

УДК 517.11+519.92+539.3

ЗАСТОСУВАННЯ МІР НЕВИЗНАЧЕНОСТІ В ЗАДАЧІ ПОШУКУ КРИТИЧНОЇ СИЛИ ДЛЯ ОРТОТРОПНОЇ ОБОЛОНКИ ЗА УМОВ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ

В.О. Бараненко,

д-р техн. наук, професор кафедри будівельної механіки

Д.Л. Волчок,

канд. техн. наук, доцент кафедри будівельної механіки

Придніпровська державна академія будівництва та архітектури

DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.201-220

Розглядаються питання обчислення мір подій, що містять невизначені величини випадкової, нечіткої та неточної природи. Запропоновано алгоритми визначення мір подій, в основі яких узяті метод статистичного моделювання (Монте-Карло). Досліджено "шанси" виконання невизначеної події - умов несучої здатності циліндричної ортотропної оболонки стиснутою осью силою. Стохастична невизначеність задається щільністю розподілу випадкової величини. Нечіткі дані описуються функцією належності, а неточні – детермінованим верхнім та нижнім наближенням. Кожний вид невизначеності характеризується своїми мірами: імовірність - для опису модальності - "випадково", можливість - для опису модальності "нечітко", довіра - для опису модальності "неточно". В роботі пропонуються процедури обчислення перелічених мір. Також наводяться ілюстрації обчислення мір для аналізу обмежень несучої здатності: загальної і місцевої стійкості та міцності в задачі оптимального проектування стиснутої ортотропної циліндричної оболонки із склопластику в умовах невизначеності завдання геометричних параметрів – товщини і радіуса та відносного вмісту армуючих волокон. Результати обчислень порівнюються із розв'язком задачі при детермінованих даних.

Ключові слова: невизначеність, моделювання, міра, імовірність, нечіткість, неточність, множина, ортотропна циліндрична оболонка, оптимізація.

Вступ

В процесі проектування конструкцій, як правило, не формується інтелектуальна база знань про рішення, які приймаються. Проектувальники обмежуються, в основному, розрахунковою оцінкою стійкості проекту до впливу різного роду факторів. Вплив поточних змін окремих факторів на проект конструкції, в цілому не розглядається.

Однією з важливих задач, що виникають при формалізації процесів проектування і прийняття рішень, є задача оцінювання початкових параметрів, в тому числі і невизначених, які використовуються в математичних моделях.

В зв'язку з реалізацією таких задач зростає потреба в нових підходах до математичного опису інформації, що використовується і характеризується високим рівнем наявності невизначеності, яка в тій чи іншій мірі присутня в формулюваннях інженерних задач. Основні джерела появи невизначеності є:

- випадковість реалізації деяких подій;

- нечіткість опису початкових даних системи, що розглядається;
- неточність вимірювання.

При розв'язанні задач аналізу і оптимального проектування конструкцій (ОПК) в умовах невизначеності відносно факторів, що мають випадкову природу, застосовується теорія ймовірностей і математична статистика, яка набула широке розповсюдження в механіці [1, 2, 3, 4]. Методи цієї теорії пропонують імовірнісну інтерпретацію даних, що обробляються, та отримання статистичних висновків. В теперішній час з'явилися роботи, в яких застосовуються та розвиваються ідеї теорії нечітких множин (ТНМ) [5] в різних областях науки і техніки, в тому числі і проектуванні конструкцій [6, 7, 8]. Застосування ТНМ в задачах, пов'язаних з інженерними розрахунками, має виразно визначену асимптотику: при зменшенні степені нечіткості і неточності параметрів в формулюваннях задач аналізу та оптимального проектування. Розв'язки їх наближуються до розв'язків задач в звичайній (чіткій) постановці.

Невизначеності випадкової, нечіткої та неточної природи [9] мають різний вплив на систему, що досліджується, і це потребує дослідження. Мета даної роботи - показати, що міри невизначеності є придатним математичним апаратом для формулювання і розв'язання задач ОПК.

1. Міри невизначеності

Міра є філософською категорією, яка виражає єдність якісної і кількісної визначеності деякого явища чи події. Відомі міри, які приймаються в умовах випадкової, нечіткої і неточної невизначеності є відповідно імовірність (probability), можливість (possibility), довіра (trust). Міри невизначеності широко використовуються у зв'язку з проблемами штучного інтелекту. Опанування цього напрямку прикладної математики дає в руки науковцям і практикам в інженерії сучасний апарат дослідження. Нажаль, цей напрямок поки що остається сферою інтересів професіональних математиків.

В роботі розглядається задача визначення максимального значення осьової сили P^* , що діє на циліндричну армовану оболонку із склопластику, в умовах перелічених вище невизначеностей щодо завдання вихідних параметрів проектування: радіуса, товщини і відносного розташування армованих волокон. Математична модель задачі формується як

$$P^* = \arg \{ \max_P P \mid Ch(A) \geq \beta \}, \quad (1)$$

де A - невизначена подія виду

$$A: \{ g_j(x, \xi) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m \}, \quad (2)$$

а β - заданий заздалегідь рівень невизначеності;

$$g_1 = \frac{P}{Bx_1^2 \sqrt{x_3 x_4}} - 1; \quad g_2 = \frac{P}{Cx_1 x_2^3 x_3} - 1; \quad g_3 = \frac{P}{Dx_1 x_2 \sqrt[3]{x_3^2}} - 1; \quad g_4 = x_3 + x_4 - 1,$$

$$B = \frac{2\pi E}{\sqrt{3}}; C = \frac{\pi^3 E}{l^2}; D = 2\pi\sigma_0; \quad (3)$$

$x_1 = h$; $x_2 = R$; $x_3 = \theta$; $x_4 = 1 - \theta$; l – відповідно товщина, радіус, відносний вміст армуючих волокон і довжина оболонки. За змістом задачі ці величини є додатні. Величини E , σ_0 – відповідно модуль пружності і міцність матеріалу оболонки на стискання. "Шанс" виконання події A для різних видів невизначеності запишеться як

$$Ch(A) = \begin{cases} Prob(g_j(x, \xi) \leq 0), & \text{для випадкових величин,} \\ Pos(g_j(x, \xi) \leq 0), & \text{для нечітких величин,} \\ Tr(g_j(x, \xi) \leq 0), & \text{для неточних величин,} \end{cases} \quad (4)$$

в якій через ξ позначено невизначену величину із заданого набору $\{x_i\}$; $i = 1, 2, 3$.

2. Міра випадковості

Імовірнісною мірою (*Probability measure*) за Лапласом називають відношення числа сприятливих випадків появи події A до числа всіляких її результатів. Ці відношення називають імовірністю. За допомогою його можна виразити модальність "імовірність" кількісним чином. Величина ξ в (4) в цьому випадку є випадковою, яка задається апріорною функцією розподілення $F(x)$, або щільністю розподілу імовірності $f(x)$. Обчислення імовірності появи випадкової події A

$$p = Prob(A), \quad (5)$$

для будь-якої $f(x)$ ґрунтується на використанні методу Монте-Карло і посиленого закону "великих чисел" теорії ймовірності (перша теорема Бореля [10]). Метод Монте-Карло використовується для здійснення випробувань, в яких формується величина параметра невизначеності за відповідним законом $f(x)$ розподілу імовірності.

