ISSN 2410-2547
Опір матеріалів і теорія споруд/Strength of Materials and Theory of Structures. 2019. № 102

УДК 539.3

ВИХІДНІ СПІВВІДНОШЕННЯ НЕЛІНІЙНОГО ДИНАМІЧНОГО ФОРМОЗМІНЕННЯ ВІСЕСИМЕТРИЧНИХ ТА ПЛОСКОДЕФОРМІВНИХ ТІЛ

Ю.В. Максим'юк,
канд.техн. наук, доцент

І.І. Солодей,
докт.техн. наук, старший науковий співробітник

Р.Л. Стригун

Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ, Україна. 03680

В роботі розглянуто вихідні співвідношення геометрично нелінійної задачі динамікидля дослідження процесів істотного пластичного деформування.Наведена постановка задачі при умові контактної взаємодії тіл. Представлені рівняння стану у відліковій початковій, відліковій змінній та актуальній системах координат.

Ключові слова:тіла обертання, геометрична нелінійність, фізична нелінійність, пластичні деформації,контактні напруження, динамічне навантаження.

Вступ. Широке застосування у різних галузях техніки знаходять елементи і деталі, які в процесі виготовлення або експлуатації знаходяться в умовах суттєвого пластичного деформування. Характерні процеси відбуваються при виготовленні або встановленні ущільнюючих кільцевих прокладок, заклепок у з'єднувальних операціях, обробці заготовок тиском і т.і. Як правило, механічні процеси, що розглядаються відбуваються під впливом інтенсивних динамічних навантажень. Суттєво на перебіг деформування впливає також умова їх взаємодії з контактуючими частинами інструменту. Подальше вдосконалення технологічних процесів та проектних рішень відповідальних вузлів конструкцій і обладнання багато в чому залежить від точності інформації про особливості зміни картини напружено-деформованого стану об'єктів в процесі деформування.

За останні роки вимоги до побудови механічних моделей дослідження процесів виготовлення та експлуатації різноманітних елементів конструкцій значно виросли, що визначається підвищенням рівня точності та достовірності результатів, спонукаючи використання все більш і більш докладних розрахункових схем. Крім того, труднощі дослідження поведінки конструкцій при наявності динамічних навантажень багатократно збільшуються у порівнянні із статичним аналізом.

У зв'язку з цим підвищується актуальність розробки ефективних методик дослідження процесів пластичного формозмінення тіл з урахуванням геометричної нелінійності та контактної взаємодії під дією динамічних навантажень.

1. Вихідні співвідношення

Розглянемо тіло обертанняв базисній круговій циліндричній системі координат $Z^{i'}$, вісь $Z^{1'}$ якої збігається з віссю обертання, $Z^{2'}$ спрямована вздовж радіуса,а $Z^{3'}$співпадає з кільцевою координатою (рис. 1).

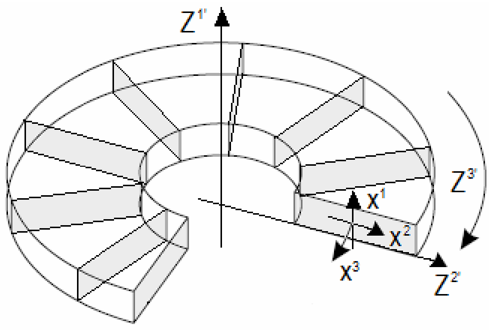

Рис. 1.Тіло обертання

Базисна система координат є незмінною і призначена для опису вихідної інформації про зовнішні дії, граничні умови і геометрію об'єкта. В ортогональної циліндричній системі координат відмінні від нуля наступні компоненти метричного тензора g_{ij}, що визначають масштаби базисних векторів [1]:

$$g_{ij}=1,\ g_{3'3'}=(Z^{2'})^2. \qquad (1)$$

Тут і надалі індекси, позначені грецькими буквами приймать значення 1,2, латинськими - 1,2,3.

