УДК 725

ДИФУЗІЙНІ ПРОЦЕСИ З НАКОПИЧУВАЛЬНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ПРИ ЕКСПЛУАТАЦІЇ БУДІВЕЛЬ

Г.В. Гетун[1],
канд. техн. наук, професор, професор кафедри архітектурних конструкцій

Ю.П. Буценко[2],
канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математичного аналізу та теорії ймовірності

О.І. Баліна[1],
канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики

І.С. Безклубенко[1],
канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики

А.В. Соломін[2],
канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри біобезпеки і здоров'я людини

[1]*Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ*
[2]*НТТУ «КПІ» ім. Ігоря Сікорського, Київ*

Наразі найрозповсюдженішим методом описання еволюцій у часі швидкозмінних процесів, які відбуваються при будівництві та експлуатації будівель від різноманітних впливів, є стохастичні рівняння, побудовані з використанням стохастичного диференціалу Іто. При цьому розглядаються задачі оцінювання параметрів коефіцієнтів, побудови точного або наближеного розв`язку таких рівнянь та асимптотичної їх поведінки. Постає питання про використання наявної інформації про попередню поведінку процесу для прийняття рішень за аналогією до вже відомих ситуацій (метод кейсів – case-study). Зважаючи на практичні потреби фахівців будівельної галузі, важливе значення може мати пропонований метод, який дозволяє встановлювати аналогії між поведінкою будівлі на актуальному часовому проміжку та деякому часовому проміжку з попередньої історії її еволюції. Використовується узагальнений підхід до поняття дифузійного процесу та відповідна форма стохастичного рівняння.. Розроблено концепцію вказаного підходу до стохастичних процесів такого типу для аналізу можливого використання фінансових інструментів, таких, зокрема, як форварди, ф`ючерси, опціони, різноманітні свопи та інші. Розроблений підхід дозволяє класифікувати поведінку відповідного випадкового процесу експлуатації будівлі на часових інтервалах.

Ключові слова: дифузійні процеси, стохастичні диференціальні рівняння, будівлі, моделі еволюції цін, коефіцієнт тренду, коефіцієнт волатильності, метод кейсів.

Вступ. Однією з найбільш розповсюджених математичних моделей для еволюції скалярної або векторної величини в часі є модель дифузійного процесу. Як показано в роботах [1-3], поняття дифузійного процесу тісно пов`язане з поняттям стохастичного диференціального рівняння, рішенням якого при вельми широких припущеннях є дифузійний процес. Хоча спочатку основними об`єктами, до яких було застосовано відповідну теорію, були випадкові процеси в приладах радіоелектроніки, а також моделі теоретичної фізики, сьогодні, мабуть, найбільш активною областю їх застосування, що розвивається, є стохастична фінансова математика. Не зважаючи на існуючі певні складнощі з обґрунтуванням мартингального підходу до процесів фінансового ринку в будівництві, виникають все нові, більш складні моделі еволюції цін. При цьому визначальними є змінні як у часі, так і в межах цінової шкали характеристики тренда і волатильності, що відповідають традиційним для дифузійних процесів характеристикам переносу і дифузії. Будучи абсолютно коректним з математичної точки зору, такий підхід суттєво ускладнює побудову аналогій між поведінкою процесу на різних інтервалах часу. Стохастичні диференціальні рівняння, що виникають в цих випадках, дуже рідко вдається вирішити в явному вигляді, завдання граничної поведінки їх рішень не завжди мають практичний сенс.

В зв`язку з цим з`являється задача розгляду дифузійних процесів з характеристиками переносу і дифузії, визначеними на часових інтервалах, обґрунтування існування рішень відповідних рівнянь Колмогорова і стохастичних диференціальних рівнянь. Розглядаються адаптовані для такого підходу узагальнення відомих моделей фінансової динаміки. Формуються пропозиції по використанню накопичених на часових інтервалах характеристик тренда будівництва і волатильності при використанні методу кейсів вивчення еволюції показника.