За роботою [9] алгоритм статистичного моделювання буде таким:

Крок 1. $N^* = 0$.

Крок 2. Отримати u - вектор випадкових величин за заданим законом розподілу.

Крок 3. Якщо $g_j(x, u) \leq 0$; $j = 1, 2, 3$, тоді $N^* = N^* + 1$.

Крок 4. Повторення кроків 2 і 3 N разів. Шуканий результат є N^* / N .

За посиленням законом "великих чисел" для будь-якого експерименту з нескінченим числом випробувань N має місце збіжність відносної частоти N^* / N появи випадкової події до істинної ймовірності, тобто

$$N^* / N \rightarrow p \text{ при } N \rightarrow \infty, \quad (6)$$

де N^* - число наслідків експерименту, що сприяють появі події A .

Обчислення імовірнісної міри розглянемо для події A - одночасного виконання умов несучої здатності стиснутої оболонки: місцевої, загальної втрати стійкості та міцності при дії сили P^* випадкового характеру.

Нехай осьове навантаження P^* є випадкова величина ξ з трикутним законом $T(a, m, b)$ розподілу щільності ймовірностей

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(m-a)}, & \text{якщо } a < x \leq m \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)}, & \text{якщо } m < x \leq b \\ 0, & \text{інакше } x. \end{cases} \quad (7)$$

Для заданого закону розподілу дії кроку 2 будуть такими:

$$u = a + (b-a)y,$$

де $y = \begin{cases} \sqrt{c\eta}, \eta < c \\ 1 - \sqrt{(1-c)(1-\eta)}, \eta \geq c \end{cases}$; $c = \frac{(m-a)}{b-a}$; $\eta = random[0,1]$. Параметри

розподілу a, b, m - будемо називати *інформаційною гранулою* (рис. 1) [12]. Визначимо їх як

$$a = m - \Delta_1; \quad b = m + \Delta_2; \quad \Delta_1 = k_1 m / 100; \quad \Delta_2 = k_2 m / 100,$$

де k_1, k_2 (%) - коефіцієнти розкиду границі гранули. Відрізок $[a, b]$

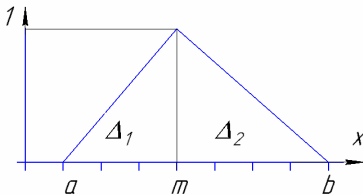


Рис. 1. Інформаційна гранула випадкової величини P^* , яка розподілена за трикутним законом

будемо називати шириною інформаційної гранули. Для випадку інформаційної гранули трикутного виду (рис. 1) множини розподілу ймовірностей від модального значення m стискаючої сили набувають вигляд, як на рис. 2.

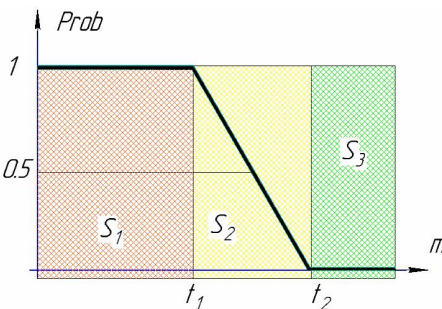


Рис. 2. Множини розподілу ймовірностей

Величини t_i , кН характеризують множини: $S_1 : [0; t_1]$; $S_2 : [t_1; t_2]$; $S_3 : [t_2; \infty]$. Множина S_1 відображає таку інформаційну ситуацію: подія A відбудеться обов'язково, оскільки $Prob(A)=1$. Множина S_2 характеризує ситуацію, коли подія A може відбутися з імовірністю

$0 < Prob(A) < 1$. Для елементів множини S_3 подія A обов'язково не відбудеться оскільки $Prob(A) = 0$.

Приклад 1. Обчислення імовірності

При числових вихідних даних, $E = 35 \text{ ГПа}$, $\sigma_0 = 0,4 \text{ ГПа}$, $l = 50 \text{ см}$, $h = 0,15 \text{ см}$, $R = 8 \text{ см}$, $\theta = 0,4$, виконано розрахунки імовірності виконання події A для різних значень параметрів k_1 та k_2 ширини інформаційної гранули. Результати розрахунків подано в таблиці 1. і на рисунку 3, з яких видно, що збільшення невизначеності призводить до збільшення величини границі t_2 у випадку симетричного завдання k_1 та k_2 . При несиметричному завданні k_1 та k_2 границі t_1 і t_2 змінюються.

Таблиця 1

Границі областей виконання події A

N експерименту	$k_1, (\%)$	$k_2, (\%)$	$t_1, \text{кН}$	$t_2, \text{кН}$
1	5	5	140	147,2
2	10	10	140	155,4
3	20	20	140	174,8
4	5	20	121,7	147,0
5	10	20	127,2	155,3

В таблиці 1 подана числова інформація про отримані параметри t_1 і t_2 для різних випадків завдання розміру ширини інформаційної гранули. При симетричному завданні $\Delta_1 = \Delta_2$ значення t_1 в проведених експериментах збігаються до величини $m_p = 140 \text{ кН}$. Величина t_2 збільшується із збільшенням параметрів k_1 та k_2 (можливих неточностей в завданні сили P).

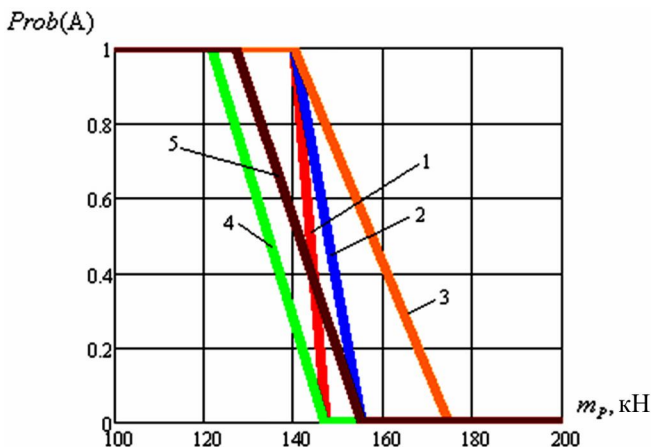


Рис. 3. Графічне представлення обчисленої імовірності та області виконання події A

Приклад 2. Визначення значення критичної сили, що стискає оболонку

Розглянемо таку задачу стохастичної оптимізації

$$P^* = \arg \left\{ \max_P P \mid \text{Prob}(g_j(x, \xi) \geq P) \geq \alpha, j = 1, 2, \dots, m \right\}. \quad (8)$$

Якщо взяти вирази g_j із обмежень (2), то модель (8) описує задачу визначення максимального значення осрової стискаючої сили P^* , яка діє на армовану циліндричну оболонку із склопластику в умовах випадкової інформації про геометричні параметри $\xi = (h, R)$ і виконання обмежень на загальну і місцеву стійкість та міцність. Нехай функції $f_h(x)$ і $f_R(x)$ задаються трикутним законом (8). Рівень імовірності $\text{Prob}(A)$ обмежений величиною $\alpha \in [0, 1]$, який задається заздалегідь.

