements composed of shell finite elements with m deplanation degrees of freedom by the number of rods that fit them.

Figs 7. Refs. 21.

УДК 624.94.012.6.044

Перельмутер А.В. К расчету стальных конструкций из тонкостенных стержней // Спротивлення матеріалів і теорія споруджень: науч.-тех. збірн. – К.: КНУСА, 2022. – Вип. 108. – С. 119-130.

Рассматривается расчет систем, составленных из тонкостенных стержней открытого профиля с учетом неравенства депланаций примыкающих к узлам торцевых сечений. Используется метод конечных элементов с матрицей жесткости тонкостенного стержня 14-го порядка, построенной на основании классической безсдвиговой теории Власова для стержней открытого профиля, когда учитывается депланация поперечного сечения. Узлы рассматриваются как суперэлементы с m депланационными степенями свободы по числу подходящих к ним стержней, составленные из оболочечных конечных элементов. Указан прием построения матрицы жесткости узла, основанный на использовании бесконечно жестких тел, смещения и повороты которых позволяют имитировать воздействие депланаций на узел.

Пл. 7. Библиог. 21 назв

Автор: доктор технічних наук, головний науковий співробітник HBO SCAD Soft
Перельмутер Анатолій Вікторович

Адреса: 03037, Україна, м. Київ, вул Освіти, 3а, Науково-виробниче об'єднання з обмеженою відповідальністю SCAD Soft

Мобільний тел.: +38 (050) 382-16-25

E-mail: AnatolyPerelmuter@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-9537-2728>