Виклад основного матеріалу

Нехай $X(t)$ – марковський випадковий процес з перехідною ймовірністю $P(s, x, t, A)$, тобто

$$P\{X(t)\in A/X(s)=x\}=P(s,x,t,A),\ s,t,\in[0;+\infty),x\in R,A\subset R.$$

Такий процес називається дифузійним, якщо виконані умови

$$\begin{cases}\lim\limits_{\Delta\to 0}\int\limits_{|x-y|<\varepsilon} P(s,x,t+\Delta,\mathrm{d}y)=0,\\ \lim\limits_{\Delta\to 0}\int\limits_{|x-y|<\varepsilon} (y-x)P(s,x,t+\Delta,\mathrm{d}y)=a(s,x),\\ \lim\limits_{\Delta\to 0}\int\limits_{|x-y|<\varepsilon} (y-x)^2P(s,x,t+\Delta,\mathrm{d}y)=\sigma^2(t,x),\end{cases}\tag{1}$$

для будь-яких $\varepsilon>0, x\in R$.

В роботі [4] було запропоновано розглядати в якості дифузійного випадковий процес $X(t)$ для якого:

$$\begin{cases}\lim\limits_{\delta\to 0}\sum\limits_{k=1}^{n}\int\limits_{|x-y|>\varepsilon} P(t_{k-1},x,t_k,\mathrm{d}y)=0,\\ \lim\limits_{\delta\to 0}\sum\limits_{k=1}^{n}\int\limits_{|x-y|<\varepsilon} (y-x)P(t_{k-1},x,t_k,\mathrm{d}y)=a(s,t,x),\\ \lim\limits_{\delta\to 0}\sum\limits_{k=1}^{n}\int\limits_{|x-y|<\varepsilon} (y-x)^2P(t_{k-1},x,t_k,\mathrm{d}y)=b(s,t,x)=\sigma^2(s,t,x),\end{cases}\tag{2}$$

де $x\in R$, $s=t_0<t_1<...<t_n=t,[s,t]\subset[0;+\infty]$. Отримані таким чином функції $a(s,t,x)$ і $b(s,t,x)$ є накопиченими на часовому інтервалі $[s,t]$ характеристиками переносу (тренду) і дифузії (волатильності) процесу $X(t)$. Відзначимо також, що зазначені функції при всякому фіксованому значенні x є, відповідно, зарядом і мірою на $[0;+\infty)$.

Додаткова умова

$$\sup_{\Delta}\left|\sum_{k=1}^{n}\int (y-x)P(t_{k-1},x,t_k,\mathrm{d}y)\right| < C \tag{3}$$

для деякого $\gamma > 0$.

У випадку, якщо $X(t)$ є дифузійним процесом в описаному вище сенсі і виконання умови (3) забезпечує обмеженість і неперервність по сукупності змінних функції $V(s,x)=\int f(y)P(s,x,t,\mathrm{d}y)$ разом з її частинними похідними $\frac{\partial V}{\partial x}$ і $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}$, де $f(y)$ – деяка функція $y\in R$, то справедливе співвідношення

$$V(s,x)-f(x)=\int_s^t \frac{\partial V}{\partial x}(u,x)a(\mathrm{d}u,x)+\frac{1}{2}\int_s^t \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}(u,x)b(\mathrm{d}u,x). \tag{4}$$

Зазначимо також, що якщо

а) перехідна ймовірність $P(s,x,t,\mathrm{d}y)$ розглянутого вище дифузійного процесу задовольняє наступній умові: для будь-якої обмеженою, двічі неперервно диференційовної функції $f(x)$ функція $g(s,t,x)=$ $=\int f(y)P(s,x,t,\mathrm{d}y)$ неперервна за сукупністю змінних, двічі неперервно диференційовна по x, причому для всіх x і будь-якої міри μ, щодо якої абсолютно неперервні $a(\mathrm{d}u,x)$ і $b(\mathrm{d}u,x)$ справедливі рівності

$$\begin{cases} \lim\limits_{\substack{t\downarrow u\\ s\uparrow u}} g(s,t,x)=f(x),\\ \lim\limits_{\substack{t\downarrow u\\ s\uparrow u}} g'_x(s,t,x)=f'(x),\\ \lim\limits_{\substack{t\downarrow u\\ s\uparrow u}} g''_{xx}(s,t,x)=f''(x). \end{cases}$$