Для опису напружено-деформованого стану тіл, які змінюють в процесі навантаження свою початкову форму, введемо в розгляд місцеву супроводжуючу криволінійну систему координат x^i, осі якої x^1 і x^2 розташовані в меридіональному перерізі, а x^3 збігається за напрямком з $Z^{3'}$ (рис. 1) Зв'язок між місцевою і базисною системами визначається за допомогою тензора перетворення:

$$Z^{\alpha`}_{,\beta}=\frac{\partial Z^{\alpha`}}{\partial X^{\beta}},\quad Z^{\alpha`}_{,3}=Z^{3`}_{,\beta}=0. \qquad (2)$$

Коваріантні компоненти метричного тензора в місцевій системі координат визначаються через компоненти метричного тензора базисної системи:

$$g_{mn}=Z^{i`}_{,m}Z^{i`}_{,n}g_{ij}\,. \qquad (3)$$

Для використаних систем координат формулу (3) можна спростити:

$$g_{\alpha\beta}=Z^{\nu`}_{,\alpha}Z^{\nu`}_{,\beta}g_{ij}\,,\ g_{33}=\left(Z^{2`}\right)^2. \qquad (4)$$

Контраваріантні компоненти метричного тензора знаходяться за відомими значеннями коваріантних:

$$g^{mn}=\frac{A(g_{mn})}{g}, \qquad (5)$$

де $A(g_{mn})$ - алгебраїчне доповнення до елемента g_{mn} матриці,побудованої з коваріантних компонент метричного тензору, $g=det(g_{mn})$ - визначник цієї матриці.

Місцева система координат x^1 та x^2 пов'язана з матеріальними точками тіла і при навантаженні деформується разом з ним. У цьому

ISSN 2410-2547
Опір матеріалів і теорія споруд/Strength of Materials and Theory of Structures. 2019. № 102

випадку зміна метричних характеристик координатної системи в кожній точці є мірою деформації тіла, що дозволяє однозначно визначити геометрію деформованого тіла за його вихідним станом. У подальшомубудемо розрізняти три конфігурації тіла: відлікову початкову, відлікову змінну і актуальну. Компоненти метричного тензора цих станів позначимо відповідно $\overline{g}_{ij}$, g_{ij}, G_{ij}. Відлікову змінну конфігурацію приймаємо досить близькою до актуальної, таким чином щоб у порівнянні з величиною метричного тензора g_{ij} приріст $\Delta G_{ij} = G_{ij} - g_{ij}$ був нехтувано малою величиною.

Компоненти тензора деформацій ε^{ij} в актуальній конфігурації визначимо використовуючи міру деформацій Фінгера [1], контраваріантнікомпоненти якої дорівнюють відповідним компонентам метричного тензора відлікової початкової конфігурації $F^{ij} = \overline{g}^{ij}$. Тобто:

$$\varepsilon^{ij} = \frac{1}{2}\left(F^{ij} - G^{ij}\right) = \frac{1}{2}\left(\overline{g}^{ij} - G^{ij}\right). \tag{6}$$

Використовуючи змінну відлікову конфігурацію (6) можна представити у вигляді суми:

$$\varepsilon^{ij} = \frac{1}{2}\left(\overline{g}^{ij} - g^{ij} + g^{ij} - G^{ij}\right) = \frac{1}{2}\left(\overline{g}^{ij} - g^{ij}\right) + \frac{1}{2}\left(g^{ij} - G^{ij}\right) = \overline{\varepsilon}^{ij} + \varepsilon^{ij}, \tag{7}$$

де $\overline{\varepsilon}^{ij} = \frac{1}{2}\left(\overline{g}^{ij} - g^{ij}\right)$ - деформації тіл в змінній відрахунковій конфігурації по відношенню до початкового стану; $\varepsilon^{ij} = \frac{1}{2}\left(g^{ij} - G^{ij}\right)$ - деформації тіла в актуальній конфігурації по відношенню до змінної відлікової.

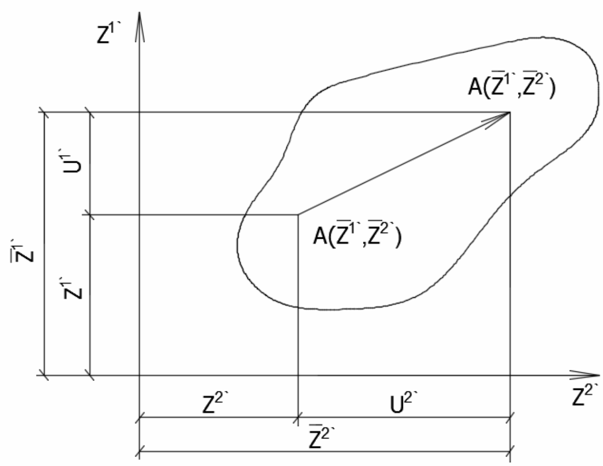

Рис. 2. Змінна відлікова і актуальна конфігурації

Визначимо деформації ε^{ij} через переміщення $U^{\alpha`}$, задані в базисній системі координат. На рис. 2 показано положення деякої точки $A$, що належить меридіональному перетину тіла обертання змінної відлікової і актуальної конфігурації. Нове положення точки $A$ в системі $Z^{i`}$ визначається координатами:

$$Z^{\alpha`} = \bar{Z}^{\alpha`} + U^{\alpha`}. \tag{8}$$

Диференціюючи за координатами місцевої системи x^{i} ділимо компоненти тензора перетворень:

$$Z^{\alpha`}_{,\beta} = \bar{Z}^{\alpha`}_{,\beta} + U^{\alpha`}_{,\beta}. \tag{9}$$

Коваріантні компоненти метричного тензора в актуальній конфігурації рівні:

$$G_{\alpha\beta} = \bar{Z}^{\alpha`}_{,\beta} + U^{\alpha`}_{,\beta},\ G_{33} = \left(Z^{2`}\right)^2 \tag{10}$$

або

$$G_{\alpha\beta} = \bar{g}_{\alpha\beta} + \Delta G_{\alpha\beta},\ G_{33} = \bar{g}_{33} + \Delta G_{33}, \tag{11}$$

де

$$\Delta G_{\alpha\beta} = \left(Z^{\nu`}_{,\alpha}U^{\nu`}_{,\beta} + Z^{\nu`}_{,\beta}U^{\nu`}_{,\alpha} + U^{\nu`}_{,\alpha}U^{\nu`}_{,\beta}\right)$$

або

$$\Delta G_{\alpha\beta} = \left[2Z^{2`}U^{2`} + \left(U^{2`}\right)^2\right]. \tag{12}$$

Контраваріантні компоненти $G^{\alpha\beta}$ визначаються з умови:

$$G^{\alpha\beta}G_{\beta\gamma} = \delta^{\alpha}_{\gamma}, \tag{13}$$

тоді

$$G^{\alpha\beta}G_{\beta\gamma} - \delta^{\alpha}_{\gamma} = \left(\bar{g}^{\alpha\beta} + \Delta G^{\alpha\beta}\right)\left(\bar{g}_{\beta\gamma} + \Delta G_{\beta\gamma}\right) - \delta^{\alpha}_{\gamma} = 0.$$

Відкидаючи вираз для малих величин $\Delta G^{\alpha\beta}\Delta G_{\beta\gamma}$, отримаємо:

$$\Delta G^{\alpha\beta}g_{\beta\gamma} + \bar{g}^{\alpha\beta}\Delta G_{\beta\gamma} = 0,$$

$$\Delta G^{\alpha\eta}g_{\beta\gamma} = -\bar{g}^{\alpha\beta}\Delta G_{\beta\gamma}\bar{g}^{\gamma\eta}. \tag{14}$$

Повертаючись до (7) із врахуванням (13) маємо:

$$\Delta\varepsilon^{ij} = \frac{1}{2}\left(\bar{g}^{ij} - G^{ij}\right) = \frac{1}{2}\left(\bar{g}^{ij} - \bar{g}^{ij} + G^{im}\Delta G_{mn}G^{n\gamma}\right) \approx \frac{1}{2}\bar{g}^{im}\bar{g}^{jn}\Delta G_{mn}. \tag{15}$$

Коваріантні компоненти деформації актуальної конфігурації відносно змінної відрахункової рівні:

$$\Delta\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\bar{Z}^{\nu`}_{,\alpha}U^{\nu`}_{,\beta} + \bar{Z}^{\nu`}_{,\beta}U^{\nu`}_{,\alpha}\right),$$

$$\Delta\varepsilon_{\alpha\beta} = \bar{Z}^{2`}U^{2`}. \tag{16}$$

ISSN 2410-2547
Опір матеріалів і теорія споруд/Strength of Materials and Theory of Structures. 2019. № 102

Згідно до прийнятих гіпотез геометричні рівняння (15) справедливі при малих деформаціях $\Delta\varepsilon_{ij}$ і великих переміщеннях (кути повороту), а (16) тільки при малих деформаціях і малих переміщеннях (кутах повороту).