Вище описана чисельна процедура визначення $\text{Prob}(A)$ вставляється в пошуковий алгоритм визначення максимуму. В роботі використано метод Монте-Карло. Результат обчислень для різних значень α і параметрів інформаційної гранули k_1, k_2 є максимальна величина стискаючої сили P^* , яка подана в таблиці 2. Числові розрахунки виконано для таких значень параметрів $m_h = 0.15\text{см}$, $m_R = 8\text{см}$, $E = 35\text{ГПа}$, $\theta = 0.4$, $\sigma_0 = 0,4\text{ГПа}$, $l = 50\text{см}$.

Таблиця 2

k_2 k_1	1	5	10	15	20	25
Для параметра $\alpha = 0.5$						
1	139.94	143.11	147.29	151.46	155.80	160.17
5	136.82	139.97	143.73	147.7	141.95	156.25
10	132.82	136.19	139.97	143.61	147.45	151.63
15	128.86	132.4	136.28	140	143.64	147.43
20	124.89	128.52	132.6	136.27	139.91	143.57
25	125.15	124.49	128.64	132.64	136.38	139.89
Для параметра $\alpha = 0.7$						
1	139.32	141.13	143.39	145.72	148.06	150.42
5	134.43	136.84	139.22	141.36	143.53	145.82
10	128.3	130.86	133.68	136.22	138.45	140.76
15	122.34	124.95	127.87	130.7	133.23	135.56
20	116.4	119.05	122.13	124.9	127.64	130.17
25	110.8	113.38	116.39	119.34	121.94	124.7
Для параметра $\alpha = 0.9$						
1	138.4	139.32	140.11	140.78	141.49	142.27
5	130.96	132.31	133.7	134.85	135.87	136.83
10	121.86	123.37	124.87	126.31	127.56	128.8
15	113.04	114.54	116.19	117.75	119.04	120.5
20	104.64	106.14	107.73	109.34	110.57	111.94
25	96.48	97.89	99.58	101.27	102.65	103.91

Із таблиці 2 видно, що: 1) для $\alpha = 0.5$ при симетричному завданні параметрів розкиду $k_1 = k_2$ значення сили P^* однакове і дорівнює 139,95 кН, як в детермінованому випадку;

2) Збільшення значень параметру k_1 при фіксованому k_2 призводить до зменшення сили P^* ;

3) Збільшення параметру k_2 при фіксованому значенні k_1 призводить до збільшення величини P^* ;

4) Збільшення коефіцієнта розкиду $k = k_1 = k_2$ призводить до зменшення критичної сили P^* . Причому, чим більше α тим менше становить величина P^* , тобто великі помилки при завданні випадкових параметрів h і R і потреби $\alpha \rightarrow 1$ призводить до зменшення несучої здатності конструкції, причому лінійно (рис. 4).

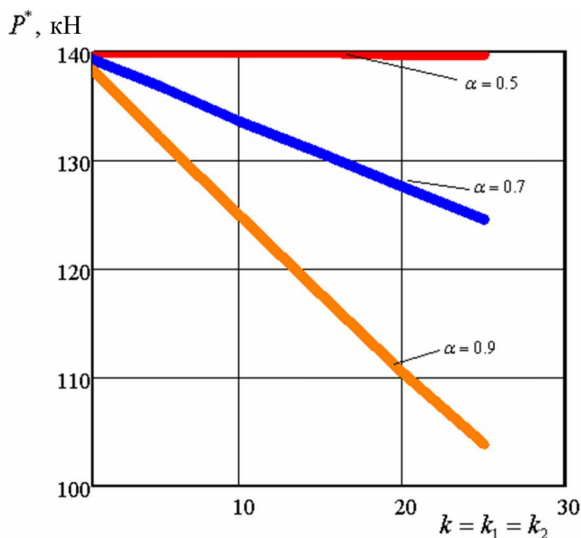


Рис. 4. Графік залежності величини сили P^* від параметрів α , k

3. Міра нечіткості

Нечіткість описується мірою *можливості* (*Possibility measure*), яка зумовлює ступінь виконання деякої нечіткої події в умовах обставин, які розглядаються. Міра можливості дозволяє виразити модальність "можливо" кількісним способом - додатним числом із інтервалу $[0,1]$.

3.1. Процедура обчислення міри можливості

Нехай $A: \{g_j(x, \xi) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m\}$ є нечітка подія, де ξ - вектор нечітких величин, заданих відповідними функціями належності $\mu_i(x)$ ($i = 1, 2, \dots, n$).

Обчислення міри можливості виконання нечіткої події A ґрунтується на використанні таких властивостей теорії нечітких множин [13], як декартів добуток множин Q_1, Q_2, \dots, Q_n тобто

$$Q = Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_n. \quad (10)$$

Для цих множин $Q_i \subseteq X_i; X_i \subseteq X; i = 1, 2, \dots, n$ має місце

$$\mu_Q = \mu_{Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_n} = \min(\mu_{Q_1}(x_1), \mu_{Q_2}(x_2), \dots, \mu_{Q_n}(x_n)); \forall x_i \in X_i; i = 1, 2, \dots, n, \quad (11)$$

де $\mu_{Q_i}(x_i)$ - степінь належності елемента x_i нечіткій множині $Q_i; X_i$ - підмножина універсальної множини $X \subseteq R^+$ (дійсних додатних чисел).

В роботі використана також властивість: можливість виконання об'єднання двох деяких нечітких подій A та B є найбільша з можливостей кожної множини, тобто

$$Pos(A \cup B) = Sup(Pos(A), Pos(B)). \quad (12)$$

Множина Q_i утворюється за допомогою розв'язання рівняння

$$\mu(x) = \alpha, \quad (13)$$

де α - заданий рівень можливості.

Наприклад, для функції належності

$$\mu_{Q_i}(x) = \exp(-(x-m)^2 / 2\sigma^2) \quad (14)$$

множина Q_i має вигляд

$$Q_i = [x_i^L(\alpha), x_i^R(\alpha)]; i = 1, 2, \dots, n^*, \quad (15)$$

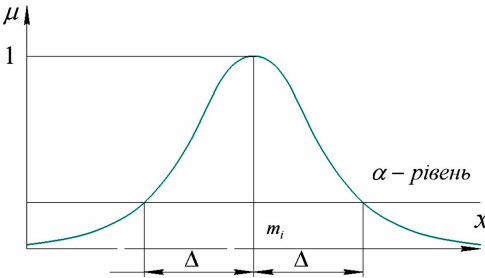


Рис. 5. Функція належності гаусова виду

де $x_i^L(\alpha) = m - \Delta$;
 $x_i^R(\alpha) = m + \Delta$; $\Delta = \sigma \sqrt{-2 \ln \alpha}$;
 $\alpha = k \cdot \Delta \alpha$; $k = 1, 2, \dots, n^*$;
 n^* - число α - рівнів (дискретів) (рис. 5); $\Delta \alpha$ - заданий крок дискретизації, такий що $n \cdot \Delta \alpha = 1$.