б) існує $\gamma > 0$ таке, що при $\forall x\in R$, μ – майже всіх $s,t,[s,t]\subseteq[0;T]$ виконано нерівність $\int |y-x|^{2+\gamma}P(s,x,t,\mathrm{d}y)\le \alpha([s,t],x)\mu[s,t]$, де $\alpha([s,t],x)\to 0$ при $t\downarrow s$; при цьому мають місце рівності

$$\lim_{t\downarrow s}\frac{\int (y-x)P(s,x,t,\mathrm{d}y)}{\mu[s,t]}=a(s,x);$$

$$\lim_{t\downarrow s}\frac{\int (y-x)^2 P(s,x,t,\mathrm{d}y)}{\mu[s,t]}=b(s,x).$$

в) траєкторії процесу неперервні з ймовірністю 1;

г) коефіцієнти $a(\mathrm{d}u,x)$, $b(\mathrm{d}u,x)$ абсолютно неперервні відносно міри μ з щільністями $a(u,x)$, $b(u,x)$ відповідно, причому ці щільності обмежені і неперервні по x в будь-якій обмеженій області R всюди, за виключенням, можливо точок, в околах яких ці функції обмежені всюди, крім самих точок; і точок $M_0(x_0,t_0)$, для яких знайдуться околи, в яких $|a(t,x)|+|b(t,x)| \le \frac{C_1}{(\mu[t_0,t])^{1-\gamma}}$ при $0<t-t_0<\alpha$, $0<|x-x_0|<\beta, \gamma>0$, $|a(t,x)|+|b(t,x)| \le \frac{C_2}{(\mu[t,t_0])^{1-\gamma}}$ при $0<t_0-t<\alpha$, $0<|x-x_0|<\beta$, то процес $Y(t)=X(t)-X(0)-\int_0^t a(\mathrm{d}u,X(u))$ є мартингалом з квадратичною характеристикою $\int_0^t b(\mathrm{d}u,X(u))$.

З вищевикладеного виникає правомірність розгляду стохастичного диференціального рівняння виду

$$X(t)=X(0)+\int_0^t a(u,X(u))\mu(\mathrm{d}u)+\int_0^t \sigma(u,X(u))\mathrm{d}w(m(u)), \tag{5}$$

де $\sigma^2(u,x)=b(u,x), m(t)=\mu[0,t]$, $MX^2(t)<+\infty, X(0)$ не залежить від $w(m(t)), t\in[0,T]$.

Зауваження 1. Накладення на коефіцієнти дифузійного процесу, що задовольняє рівнянню (5), умов, які передбачають їх абсолютну неперервність щодо міри $\mu(\mathrm{d}t)$, фактично означає, при порівнянні з стохастичними диференціальними рівняннями $\mathrm{d}X(t)=$ $=a(t,X(t))\mathrm{d}t+\sigma(t,X(t))\mathrm{d}w(t)$, які розглядаються традиційно, здійснення заміни часу $t\to m(t)$ для випадкового процесу $X(t)$.

Зауваження 2. Традиційний розгляд еволюції ринкових цін (наприклад, на фондовому або валютному ринках) виявляється найбільше «комфортним» саме у випадку «проінтегрованого» стохастичного диференціального рівняння.

Розглянемо найпростіші приклади конверсії відомих моделей з допомогою запропонованої вище ідеї. Нехай $X(t)$ – вінерівський процес зі зносом: $\mathrm{d}X(t)=a\mathrm{d}t+\sigma\mathrm{d}w(t)$, де $w(t)$ – стандартний вінерівський процес.