За межами пружності зв'язок між пружними деформаціями, напруженнями, деформаціями пластичності визначається рівняннями теорії пластичної течії із ізотропним зміцненням [4-6].Використовуються наступні передумови:

1. Компоненти повних деформацій ε^{ij} дорівнюють сумі пружних ε_e^{ij} і пластичних ε_P^{ij}:

$$\varepsilon^{ij} = \varepsilon_e^{ij} + \varepsilon_P^{ij}. \tag{17}$$

2. Повні напруження σ^{ij} визначаються відповідно до узагальненого закону Гука:

$$\sigma^{ij} = \left[\mu\left(\delta_k^i \delta_l^\gamma + \delta_l^i \delta_k^i\right) + \lambda G^{ij} G_{kl}\right]\varepsilon_e^{kl} \tag{18}$$

та можуть бути представлені у вигляді:

$$\sigma^{ij} = \bar{\sigma}^{ij} + \Delta\sigma^{ij}, \tag{19}$$

де $\bar{\sigma}^{ij}$ – напруження, досягнуті під час деформування тіла ввідліковій конфігурації, $\Delta\sigma^{ij}$ – приріст напружень, обумовлений пружними деформаціями тіла при деформації від змінної відрахункової до актуальної конфігурації.

У виразі (18):

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}, \tag{20}$$

де λ - коефіцієнт Ляме, E – модуль Юнга, ν – коефіцієнт Пуассона.

3. Приріст пластичних деформацій визначається згідно до асоційованого закону:

$$d\varepsilon_p^{ij} = \lambda_p \frac{df_p}{dS_{ij}} = \lambda_p S^{ij}, \tag{21}$$

де $S^{ij} = \sigma^{ij} - \sigma_0 G^{ij}$ – компоненти девіатора напружень, f_p –функція текучості,

$$f_p = \frac{1}{2} S_{ij} S^{ij} - \tau_s^2 = 0, \tag{22}$$

$$\tau_s = \tau_s(\text{æ}), \text{æ} = \int\limits_{\varepsilon_p^{ij}} \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_p^{ij} d\varepsilon_{ij}^p}, \tag{23}$$

де τ_s – межа текучості при чистому зсуві, æ - параметр зміцнюваності Одквіста.

Параметри τ_s, ν, E в рівняннях стану (22) визначаються з дослідів на простий розтяг або стискання. Діаграми зміцнення, побудовані в координатах σ^i (інтенсивність напружень) - æ (Параметр Одквіста, який для одновимірного деформування збігається з інтенсивністю логарифмічної міри деформацій ε_i), як показано в роботах [8,9] досить повно характеризують поведінку матеріалу за межею пружності в процесах, близьких до простих та супроводжуються великими пластичними деформаціями.

2. Залежність між приростом деформацій і приростом напружень за межею пружності

Продиференціювавши вираз (16), встановлюємо зв'язок між приростом напружень та приростом пружних деформацій:

$$d\sigma^{ij} = \left[\mu\left(g^{ik}g^{jl} + g^{il}g^{jk}\right) + \lambda G^{ij}G^{kl}\right]d\varepsilon^{e}_{kl}, \tag{24}$$

де

$$d\varepsilon^{e}_{kl} = d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon^{p}_{kl}. \tag{25}$$

Для визначення приросту деформацій пластичності використаємо співвідношення (21). Оскільки при пластичному деформуванні зображаюча точка залишається на поверхні текучості, виконується рівність:

$$df = \frac{\partial f_p}{\partial S^{ij}}dS^{ij} + \frac{\partial f_p}{\partial æ}dæ = 0. \tag{26}$$

Часткові похідні в рівнянні (26) по S^{ij} та æ дорівнюють:

$$\frac{\partial f_p}{\partial S^{ij}} = S^{ij}, \quad \frac{\partial f_p}{\partial æ} = -2\tau_s \frac{\partial \tau_s}{\partial æ}. \tag{27}$$

Перепишемо співвідношення (26) з урахуванням (27), приймаючи до уваги, що $S_{ij}dS^{ij} = S_{ij}d\sigma^{ij}$:

$$S_{ij}d\sigma^{ij} - 2\tau_s \frac{\partial \tau_s}{\partial æ}dæ = 0. \tag{28}$$