Для функції належності трикутного виду запишемо

$$\mu_{Q_i}(x) = \begin{cases} \frac{x-m}{m-a}, & \text{для } a \leq x \leq m \\ \frac{b-x}{b-m}, & \text{для } m < x \leq b \end{cases}, \quad (16)$$

де $a = m - \Delta_1$, $b = m + \Delta_2$, $\Delta_1 = mk_1 / 100$, $\Delta_2 = mk_2 / 100$, m - мода нечіткої величини, k_1, k_2 (%) - коефіцієнти розкиду, множини Q_i для (16) мають вигляд

$$X_i^L(\alpha) = m\alpha + a(1-\alpha); X_i^R(\alpha) = m\alpha + b(1-\alpha); i = 1, 2, \dots, n^*. \quad (17)$$

Процес обчислення можливості L засновано на нечіткому моделюванні [14]. Будемо вважати, що $L = \alpha_0$, $\alpha_0 \in [0,1]$ є нижньою оцінкою можливості, яка зумовлена заздалегідь. Для α - рівня і заданої функції належності $\mu_L(x)$ нечіткої величини $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ будуються множини Q_i , в яких випадковим чином формується вектор $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$. Вектор u підставляється в означення нечіткої події A , а саме: функції $g_j(x, u)$ визначають на основі першої властивості значення $\mu_Q(x)$. Виконання другої властивості (12) дає значення $L(N) = \max(L, \mu_Q)$ в одному випадковому експерименті $N; N = 1, 2, \dots$. Випробування повторюють достатньо велику кількість разів, в результаті чого отримується шукана оцінка значення можливості, а саме:

$$L^* = L(N); N \rightarrow \infty. \quad (18)$$

3.2. Чисельна ілюстрація

Приклад 1. Обчислення міри можливості

Для події A із (4), в якій g_j описуються виразами (2), а величини $x = (x_1, x_2, \dots, x_6)$, $\xi = (\xi_1)$ із $\xi_1 = P$ - нечіткою величиною, а $x_1 = h$, $x_2 = R$, $x_3 = \theta$, $x_4 = 1 - \theta$, $x_5 = E$, $x_6 = \sigma_0$ - задані величини. Необхідно визначити величину можливості $Pos(A)$ в залежності від характеристик опису величини сили P .

Нехай величина P задається нечітким чином: «дорівнює приблизно P_0 ». За теорією нечітких множин фазифікацію цього словесного вислову здійснимо через уведення до розгляду функції належності трикутного виду (16). Трійка a, b, m - характеризують ширину інформаційної гранули нечіткої величини $P(a, m, b)_\Delta$.

При $E = 35$ ГПа, $\sigma_0 = 0,4$ ГПа, $l = 50$ см, $h = 0,15$ см, $R = 8$ см, $\theta = 0,4$ за пропонуваним тут алгоритмом отримано результати, які надано на рисунку 6 та в таблиці 3.

Таблиця 3

Величина границь областей, де визначена міра можливості

№ экс-ту	$k(\%)$	$t_1, \text{кН}$	$t_2, \text{кН}$
1	2	140	141.4
2	5	140	147.3
3	10	140	155.4
4	20	140	175

Приклад 2. Визначення критичного значення сили

Розглянемо задачу пошуку максимального значення P^* осової сили, яка стискує армовану циліндричну оболонку із склопластику в умовах

завдання нечітких значень товщини h і радіусу R , тобто «приблизно h_0 » і «приблизно R_0 ». Оптимізаційна модель цієї задачі записується як

$$P^* = \arg \left\{ \max_P P \mid \text{Pos}(g_j(x, \xi) \geq P) \geq \alpha \right\}. \quad (19)$$

Вирази для g_j описані формулами (2). Фазифікація товщини і радіусу виконана на основі застосування функцій належності трикутного виду (16). Інформаційні гранули для кожної $\xi_1 = h$ і $\xi_2 = R$ в цьому випадку будуть $h(a_h, m_h, b_h)$, $R(a_R, m_R, b_R)$.

При таких числових даних $E = 35 \text{ ГПа}$, $\sigma_0 = 0,4 \text{ ГПа}$, $l = 50 \text{ см}$,

$h = 0,15 \text{ см}$, $R = 8 \text{ см}$,

$\theta = 0.4$ виконано

оптимізацію на заданому інтервалі $P \in [P^-, P^+]$, де

P^- , P^+ границі можливої області пошуку величини сили P^* . Оптимізаційна процедура обчислення Pos базується на використанні методу Монте-Карло [15, 16].

Результати обчислення величини P^* наведено в таблиці 4 і 5. За даними цих таблиць побудовано графіки залежності P^* від відповідно від апріорного значення можливості α і величини відносного вмісту

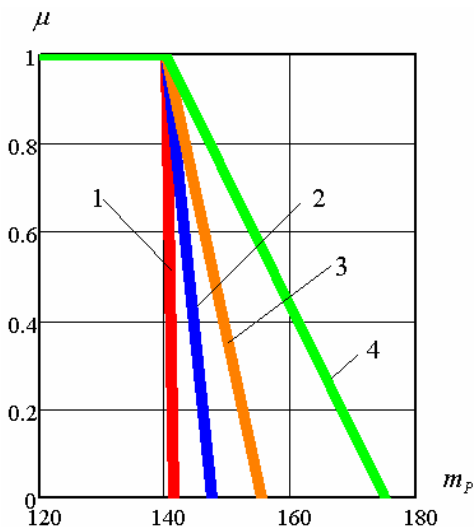


Рис. 6. Графік значень можливостей $\text{Pos}(A)$ для різних коефіцієнтів нечіткості

армуючих волокон.

Таблиця 4

Значення критичної сили для різних коефіцієнтів нечіткості k і рівня можливості α

α $k\%$	0.4		0.5		0.7		0.8		0.9		0.95		1
		%		%		%		%		%		%	
1	138.28	1.2	138.55	1	139.11	0.6	139.39	0.4	139.67	0.2	139.81	0.1	139.95
5	131.68	6.1	133.04	5.1	135.78	3.0	137.16	2	138.55	1	139.25	0.5	139.95
10	123.66	12.4	126.31	10.3	131.68	6.1	134.41	4	137.17	2	138.55	1	139.95
15	115.89	18.8	119.75	15.6	127.64	9.2	131.68	6.1	135.78	3	137.86	1.5	139.95
20	108.38	25.4	113.36	21	123.66	12.4	128.98	8.2	134.41	4	137.17	2	139.95
25	101.11	32.3	107.15	26.6	119.75	15.6	126.3	10.3	133.04	5	136.47	2.5	139.95
30	94.1	39	101.11	32.3	115.89	18.8	123.66	12.4	131.68	6	135.78	3	139.95

В графі $k\%$ уводиться коефіцієнт нечіткості величин h і R . В графі $\%$ відхилення результату P у відсотках від значення сили при детермінованих даних h і R ($P_{\text{det}}^* = 139.95$ кН).