У цьому випадку природним є розгляд модифікованого процесу $\tilde{X}(t)=X(0)+\mu[0,t]+\sigma w(t),$ або процесу більш загального виду

$$X^*(t)=X(0)+\mu[0,t]+\sigma w(m(t)), \tag{6}$$

де $m(t)=\mu_1[0,t]$, $\mu(\mathrm{d}t),\mu_1(\mathrm{d}t)$ - неатомічні міри на [0;+∞]. При цьому параметри процесу $X^*(t)$ мають природні статистичні оцінки: $\mu[0,t]$ оцінюється як тренд, а величина $\sigma^2\mu_1[0,t]$ - як мартингальна квадратична характеристика. Відповідно $a(s,t,x)=\mu[s,t], b(s,t,x)=\sigma^2\mu_1[s,t]$.

У випадку так званого процесу Орнштейна-Уленбека [5] маємо рівняння: $\mathrm{d}X(t)=\theta(\mu-X(t))\mathrm{d}t+\sigma\mathrm{d}w(t)$, рішення якого має вигляд

$$X(t)=X(0)e^{-\theta t}+\mu(1-e^{-\theta t})+\sigma\int_0^t e^{-\theta(t-s)}\mathrm{d}w(s). \qquad (7)$$

Традиційний метод рішення такого рівняння передбачає використання підстановки $f(t)=X(t)e^{\theta t}$, яка для конверсованого рівняння $X^*(t)=X(0)+\int_0^t(a-X^*(u))\mu(\mathrm{d}u)+\sigma w(t)$ має вигляд $f^*(t)=X^*(t)e^{\mu[0,t]}$, звідси

$$\mathrm{d}f^*(t)=((a-X^*(t))\mu(\mathrm{d}t)+\sigma\mathrm{d}w(t))e^{\mu[0,t]}+X^*(t)e^{\mu[0,t]}\mu(\mathrm{d}t)=$$
$$=a\mu(\mathrm{d}t)e^{\mu[0,t]}+\sigma\mathrm{d}w(t)e^{\mu[0,t]},$$

$$X^*(t)e^{\mu[0,t]}=X(0)+a\int_0^t e^{\mu[0,u]}\mu(\mathrm{d}u)+\sigma\int_0^t e^{\mu[0,u]}\mathrm{d}w(u)$$

і остаточно маємо

$$X^*(t)=X(0)e^{-\mu[0,t]}+a(1-e^{\mu[0,u]})+\sigma\int_0^t e^{-\mu[u,t]}\mathrm{d}w(u). \qquad (8)$$

Звертаючись до моделей стохастичної фінансової математики, зазначимо можливість конверсії рівняння, що описує традиційну модель Блека-Шоулза [6]:

$$\mathrm{d}X(t)=aX(t)\mathrm{d}t+\sigma X(t)\mathrm{d}w(t).$$

В цьому випадку маємо для ціни Європейського опціону наступне рівняння:

$$\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{1}{2}\sigma^2S^2\frac{\sigma^2V}{\sigma S^2}+aS\frac{\sigma V}{\sigma S}-aV=0.$$

Конверсований (“проінтегрований по *t”*) вигляд такого рівняння

$$V(S,t)+\frac{1}{2}\int_0^t S^2\frac{\partial^2V}{\partial S^2}b(\mathrm{d}u)+\int_0^t S\frac{\partial V}{\partial S}a(\mathrm{d}u)-\int_0^t Va(\mathrm{d}u)=0. \qquad (9)$$

Маючи на увазі, що $a(s,t,x)=xa(s,t),\ b(s,t,x)=x^2b(\mathrm{d}u).$

Припускаючи, що $b(\mathrm{d}u)=\mathrm{d}u,$ відоме рішення стохастичного рівняння в цьому випадку можемо записати як

$$X^*(t)=X(0)\exp\left\{\mu[0,t]-\frac{1}{2}\sigma^2t+\sigma w(t)\right]. \qquad (10)$$

Зазначимо, що в моделях фондового ринку дуже близьких до моделі Блека і Шоулза (іменованої також моделлю Блека-Шоулза-Мертона) є модель Хо і Лі [7]:

$$\mathrm{d}X(t)=\alpha(t)\mathrm{d}t+\sigma\mathrm{d}w(t).$$

В нашому випадку, така модель при її конверсії відповідає конверсійному варіанту вінеровського процесу зі зносом (6).

Відповідно, модель Васичека [8] еквівалентна розглянутій вище моделі Орнштейна-Уленбека.