Враховуючи (24) та (25) рівняння (28) можна записати у вигляді:

$$S_{ij}\left[\mu\left(g^{ik}g^{jl} + g^{il}g^{jk}\right) + \lambda G^{ij}G^{kl}\right]*\left(d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon^{p}_{kl}\right) = 2\tau_s \frac{\partial \tau_s}{\partial æ}dæ. \tag{29}$$

Представимо приріст пластичних деформацій у відповідності до формули (21). Після підстановки і відповідних перетворень запишемо вираз λ_p для ізотропного матеріалу:

$$\lambda_p = \frac{2GS^{kl}d\varepsilon_{kl}}{\gamma^P}, \tag{30}$$

де

$$\gamma_p = 2GS^{kl}S^{kl} + \frac{4}{3}\sqrt{3}\tau_S^2\frac{\partial \tau_s}{\partial æ} = 4\tau_S^2\left(G + \frac{3}{\sqrt{3}}\frac{\partial \tau_s}{\partial æ}\right),$$

$$d\sigma^{ij} = \left[\left\{\mu\left(g^{ik}g^{jl} + g^{il}g^{jk}\right) + \lambda G^{ij}G^{kl}\right\} - 4G^2S^{ij}S^{kl}\left(\frac{1}{\gamma_p}\right)\right]*\left(d\varepsilon_{kl}\right).$$

3. Моделювання взаємодії тіл

Для моделювання взаємодії тіл вводиться тонкий контактний шар, в межах якого напружено-деформований стан описується в додатковій системі координат $y^{i''}$, що пов'язана з конфігурацією поверхонь тіл (рис. 3).

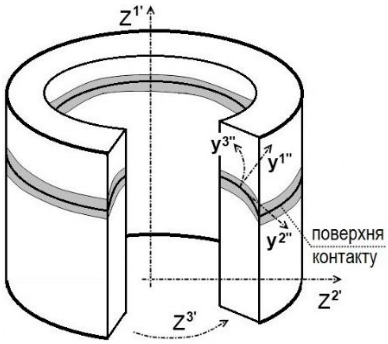

Рис. 3. Моделювання взаємодії тіл

В кожний момент часу t забезпечуються умови непроникнення, тертя на основі закону Кулона та відсутність розтягуючих напружень нормальних до поверхні контакту:

$$\sigma_t^{n''(n'')} \leq 0\,,\ \tau_t \leq f_{fr}\sigma_t^{n''(n'')}\,, \quad (31)$$

де f_{fr} - коефіцієнт тертя, n'' - нормаль до поверхні контакту.

Приймається, що для контактного шару щільність матеріалу та коефіцієнт Пуассона дорівнюють нулю:

$$\rho_c = 0\,,\ \nu_c = 0\,. \quad (32)$$

Формулювання (32) забезпечує безмасовість границі та миттєву передачу зусиль від одного тіла до іншого при динамічному навантаженні.

4. Постановка задачі динаміки

Нававантаження, що діє споруду або обладнання, відносять до динамічного, якщо воно змінює свою величину протягом порівняно короткого проміжку часу. При дії такого навантаження розвиток деформацій системи та поява переміщень представляє собою деякий процес, що змінюється у часі. Маси елементів самої споруди, а також пов'язаного з ним обладнання, в процесі деформування отримують прискорення, що в свою чергу призводить до появи сил інерції, які діють на споруду зі сторони рухомих мас.

Розрахунок з урахуванням сил інерції та викликаних при цьому коливаннях називають динамічним розрахунком. Його метою в загальному випадку є визначення у часі закону руху мас системи, знаючи який можна дати оцінку міцності та жорсткості системи.

Для спрощення інколи розрахунок споруди виконується як статичний, а динамічний характер дії враховується за допомогою так званих динамічних коефіцієнтів. Однак навіть для визначення динамічних коефіцієнтів необхідно вміння проводити саме динамічний розрахунок. Крім того, далеко не завжди за допомогою коефіцієнтів можна урахувати всю своєрідність процесу динамічного деформування.

Рух неоднорідного ізотропного тіла, об'ємом V, обмеженого поверхнею S описується рівнянням, що є наслідком принципу Д'Аламбера, покомпонентна форма якого в криволінійній системі координат приймає вигляд [1, 7]:

$$\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\sqrt{g}\, z^{j'}_{,k}\sigma^{ki}\right)+f^{j'}=\rho\ddot{u}^{j'} . \qquad (33)$$

Однозначність розв’язання (33) забезпечується запровадженням відповідних початкових і граничних умов.