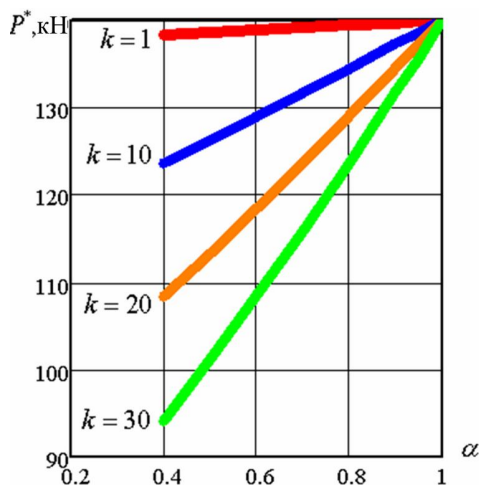


Рис. 7. Графічне уявлення результатів таблиці 4

Таблиця 5

Значення критичної сили P^* (кН) в залежності від зміни параметра θ при коефіцієнті $k = 10\%$ для різних рівнів можливості α

$\theta \backslash \alpha$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
1	85.7	103.14	130.91	139.95	142.84	139.95	139.95	114.27	85.7
0.95	84.85	102.1	129.61		141.41			113.13	84.85
0.9	84	101.1	128.3	137.17	140	137.17	128.31	112	84.0
0.8		99.06		134.41	137.4	134.41	125.73	109.74	
0.7	80.63	97.05	123.18	131.68	134.4	131.68	123.18	107.52	80.63
0.5	77.34	93.09	118.15		128.91			103.13	77.34
0.4	75.72	91.14	115.67	123.66	126.21	123.66	115.67	100.97	75.72

Отримано, що збільшення рівня α можливості виконання події A збільшує значення P^* до детермінованого $P^* = 139.95$ кН при різних коефіцієнтах розкиду $k_1 = k_2 = k$ (від 5% до 30%). На рисунку 8 подано залежність P^* від зміни детермінованої величини θ при $k = 10\%$ для різних апріорних значень можливості α . Найбільше значення P^* досягається при $\theta = 0.5$.

4. Міра неточності

Міра, що описує модальність "неточно", є *довіра* - $Tr(Trust)$. Величину

ξ називають "неточна", якщо вона описується нерівністю [9, 17]

$$[a, b] \leq \xi \leq [c, d];$$

$$c \leq a \leq b \leq d, \quad (20)$$

де границі множин $[a, b]$, $[c, d]$ можуть бути точними або розмитими.

Ці множини в теорії неточних множин називають відповідно "нижнім" та "верхнім" наближенням (рис. 9), де $a = m - \Delta_1$; $b = m + \Delta_2$; $c = m - \Delta_3$; $d = m + \Delta_4$.

Інформаційну гранулу величини ξ утворюють

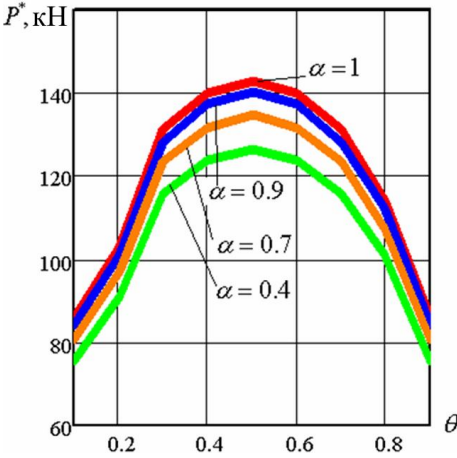


Рис. 8. Графічне уявлення результатів таблиці 5

величини m, a, b, c, d . Якщо $\Delta_i = k_i m / 100$, $i = 1, 2, 3, 4$ то $a = m(1 - k_1)$,

$$b = m(1 + k_2), \quad c = m(1 - k_3),$$

$$d = m(1 + k_4), \quad k_i - \text{задані коефіцієнти розкиду неточної величини (\%)}$$

Нехай неточна величина ξ є вимірною функцією із простору наближень $(\Lambda, \Delta, \mathfrak{T}, \psi)$ у дійсну пряму [9], де $\Lambda = \{x | c \leq x \leq d\}$,

$$\Delta = \{x | a \leq x \leq b\} \text{ і } \xi(x) = x; \forall x \in \Lambda, \psi$$

- невід'ємна дійснозначна адитивна функція. Неточна подія характеризується як

$$\mathfrak{T}: g_j(x, \xi(\lambda)) \leq 0; \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad g_j: R^n \rightarrow R^+, \quad (21)$$

де g_j - неперервні функції; λ - деякий елемент не пустої множини Λ , $\lambda \in \Lambda$; Δ - деяка множина елементів. Тоді [9]:

1) нижня оцінка довіри для нижнього наближення у випадку неточної події \mathfrak{T} визначається як:

$$\underline{M} = Tr(g_j(\xi(\lambda)) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m) = \psi(\lambda \in \Delta | g_j(x, \xi(\lambda)) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m) / \psi\{\Delta\}; \quad (22)$$

2) верхня оцінка довіри для верхнього наближення визначається як:

$$\overline{M} = Tr(g_j(\xi(\lambda)) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m) = \psi(\lambda \in \Lambda | g_j(x, \xi(\lambda)) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m) / \psi\{\Lambda\}; \quad (23)$$

3) оцінка довіри для неточної події \mathfrak{T} визначається таким чином:

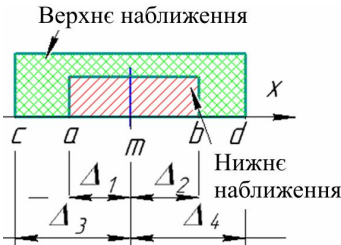


Рис. 9. Інформаційна гранула неточної величини

$$Tr(g_j(\xi(\lambda)) \leq 0; j = 1, 2, \dots, m) = 0.5 \left[\underline{M} + \overline{M} \right] / 2N; \text{ при } N \rightarrow \infty, \quad (24)$$

де N - задане число реалізацій неточної величини ξ з множин Δ і Λ .

Процедура обчислення $Tr(g_j(\xi(\lambda)) \leq 0 (j = 1, 2, \dots, m)$ складається з таких етапів:

1. Уведемо до розгляду функцію

$$h_i(\xi(\lambda_i)) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } g_j(x, \xi(\lambda)) \leq 0 \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$$

2. Тоді

$$\underline{M} = \sum_{i=1}^N h_i(\xi(\lambda_i)); \lambda_i \in \Delta; \quad \overline{M} = \sum_{i=1}^N h_i(\xi(\lambda_i)); \lambda_i \in \Lambda; \quad \underline{M} \leq N; \quad \overline{M} \leq N;$$

$$Tr(A) = \left[\underline{M} + \overline{M} \right] / 2N \text{ при } N \rightarrow \infty, \quad (25)$$

де \overline{M} та \underline{M} - цілі величини, які в точності визначають число випадків, для яких виконуються відповідні умови події \mathfrak{Z} для елементів нижнього та верхнього наближень. Наведені етапи далі встановлюються в схему методу Монте-Карло.

В результаті застосування такої процедури отримується картина розподілу довіри (рис. 10) в залежності від m_p неточної величини осьової сили $P(m, a, b, c, d)$. Графічна інтерпретація цього розподілу

узгоджується з визначенням додаткової функції помилок $Erfc$ (функція Лапласа).

Інформаційні ситуації, які виникають тут, описуються множинами:

$Q_1 = [0; t_1]$ - область значень m , для яких подія \mathfrak{Z} виконується, тому що $(Tr(\mathfrak{Z}) = 1)$; $Q_2 = [t_1; t_2]$ - область значень m , для яких виконується подія \mathfrak{Z} з

зумовленим рівнем довіри; $Q_3 = [t_2; \infty]$ - область значень m , для яких виконання події \mathfrak{Z} неможливо ($Tr(\mathfrak{Z}) = 0$).