У випадку моделі Дотхана [9] отримуємо ще один варіант моделі Блека-Шоулза, який відображається співвідношеннями (9), (10).

На відміну від розглянутих вище, підхід Зандманна і Зондерманна передбачає, по-перше, розгляд перетвореного процесу цінової еволюції $X(t)$ – виписується рівняння для $Y(t)=\ln(1+X(t))$. По-друге, таке рівняння має вигляд:

$$\mathrm{d}\ln Y(t)=(\theta(t)+\rho(t)\ln Y(t))\mathrm{d}t+\sigma(t)\mathrm{d}w(t), \tag{11}$$

де $\rho(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\ln\delta(t)=\frac{\sigma'(t)}{\sigma(t)}$.

Позначивши в цьому випадку $Z(t)=\ln Y(t)$, приводимо співвідношення (11) до виду $\mathrm{d}\left(\frac{z(t)}{\sigma(t)}\right)=\frac{\theta(t)}{\sigma^2(t)}\mathrm{d}t+\mathrm{d}w(t)$, тобто, аналогічно попередньому

(11*) $\mathrm{d}Z^*=\mathrm{d}\mu+\mathrm{d}w$, де $Z^*(t)$ – «нормований» процес $Z(t)$, $\mu[0,t]$ – деяка не атомічна міра.

Висновки. Запропонований підхід до дифузійних моделей, сформульований вперше в роботі [4], дозволяє, на думку авторів, по-перше, покращити можливості застосування класичних моделей у будівництві шляхом використання заміни часу, і, по-друге, реалізувати новий підхід до використання на практиці зведення та експлуатації будівель, яка зводиться до використання методу кейсів [11], тобто пошуку аналогій із ситуацією, яка спостерігається для еволюції параметра, в історії спостережень, що існують. Таку можливість надає характеризація параметрів експлуатації будівель не в точці, а на часовому інтервалі.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Буценко Ю.П.* К теории диффузии. Вероятностный бесконечномерный анализ. Киев, Институт математики АН УССР, 1981.С. 30-38.
2. *Uhlenbeck G.E., Ornstein L.S.* On the theory of Brownian motion. Physical Revue. – 1930. v. 36, i.5: P. 823-841.
3. *Black F., Scholes M.* The pricing of options and Corporate Liabilities. Journal of Political Economy. – 1973. v.81, i.3: P.637-654.
4. *Ho T.S.Y., Lee S.B.* Term structure movements and pricing interest rate contingent claims. Journal of finance. – 1986. v. 41, i.5: P.1011-1029.
5. *Vasichek O.* An equilibrium characterization of term structure. Journal of Financial Economics. – 1977. v. 5, i.2: P. 177-188.
6. *Dothan L.U.* On the term structure of interest rates . Journal of Financial Economies. – 1978. v. 6, i.1: P. 59-69.
7. *Sandmann K., Zondermann D.* Interest rate options. Geld, Banken, Versiherungen. Karlsruhe, ed. W. Heilman. -1992.:P. 739-760.
8. *Eisenhardt R.M.* Building theories from case study research. Academy of Management Review. – 1989. v. 14, i.4: P. 352-550.
9. *Ито К., Маккин Г.* Диффузионные процессы и их траектории. /Москва: Мир. 1968. - 364 с.
10. *Oksendal, Berndt K.* Stochastic differential equations. An Introduction with application./ Berlin: Springer. 2010. - 379 p.
11. *Ширяев А.Н.* Основы стохастической финансовой математики (в 2т.)./ Москва: Фазис. 1998. - 512 с.+544 с.