Початкові умови становить відомий розподіл переміщень та швидкостей в тілі у деякий фіксований момент часу t_0, який приймається за початок часової координати:

$$u(Z^{i'},t_0)=u_0(Z^{i'}) ,\ \dot{u}(Z^{i'},t_0)=\dot{u}_0(Z^{i'}) ,\ Z^{i'}\in V . \qquad (34)$$

Припускається, що на частині поверхні S_u задані кінематичні граничні умови:

$$u(Z^{i'},t)=\tilde{u}(Z^{i'},t) ,\ Z^{i'}\in S_u , \qquad (35)$$

а на поверхні S_p з нормаллю $\vec{n}=n_j e^j$ - довільно орієнтована у просторі та у часі система навантажень:

$$z^{k'}_{,i}\sigma^{ij}n_j=\tilde{p}(Z^{ki},t) ,\ Z^{k'}\in S_p . \qquad (36)$$

Диференційне рівняння (33) з граничними умовами (36) еквівалентно варіаційному принципу Гамільтона [2, 3]:

$$\delta T+\delta W-\delta A=0, \qquad (37)$$

де $\delta W=\int\limits_V \tilde{\sigma}^{ij}\delta\tilde{\varepsilon}_{ij}dV$ - варіація потенційної енергії деформації записана в термінах фізичних компонент тензорів напружень та деформацій [1]:

$$\tilde{\varepsilon}_{ij}=\varepsilon_{ij}\Big/\sqrt{g_{(ii)}g_{(jj)}} ,\ \tilde{\sigma}^{ij}=\sigma^{ij}\sqrt{g_{(ii)}g_{(jj)}} ,$$
$$\tilde{\sigma}^{ij}=\tilde{d}^{ijkl}\tilde{\varepsilon}_{kl} ,\ \tilde{d}^{ijkl}=d^{ijkl}\sqrt{g_{(ii)}g_{(jj)}g_{(kk)}g_{(ll)}} . \qquad (38)$$

Тут $\delta A=\int\limits_V f^{i'}\delta u_{i'}\mathrm{d}V+\int\limits_S p^{i'}\delta u_{i'}\mathrm{d}S$ - варіація роботи внутрішніх та зовнішніх сил.

Для подання варіації кінетичної енергії δT використовується загальне формулювання із введенням додаткових гіпотез, щодо закону зміни прискорення точок елементарного об’єму тіла $\ddot{u}^{k'}(t)$ у часі:

$$\delta T=-\int\limits_{x^1}\int\limits_{x^2}\int\limits_{x^3}\rho\ddot{u}^{k'}(t)\delta u_{k'}(t)\sqrt{g}\mathrm{d}x^1\mathrm{d}x^2\mathrm{d}x^3 , \qquad (39)$$

виходячи з якого, можна отримати вирази для окремих важливих випадків, що визначаються параметрами навантаження, а саме законом його зміни, рівнем інтенсивності, швидкістю зростання та тривалістю у часі.

Висновок. Таким чином, для дослідження процесів істотного пластичного деформування отриманіефективні вихідні співвідношення геометрично нелінійної задачі динаміки. Визначені умови контактної взаємодії тіл. Представлені рівняння стану записані у відліковій початковій, відліковій змінній та актуальній системах координат.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Блох В.И.* Теория упругости / [Блох В.И.] - Харьков: Изд-во Харьк. ун-та.- 1964. –483с.
2. *Вольмир А.С.* Статика и динамика сложных структур: Прикладные многоуровневые методы исследований / [Вольмир А.С., Куранов Б.А., Турбаивский А.Т.] –М.: Машиностроение, 1989. –248с.
3. *Друккер Д.* Вариационные принципы в математическом теории пластичности / [Друккер Д.]- Механика.- М.: ИП, 1959.- № 6.
4. *Лур'є А.І.* Нелінійна теорія пружності / [Лур'є А.І.] - М.: Наука, 1980, 512с.
5. *Маликін М.М.* Прикладна теорія пластичності та повзучості / [Маликін М.М.] - Вид. Машинобудування, М., 1975, 399с.
6. *Поздєєв А.А.* Великі пружнопластичні деформації / [Поздєєв А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.І.]. –М., Наука, 1986, 232с.
7. *Сахаров А.С.* Метод конечных элементов в механике твердых тел / [Сахаров А.С., Кислоокий В.Н., Киричевский В.В. и др.] - Киев: Вища школа, 1982.- 479с.
8. *Торхамов М.М.* Про зв'язок між напруженнями та скінченними пластичними деформаціями при простому навантаженні в просторі істинних напружень/ Ред.ж. «Прикл.Мех.», Київ, 1985, - 13с. Рукопис деп. в ВИНИТИ, № 7899-В
9. *Тормахов М.М.* Перевірка постулату ізотропії в області скінченних прожно-пластичних деформацій / Київ. Інститут механіки АН УССР, 1985, 6с. Рукопис деп. в ВИНИТИ, 1986, № 5507В86.