Приклад 1. Обчислення границь області довіри. Для неточної події \mathfrak{Z} із (16) визначити міру довіри $Tr(\mathfrak{Z})$ за такими даними $E = 35 \text{ ГПа}$, $\sigma_0 = 0.4 \text{ ГПа}$, $l = 50 \text{ см}$, $h = 0.15 \text{ см}$, $R = 8 \text{ см}$, $\theta = 0.4$ для $k_1 = k_2$ та $k_3 = k_4$. В таблиці 6 приводяться результати обчислення $Tr(\mathfrak{Z})$ в залежності від заданих параметрів m_p .

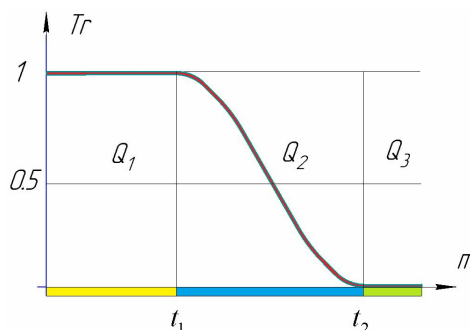


Рис. 10. Загальна картина областей довіри

Таблиця 6

Область довіри для неточної величини $P([a;b];[c;d])$
при різних розмірах інформаційної гранули

№	$k_1 = k_2$ (%)	$k_3 = k_4$ (%)	t_1	t_2	t_c	% t_c від P_{det}
1	1	5	133.2	147.31	140.2	0.01
2	5	10	127.29	156	141.1	0.08
3	5	20	116.7	174.9	145.6	4

За даними рис. 10 та таблиці 6 випливає:

1) при $Tr(\mathfrak{S}) = 0.5$ маємо $t_c = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$;

2) величина t_c відрізняється від $P_{det} = 139.95$ кН на невелике значення відсотків, які наведені в графі %, тобто уведені наближення із заданим коефіцієнтом розкиду неточної величини $\xi(u, b)$ є хорошими;

3) збільшення (зменшення) ширини інформаційної гранули призводить до збільшення (зменшення) області Q_2 .

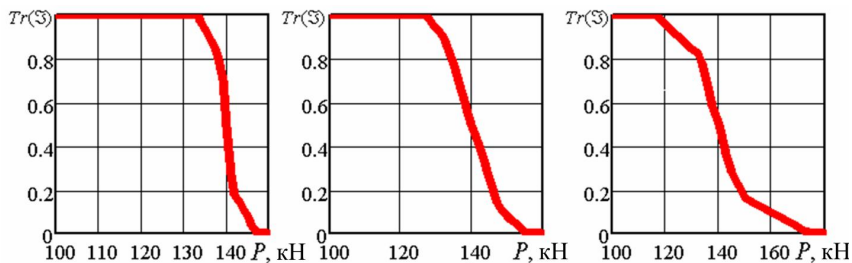


Рис. 11. Значення та області довіри для випадків (1)-(3)

Приклад 2. Обчислення осової сили, діючої на оболонку при неточних даних. Застосуємо означення міри $Tr(\mathfrak{S})$ до такої оптимізаційної задачі

$$P^* = \arg \left\{ \max_P P \left| Tr(g_j(x, \xi) \geq P) \geq \alpha \right. \right\}, \quad (26)$$

де α - заданий рівень довіри, $\xi = (h, R)$ - неточні величини, $x = (E, \sigma_0, L, \theta)$ - вектор заданих характеристик; функції g_j описані виразами (2). Нижче наводяться кроки обчислювального алгоритму реалізації задачі.

Алгоритм [9]

1. Призначити $N_1 = 0$, $N_2 = 0$.

2. Сформувані випадковим чином величини

\underline{h} , \underline{R} відповідно за мірою $([a_h, b_h], [a_R, b_R])$, та \bar{h} , \bar{R} - за мірою $([c_h, d_h], [c_R, d_R])$.

3. Обчислити функції $g_j(\lambda)$ і $\bar{g}_j(\bar{\lambda})$ $j=1,2,3$, де $\lambda = (\underline{h}, \underline{R})$, $\bar{\lambda} = (\bar{h}, \bar{R})$.
4. Якщо виконується умова $g_j(\lambda) \geq P$, $j=1,2,3$, то $N_1 = N_1 + 1$.
5. Якщо виконується умова $\bar{g}_j(\bar{\lambda}) \geq P$, $j=1,2,3$, то $N_2 = N_2 + 1$.
6. Повторити кроки (2)-(5) алгоритму N разів.
7. Обчислити $W = \frac{N_1 + N_2}{2N}$.
8. Якщо $W \geq \alpha$, то значення W уявляє собою оцінку довіри для деякого P .
9. Етапи (1)-(8) вставляються в деяку процедуру $g_j(x, u, \xi)$ пошуку екстремуму $P^* = \arg \{ \max W(P) \}$ в заданому інтервалі $[P^-; P^+]$.

При числових даних із попередніх прикладів виконано за наведеним вище алгоритмом числові експерименти. Неточними величинами є h , R , які мають модальні значення $m_h = 1.5$ см, $m_R = 8$ см. Задані коефіцієнти розкиду та результати розрахунків наведено в таблицях 7 і 8. Залежність P^* від рівня довіри α подано на рисунку 12.

Таблиця 7

Вихідні дані розрахунку величини максимальної осьової сили P^*

№ е-та	$k_1 = k_2$ (%)	$k_3 = k_4$ (%)	a	b	c	d	
1	1	2	h	0.1485	0.1515	0.147	0.153
			R	7.92	8.08	7.84	8.16
2	2,5	5	h	0.14625	0.15375	0.1425	0.1575
			R	7.8	8.2	7.6	8.4
3	5	10	h	0.1425	0.1575	0.135	0.165
			R	7.6	8.4	7.2	8.8
4	10	20	h	0.135	0.165	0.12	0.18
			R	7.2	8.8	6.4	9.6

Таблиця 8

Результати розрахунку величини максимального значення осьової сили P^* (кН)

α	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
1	140.8	140	139	138.6	138	137	134
2	142.6	140.8	138.7	136.8	134.7	132.8	127
3	145	142	138	134	130	126	114
4	160	143	136	130	121	113	91

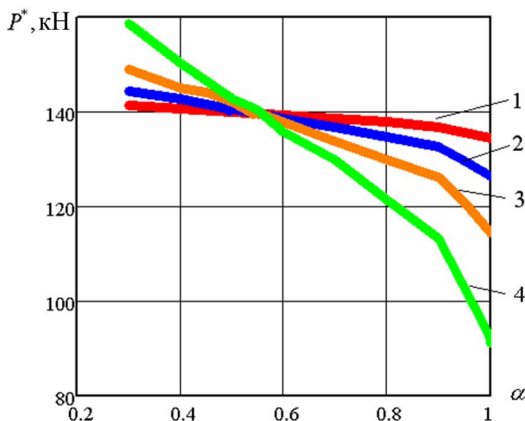


Рис. 12. Залежність значень P^* (α) від рівня α довіри (1-4 – номери експериментів)

В таблиці 8 наведено результати розрахунків максимального значення сили P^* для різних рівнів довіри. Як бачимо величина стискаючої сили наближається до детермінованого значення $P_{det} = 139.95$ кН при рівні довіри приблизно 0.5.