REFERENCES

1. Butsenko Y.P. (1981).K teorii diffuzii .Veroyatnostnyy beskonechnomernyy analiz. – K.: Institut matematiki AN USSR, s. 30-38 [in Russian].
2. Uhlenbeck G.E., Ornstein LS. (1930). On the theory of Brownian motion. Physical Revue. v. 36, i.5, pp. 823-841.
3. Black F., Scholes M. (1973). The pricing of options and Corporate Liabilities. Journal of Political Economy v.81, i.3, pp.637-654.
4. Ho T.S.Y, Lee S.B. (1986). Term structure movements and pricing interest rate contingent claims. Journal of finance. V. 41, i.5, pp.1011-1029.
5. Vasichek O. (1977). An equilibrium characterization of term structure// Journal of Financial Economics. V. 5, i.2, pp. 177-188.
6. Dothan L.U. (1978). On the term structure of interest rates. Journal of Financial Economies v. 6, i.1,pp. 59-69.
7. Sandmanu K., Zondermann D. (1992). Interest rate options. Geld, Banken, Versiherungen.- Karlsruhe, ed. W. Heilman, pp. 739-760.
8. Eisenhardt R.M. (1989). Building theories from case study research. Academy of Management Review, v. 14,i.4, pp. 352-550.
9. Ito K., McKean G. (1968) Diffuzionnyye prozessy i ikh trayektorii. Moskva: Mir, 1968 [in Russian].
10. Oksendal, Berndt K. (2010) Stochastic differential equations. An Introduction with application. Berlin: Springer.
11. Shiryayev A.N. (1998). Osnovy stokhasticheskoy finansovoy matematiki (v 2t.). Moskva: Fazis [in Russian].

Стаття надійшла до редакції 03.06.2019 р.

Getun G., Butsenko Yu., Balina O., Bezklubenko I., Solomin A.

DIFFUSION MODELS WITH ACCUMULATED CHARACTERISTICS WHEN OPERATING BUILDINGS

Currently, the most common method of describing the evolution in time of rapidly changing processes that occur during the construction and operation of buildings from different influences is stochastic equations, constructed using the Ito`s stochastic differential. For equations of this kind problems of estimating the parameters of their coefficients, building exact and approximate solutions, describing of asymptotic behavior of their solutions are considered. For all importance of such results, they, more often than not, turn out to be unsufficient for developing practical recommendations in the process of using financial instruments. In connection with the above, the question arises of using the available information about the previous evolution of the process for making decisions by analogy with already known situations (the case - study method). Taking into account the practical needs of the construction industry, it is important to develop methods that allow to establish analogies between the behavior of the building of changing the price indicator on the current time interval and some time period from the previous history its evolution. Development of innovative method for comparing the behavior of a random process of diffusion type, associated with the evolution of market indicators, at various time intervals. The methods of the mathematical theory of diffusion, stochastic differential equations, as well as their generalization to the case of locally infinitely divisible processes are used. A generalizations approach to the concept of a diffusion process and the corresponding form of a stochastic differential equation proposed. The concept of the described approach to stochastic processes of this type has been developed for analyzing the possible use of financial instruments in the evolution of market indicators. An innovative technology has been created for teaching the use of financial instruments, such as futures, forwards, options, various swaps and others. Observations on the evolution over time of the price indicator makes it possible to determine and use previously accumulated experience concerning periods of similar evolution. The developed approach allows to classify the behavior of random process of building operation at time intervals.

Keywords: diffusion processes, stochastic differential equations, building, models of evolution of prices trend coefficient, volatility coefficient, case study.

Гетун Г.В., Буценко Ю.П., Балина Е.И., Безклубенко И.С., Соломин А.В.