REFERENCES

1. *Blokh V.I.* Teoriya uprugosti (Theory of Elasticity) / [Blokh V.I.] - Khar'kov: Izd-vo Khar'k. un-ta.- 1964. –483s.
2. *Vol'mir A.S.* Statika i dinamika slozhnykh struktur: Prikladnyye mnogourovnevyye metody issledovaniy (Statics and dynamics of complex structures: Applied multilevel research methods) / [Vol'mir A.S., Kuranov B.A., Turbaivskiy A.T.] – M.: Mashinostroyeniye, 1989. –248s.
3. *Drukker D.* Variatsionnyye printsipy v matematicheskom teorii plastichnosti (Variational principles in the mathematical theory of plasticity) / [Drukker D.] - Mekhanika.- M.: IP, 1959.- № 6.
4. *Lurie A.I.* Neliniyna teoriya pruzhnosti(Nonlinear theory of elasticity) / [Lurie A.I.] - M .: Nauka, 1980, 512s.
5. *Malikin M.M.* Prykladna teoriya plastychnosti ta povzuchosti (Applied theory of plasticity and creep) / [Malikin M.M.] -Vid. Machine-building, Moscow, 1975, 399s.
6. *Pozdeev A.A.* Velyki pruzhnoplastychni deformatsiyi. (Large elastoplastic deformations) / [Pozdeev A.A., Trusov PV, Nyashin Yu.I.] -M., Science, 1986, 232s.
7. *Sakharov A.S.* Metod konechnykh elementov v mekhanike tverdykh tel (The finite element method in solid mechanics) / [Sakharov A.S., Kislookiy V.N., Kirichevskiy V.V. i dr.] - Kiyev: Vishcha shkola, 1982.- 479s.
8. *Torkhamov M.M.* Pro zvyazok mizh napruzhennyamy ta skinchennymy plastychnymy deformatsiyamy pry prostomu navantazhenni v prostori istynnykh napruzhen (On the connection between stresses and finite plastic deformations with simple loading in the space of true stresses) / Ed. "Prikl.Meh.", Kyiv, 1985, - 13s. Manuscript dep. In VINITI, No. 7899-V
9. *Tormakhov M.M.* Perevirka postulatu izotropiyi v oblasti skinchennykh prozhno-plastychnykh deformatsiy (Verification of the isotropy postulate in the area of finite forging-plastic deformations) / Kiev. Institute of Mechanics of the Academy of Sciences of USSR, 1985, 6s. Manuscript dep. In VINITI, 1986, No. 5507B86

Стаття надійшла до редакції 14.06.2019 р.

Maksimyuk Yu.V.,Solodei I.I., StrygunR.L.

ORIGINAL EQUATIONS OF A GEOMETRICALLY NONLINEAR DYNAMIC PROBLEM OF ESSENTIAL DEFORMATION FOR AXISYMMETRIC AND FLAT BODIES

Widely used in various fields of technology are the elements and details that are in the process of manufacturing or operating in conditions of significant plastic deformation. This is typical of sealing ring gaskets, rivets in connecting operations, blanks in metal processing, etc. As a rule, the mechanical processes under consideration occur under the influence of intense dynamic loads. Significantly, deformation is also influenced by the condition of their interaction with the contacting parts of the instrument. Further improvement of the constructive decisions of a significant number of responsible nodes and technological processes largely depends on the completeness and reliability of the information on the peculiarities of changing the pattern of the stress-strain state of the selected class of objects in the process of deformation.