Як бачимо з рис. 12 зі збільшенням рівня довіри ($0.5 < \beta < 1$) до виконання неточної по-

дії зменшується величина сили P^* . Зменшення ж рівня довіри ($0 < \beta < 0.5$) призводить до збільшення значень P^* . Збіжність значень P^* до детермінованого значення стискаючої сили відбувається за рахунок зменшення "розмірів" нижнього і верхнього наближень. Збільшені значення P^* відповідають малим значенням коефіцієнту довіри.

5. Порівняння впливу невизначеності на результат

Чисельні експерименти виконувались при однакових детермінованих початкових даних. Вони дають можливість порівняти вплив різних видів невизначеності на результати пошуку величини максимальної сили. Такі дані наведено в табл. 9.

Таблиця 9

Порівняння результатів визначення критичної сили P^* ($\alpha = 0.9$) при невизначеному значенні товщини та радіусу оболонки

Міра невизначеності	k %	5%		10%		20%	
	P^* , кН	%	P^* , кН	%	P^* , кН	%	
Імовірність	132,3	5,5%	124,9	10,8%	110,6	21%	
Можливість	138,6	1%	137,2	2%	131,7	5%	
Довіра	132,5	5,3%	126,6	9,6%	114,5	18%	

В таблиці 9 через k у % надано відхилення ширини розкиду інформаційної гранули; P^* - визначене максимальне значення осьової сили в (кН). В стовпчику % надано у відсотках відхилення величини сили P^* від детермінованого розв'язку $P_{det} = 139.95 \text{ кН}$. За отриманими даними побудовано графік залежності (рис. 13) величини сили P^* від ширини інформаційної гранули для кожного виду невизначеності, яка тут розглядається. Графіки показують "реакцію" значень шуканої критичної сили на можливу наявність в постановці задачі невизначених факторів і степеню їх невизначеності: несуча здатність оболонки зменшується значно більше при наявності факторів випадкової і неточної природи, аніж нечіткої.

Із рисунку 13 випливає, що підхід з боку мір невизначеності до задачі пошуку максимального значення критичної сили, яка діє на ортотропну циліндричну оболонку, при невизначених радіусі и товщині найменше реагує на зміну ширини інформаційної гранули у випадку нечітких множин.

Висновки

1. Застосовано підхід з боку мір невизначеності до аналізу подій – обмежень несучої здатності оболонки в задачі оптимального проектування при наявності невизначених параметрів, а також визначення максимального значення осьової сили, що діє на циліндричну ортотропну оболонку при виконанні умов несучої здатності і наявності невизначених радіусу та товщини випадкової, нечіткої та неточної природи.

2. Підхід базується на моделюванні модальності "імовірно", "можливо" і "неточно" з уведенням до розгляду відповідних функцій розподілу, належності, наближень.

3. Для задачі визначення максимального значення осьової сили, яка стискає армовану циліндричну оболонку із склопластику, з урахуванням умов стійкості та міцності і невизначеному завданні товщини та радіусу, отримано оцінки реагування пружної системи на можливі розмитості, випадковості, неточності в завданні вихідних даних.

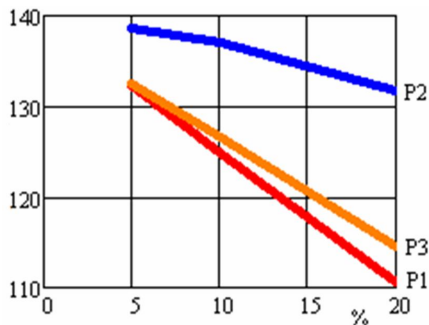


Рис. 13. Оцінка "реакції" критичної сили на можливі розмитості початкових даних: 1- теорія ймовірностей; 2- теорія нечітких множин; 3- теорія неточних множин

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Augusti G., Baratta A., Casciati F. Probabilistic Methods in Structural Engineering. L-N-Y Chapman and Hall. – 1984. – 582 p.

2. *Болотин В.В.* Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.: Изд-во лит-ры по строительству. – 1971. – 255 с.
3. *Banichuk N.V., Neittaanmäki P.J.* Structural Optimization with incomplete information// Mechanics Based Design of Structures and Mashines. –2007. – V.35. №1. – P.76-95.
4. *Banichuk N.V., Neittaanmäki P.J.* Structural Optimization with Uncertainties. Springer. – 2009. – 245 p.
5. *Zadeh L.A.* Fuzzy sets. Information and control. - 1965. Vol. 8. – P. 338-353.
6. *Почтман Ю.М., Малов В.Ю.* О применении теории нечётких множеств к задачам оптимального проектирования конструкций // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1983. – №4. – С. 30-34.
7. *Baranenko V.* Optimal design truss in condition of fuzzy load by expected value models and dynamic programming // Theoretical foundations of civil engineering. Warsaw. – 2006. – P. 495-498.
8. *Banichuk N.V., Baranenko V.A.* The weak infringement restriction in designing if bar system by fuzzy modeling // Int. Conference "Mathematical modeling and optimization in mechanics" 6-7 March 2014, Jyväskylä, Finland. – 2014. – P. 28-33.
9. *Liu B.* Uncertain programming. - Wiley. New York. – 1999. – 201 p.
10. *Borel E.* Rend. Circolo mat. Palermo, –1909, V. 27, –P. 247-71.
11. *Тетерс Г.А., Рикардс Р.Б., Нарусберг В.Л.* Оптимизация оболочек из слоистых материалов, Рига "Зинатне". – 1978. – 238 с.
12. *Piegat A.* Fuzzy modeling and Control, Physica-Verlag Heidelberg / A springer –Verlag Company.– 2001. – 728 p.
13. *Rutkowska D., Pilinski M., Rutkowski L.* Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte. – PWN, Warsaw – Logz. . – 1999. – 452 p.
14. *Liu B.* Theory and Practice of Uncertain Programming. Physica-Verlag A Springer – Verlag Company Heidelberg. . – 2002. – 416 p.
15. *Fishman G.S.* Monte-Carlo: concepts, algorithms and applications. – Springer. – 1996. –722 p.
16. *Соболев И.М.* Численные методы Монте-Карло. – М.: "Наука" Физматлит. – 1973. – 312 с.
17. *Pawlak Z.* Rough sets, International journal of information and computer science, vol. 11, №5. – 1982. – P. 341-356.

REFERENCES

1. *Augusti G., Baratta A., Casciati F.* Probabilistic Methods in Structural Engineering. L-N-Y Chapman and Hall. – 1984. – 582 p.
2. *Bolotin V.V.* Primenenie metodov teorii veroyatnostej i teorii nadezhnosti v raschetah sooruzhenij (Application of methods of probability theory and reliability theory in calculations of structures) М.: Изд-во лит-ры по stroitel'stvu, – 1971. – 255 p.
3. *Banichuk N.V., Neittaanmäki P.J.* Structural Optimization with incomplete information// Mechanics Based Design of Structures and Mashines. –2007. – V.35. №1. – P.76-95.
4. *Banichuk N.V., Neittaanmäki P.J.* Structural Optimization with Uncertainties. Springer. – 2009. – 245 p.
5. *Zadeh L.A.* Fuzzy sets. Information and control. - 1965. Vol. 8. – P. 338-353.
6. *Pochtman YU.M., Malov V.YU.* O primenenii teorii nechyotkih mnozhestv k zadacham optimal'nogo proektirovaniya konstrukcij (On the application of the theory of fuzzy sets to problems of optimal design of constructions) // Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo i arhitektura. – 1983. – №4. – P. 30-34.
7. *Baranenko V.* Optimal design truss in condition of fuzzy load by expected value models and dynamic programming // Theoretical foundations of civil engineering. Warsaw. – 2006. – P. 495-498.
8. *Banichuk N.V., Baranenko V.A.* The weak infringement restriction in designing if bar system by fuzzy modeling // Int. Conference "Mathematical modeling and optimization in mechanics" 6-7 March 2014, Jyväskylä, Finland. – 2014. – P. 28-33.
9. *Liu B.* Uncertain programming. - Wiley. New York. – 1999. – 201 p.
10. *Borel E.* Rend. Circolo mat. Palermo, –1909, V. 27, –P. 247-71.
11. *Teters G.A., Rikards R.B., Narusberg V.L.* Optimizaciya obolocek iz sloistyh materialov (Optimization of layers of laminate materials), Riga "Zinatne". – 1978. – 238 p.