ДИФФУЗИОННЫЕ МОДЕЛИ С НАКОПИТЕЛЬНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ ЗДАНИЙ

В настоящее время наиболее распространенным методом описания эволюции во времени быстроменяющихся процессов, которые происходят при строительстве и эксплуатации зданий от разных воздействий являются стохастические уравнения, построенные с использованием стохастического дифференциала Ито. При этом рассматриваются задачи оценивания параметров коэффициентов, построения точного или приближенного решений таких уравнений и описания их асимптотического поведения. При всей важности таких результатов, они, чаще всего, оказываются недостаточными при наработке практических рекомендаций в конкретных случаях. В связи с этим встает вопрос об использовании имеющейся информации о предыдущей эволюции процесса для принятия решений по аналогии с уже известными ситуациями (метод кейсов – case-study). Учитывая практические потребности специалистов строительной отрасли, важное значение имеет метод, позволяющий устанавливать аналогии между поведением здания на актуальном временном промежутке и некотором временном промежутке из предыдущей истории его эволюции. Разработка инновационных методов сравнения поведения процесса диффузионного типа, связанного с эволюцией рыночных показателей, на различных временных интервалах. Использованы методы математической теории диффузии, стохастических дифференциальных уравнений и их обобщения на случай локально-безгранично делимых случайных процессов. Предложен обобщенный подход к понятию диффузионного процесса и, соответствующая форма стохастического уравнения. Разработана концепция описанного подхода к стохастическим процессам такого типа для анализа возможного использования финансовых инструментов при эволюции рыночных показателей путем изучения аналогичных по накопленным характеристикам ситуаций (метод кейсов – case-study). Создана инновационная технология обучения использованию финансовых инструментов, таких, в частности, как форварды, фьючерсы, опционы, разнообразные свопы и другие. Наблюдение за эволюцией во времени ценового показателя позволяет определять и использовать ранее накопленный опыт, касающийся периодов аналогичной его эволюции. Разработанный подход позволяет классифицировать поведение случайного процесса эксплуатации здания на временных интервалах.

Ключевые слова: диффузионные процессы, стохастические дифференциальные уравнения, здания, модели эволюции цен, коэффициент тренда, коэффициент волатильности.

УДК 725
Гетун Г.В., Буценко Ю.П., Баліна О.І., Безклубенко І.С., Соломін А.В. **Дифузійні процеси з накопичувальними характеристиками при експлуатації будівель** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірн. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 102. – С. 243-251.

Розглядаються задачі оцінювання параметрів коефіцієнтів і розв`язків стохастичних рівнянь, що використовуються для описання швидкозмінних процесів, які відбуваються при будівництві та експлуатації будівель. Досліджується асимптотична поведінка таких розв`язків.

Табл. 0. Іл. 0. Бібліогр. 11 назв.

Getun G., Butsenko Yu., Balina O., Bezklubenko I., Solomin A. **Diffusion models with accumulated characteristics when operating buildings** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. - Kyiv: KNUBA, 2019. – Issue 102. – P. 243-251.

The problems of estimating the parameters of coefficients and solutions of stochastic equations used to describe the fast-moving processes that occur when the construction and operation of buildings are considered. The asymptotic behavior of such solutions is studied.

Tabl. 0. Pic. 0. Bibliogr. 11 titles.

Гетун Г.В., Буценко Ю.П., Балина Е.И., Безклубенко И.С., Соломин А.В. **Диффузионные модели с накопительными характеристиками при эксплуатации зданий** // Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-техн. сборн. - К.: КНУСА, 2019. - Вып. 102. – С. 243-251.
Рассматриваются задачи оценки параметров коэффициентов и решений стохастических уравнений, используемых для описания быстропротекающих процессов, которые происходят при строительстве и эксплуатации зданий. Исследуется асимптотическое поведение таких решений.
Табл. 0. Ил. 0. Библиогр. 11 назв.

Автор: *кандидат технічних наук, професор, професор кафедри архітектурних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури ГЕТУН Галина В'ячеславівна*
E-mail: *GalinaGetun @ukr.net*
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-3317-3456

Автор: *канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математичного аналізу та теорії ймовірності НТТУ «КПІ» ім. Ігоря Сікорського БУЦЕНКО Юрій Петрович*
E-mail: *armchairdoc @ukr.net*
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0003-4806-9587

Автор: *кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики Київського національного університету будівництва і архітектури БАЛІНА Олена Іванівна*
E-mail: *elena.i.balina@gmail.com*
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0001-6925-0794

Автор: *Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій проектування та прикладної математики Київського національного університету будівництва і архітектури БЕЗКЛУБЕНКО Ірина Сергіївна*
E-mail: *i.bezklubenko@gmail.com*
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-9149-4178

Автор: *кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри біобезпеки і здоров'я людини НТТУ «КПІ» ім. Ігоря Сікорського СОЛОМІН Андрій Вячеславович*
E-mail: *andr-sol@i.ua*
ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-5226-8813