In recent years, the requirements for the construction of mechanical models for the study of the processes of manufacturing and operating components and equipment has grown significantly, which is determined by increasing the level of accuracy and reliability of the results, prompting the use of more and more detailed calculation schemes. In addition, the difficulties of studying the behavior of structures in the presence of dynamic loads is multiplied by comparison with static analysis.

In this connection, the importance of developing effective methods for studying the processes of plastic molding of bodies, taking into account geometric nonlinearity and contact interaction under the action of dynamic loads, increases.

The paper considers the original equations of a geometrically nonlinear dynamic problem for the study of processes of significant plastic deformation. The problem statement is given under the condition of contact interaction of bodies. The equations of state are presented in the reference initial, changeable and actual coordinate systems.

Keywords: body of rotation, geometric nonlinearity, physical nonlinearity, plastic deformation, contact stress, dynamic load.

Максимюк Ю.В., Солодей И.И., СтригунР.Л.

ИСХОДНЫЕСООТНОШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ФОРМО-ИЗМЕНЕНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ И ПЛОСКОДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ

В работе рассмотрены исходные соотношения геометрически нелинейной задачи динамики для исследования процессов существенного пластического деформирования. Приведена постановка задачи при условии контактного взаимодействия тел. Представлены уравнения состояния в отсчетной начальной, отсчетной сменной и актуальной системах координат.

Ключевые слова:тела вращения, геометрическая нелинейность, физическая нелинейность, пластические деформации, контактные напряжения, динамическое нагружение.

УДК 539.3
Максим'юк Ю.В., Солодей І.І., Стригун Р.Л. **Вихідні співвідношення нелінійного динамічного формозмінення вісесиметричних та плоскодеформівних тіл**// Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 102.– С. 252-262.
В роботі розглянуто вихідні співвідношення геометрично нелінійної задачі динаміки для дослідження процесів істотного пластичного деформування. Наведена постановка задачі при умові контактної взаємодії тіл. Представлені рівняння стану у відліковій початковій, відліковій змінній та актуальній системах координат.
Іл. 3. Бібліогр. 9 назв.

UDC 539.3
Maksimyuk Yu.V., Solodei I.I., Strygun R.L. **Original equations of a geometrically nonlinear dynamic problem of essential deformation for axisymmetric and flat bodies** // StrengthofMaterialsandTheoryofStructures: Scientific-and-technicalcollectedarticles – Kyiv: KNUBA, 2019. – Issue 102. – P. 252-262.
The paper considers the original equations of a geometrically nonlinear dynamic problem for the study of processes of significant plastic deformation. The problem statement is given under the condition of contact interaction of bodies. The equations of state are presented in the reference initial, changeable and actual coordinate systems
Fig. 3. Ref. 9.

УДК 539.3
Максимюк Ю.В., Солодей И.И., Стригун Р.Л. **Исходные соотношения нелинейного динамического формоизменения осесимметричных и плоскодеформируемых тел**// Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2019. - Вып. 102. - С. 252-262.
В работе рассмотрены исходные соотношения геометрически нелинейной задачи динамики для исследования процессов существенного пластического деформирования. Приведена постановка задачи при условии контактного взаимодействия тел. Представлены уравнения состояния в отсчетной начальной, отсчетной сменной и актуальной системах координат.
Ил. 3. Библиогр. 9 назв.

Автор:*кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА МАКСИМ'ЮК Юрій Всеволодович*
Адреса робоча:*03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Робочий тел.:*+38(044) 241-55-38*
Мобільнийтел.:*+38(067) 230-94-72*
E-mail: maximyuk@ukr.net
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-5814-6227

Автор: *доктор технічних наук, старший науковий співробітник, заст. директора НДІ будівельної механіки Солодей Іван Іванович*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотськийпр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Робочий тел.:*+38(044) 241-55-55*
Мобільний тел.:*+38(050)357-44-90*
E-mail: isolodey@gmail.com
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0001-7638-3085

Автор:*асистент кафедри будівельної механіки КНУБА Стригун Руслан Леонідович*
Адресаробоча:*03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури*
Робочий тел.:*+38(044) 241-55-55*
Мобільний тел.:*+38(068) 790-56-51*
E-mail: r.l.strigun@gmail.com
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-1174-5310