12. *Piegat A.* Fuzzy modeling and Control, Physica-Verlag Heidelberg / A Springer –Verlag Company.– 2001. – 728 p.
13. *Rutkowska D., Pilinski M., Rutkowski L.* Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte. – PWN, Warsaw – Logz. – 1999. – 452 p.
14. *Liu B.* Theory and Practice of Uncertain Programming. Physica-Verlag A Springer – Verlag Company Heidelberg . – 2002. – 416 p.
15. *Fishman G.S.* Monte-Carlo: concepts, algorithms and applications. – Springer. – 1996. –722 p.
16. *Sobol' I.M.* Chislennyye metody Monte-Karlo (Numerical methods of Monte Carlo). – M.: "Nauka" Fizmatlit. – 1973. – 312 p.
17. *Pawlak Z.* Rough sets, International journal of information and computer science, vol. 11, №5. – 1982. – P. 341-356.

Стаття надійшла 11.12.2020

Baranenko V.A., Volchok D.L.

APPLICATION OF VARIOUS UNCERTAINTY MEASURES IN THE PROBLEM OF CRITICAL FORCE SEARCHING FOR ORTHOTROPIC SHELL IN CONDITIONS OF THE CARRYING CAPACITY

The questions of measures calculation of events containing uncertain quantities of random, fuzzy and rough nature are considered. The algorithms of determination of measures of events, based on methods of statistical simulation, are proposed. The "chances" of realization an uncertain event - the simultaneous fulfillment of the conditions of the bearing capacity of a cylindrical orthotropic shell compressed by an axial force, which can be presented in a random, fuzzy or rough manner, are investigated. The stochastic uncertainty is given by the distribution density of the random variable. Fuzzy data are defined by the membership function, and rough data are defined by a deterministic upper and lower approximation. Each type of uncertainty is characterized by its own measures: the probability - for the description of the modality - "probably", the possibility - for the description of the modality is "fuzzy", trust - to describe the modality "rough". The paper proposes procedures for calculating the listed measures. Also numerical illustrations of the calculation of modalities as "probably", "fuzzy", "rough" for the analysis of the limit force of carrying capacity in the problem of optimal design of the compressed orthotropic cylindrical shell made of fiberglass in conditions of uncertainty of the problem of geometrical parameters, such as thickness and radius, and description of the corresponding degree of implementation of an uncertain event are shown. Uncertain event is to fulfill the limitations of general and local stability and durability. The results of the calculations are compared with the solution of the problem with deterministic data. The results show the "reaction" of the values of the critical force to the possible presence of uncertain factors in the problem and the degree of uncertainty. Thus, the bearing capacity of the shell decreases significantly more in the presence of factors of random and rough nature in comparison to the fuzzy data.

Keywords: uncertainty, modeling, measure, probability, fuzziness, roughness, set, orthotropic cylindrical shell, optimization.

Бараненко В.А., Волчок Д.Л.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕР РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В ЗАДАЧЕ ПОИСКА КРИТИЧЕСКОЙ СИЛЫ ДЛЯ ОРТОТРОПНОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ УСЛОВИЙ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ

Рассматриваются вопросы исчисления мер событий, содержащих неопределенные величины случайной, нечеткой и неточной природы. Предложены алгоритмы определения мер событий, в основе которых взят метод статистического моделирования (Монте-Карло). Исследованы "шансы" выполнения неопределенного события - условий несущей способности цилиндрической ортотропной оболочки сжатой осевой силой. Стохастическая неопределенность задается плотностью распределения случайной величины. Нечеткие данные описываются функцией принадлежности, а неточные - детерминированным верхним и нижним приближением. Каждый вид неопределенности характеризуется своими мерами: вероятность - для описания модальности - "случайно", возможность - для описания модальности "нечетко", доверие - для описания модальности "неточно". В работе

предлагаются процедуры вычисления перечисленных мер. Также приводятся иллюстрации вычисления мер для анализа ограниченной несущей способности: общей и местной устойчивости и прочности в задаче оптимального проектирования сжатой ортотропной цилиндрической оболочки из стеклопластика в условиях неопределенности задания геометрических параметров - толщины, радиуса и относительного содержания армирующих волокон. Результаты вычислений сравниваются с решением задачи при детерминированных данных.

Ключевые слова: неопределенность, моделирования, мера, вероятность, нечеткость, неточность, множество, ортотропная цилиндрическая оболочка, оптимизация

УДК 517.11+519.92+539.3

Бараненко В.О., Волчок Д.Л. Застосування мір невизначеності в задачі пошуку критичної сили для ортотропної оболонки за умов несучої здатності // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – Київ: КНУБА, 2021. – Вип. 106. – С. 201-220.

Розглядаються питання обчислення мір подій, що містять невизначені величини випадкової, нечіткої та неточної природи.

Табл. 9. Іл. 13. Бібліогр. 17 назв.

UDC 517.11+519.92+539.3

Baranenko V.A., Volchok D.L. Application of various uncertainty measures in the problem of critical force searching for orthotropic shell in conditions of the carrying capacity // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. - Kyiv: KNUBA, 2021. - Issue 106. - P. 201-220. – Ukr.

The questions of measures calculation of events containing uncertain quantities of random, fuzzy and rough nature are considered.

Tabl. 9. Fig. 13. Ref. 17.

УДК 517.11+519.92+539.3

Бараненко В.А., Волчок Д.Л. Применение мер неопределенности в задаче поиска критической силы для ортотропной оболочки при выполнении условий несущей способности // Сопrotивление материалов и теория сооружений. – 2021. – Вип. 106. – С. 201-220.

Рассматриваются вопросы вычисления мер событий, содержащих неопределенные величины случайной, нечеткой и неточной природы.

Табл. 9. Ил. 13. Библиогр. 17 назв.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):

доктор технічних наук, професор БАРАНЕНКО Валерій Олексійович

Адреса робоча: 49600, м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", БАРАНЕНКО Валерій Олексійович

Роб. тел. +38(056)7563422

E-mail: baranenko1941@ukr.net

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-4658-1205>

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада):

кандидат технічних наук, доцент, заступник декана факультету ПЩБ ВОЛЧОК Денис Леонідович

Адреса робоча: 49600, м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", ВОЛЧОК Денис Леонідович

Роб. тел. +38(056)7563422; +38(066) 727-656-0

E-mail: Denys.L.Volchok@gmail.com

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7914-321X>