

УДК 539.3

## ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗ СЕЙСМІЧНОЇ ХВИЛЬОВОЇ РЕАКЦІЇ КАРКАСНОЇ БУДІВЛІ

**О.О. Лук'янченко,**

канд. техн. наук

**Ю.В. Ворона,**

канд. техн. наук

**О.В. Костіна,**

канд. техн. наук

*Київський національний університет будівництва і архітектури  
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680; Імейл: [lukianch0907@meta.ua](mailto:lukianch0907@meta.ua)*

Застосування нових і ефективних методів, до яких відносяться вейвлет-методи, для якісного аналізу сейсмічних реакцій будівельних споруд є вимогою часу. В статті досліджена ефективність нового чисельного підходу до розрахунку сейсмічної реакції багатопверхової каркасної будівлі, заснованого на теорії і методах нелінійної механіки, рухомої хвилі та вейвлет-аналізу. Дія сейсмічного впливу подана у вигляді випадкових реалізацій прискорення ґрунту різної магнітуди, які отримано за допомогою статистичного підходу Руїза та Пензієна, та хвильової реакції будівлі на горизонтальне сейсмічне переміщення ґрунту. За допомогою програмного комплексу скінченно-елементного аналізу побудована математична модель нестационарних стохастичних коливань будівлі у вигляді систем диференціальних рівнянь другого порядку в узагальнених координатах. Хвильова реакція будівлі представлена у вигляді поперечних згинальних хвиль в колонах, амплітуда яких відповідала магнітуді сейсмічного впливу. Досліджена статична поведінка та стійкість каркасної будівлі при дії поверхневого тиску на плити перекриття в нелінійній постановці методом Ньютона-Рафсона. Модальний аналіз виконано за допомогою методу Ланцоша. Динамічна поведінка будівлі досліджена методом Рунге-Кутти четвертого порядку. Виконано вейвлет-аналіз реалізацій сейсмічного впливу та сейсмічних відгуків каркасної будівлі із застосуванням дискретних ортогональних (Добеші 4) і неперервних неортогональних (Морле) одновимірних комплексних вейвлет-функцій. Візуалізація сейсмічного впливу та сейсмічної реакції будівлі подана у вигляді вейвлет-спектрограм та Фур'є-образів. Підтверджена доцільність урахування поперечних згинальних рухомих хвиль в колонах багатопверхової каркасної будівлі при дослідженні її сейсмічної поведінки. Особливо це стосується каркасних будівель з багатьма прольотами, бо швидкість хвиль в колонах буде різною і залежатиме від збільшення кількості плит перекриття, що спираються на них.

**Ключові слова:** вейвлет-аналіз, каркасна будівля, метод скінченних елементів, нелінійна механіка, сейсмічний вплив, теорія рухомих хвиль.

### Вступ

Поява вейвлет-аналізу є однією з важливих подій, які відбулися в математиці в кінці двадцятого сторіччя. На даний момент вейвлет-аналіз широко застосовується в дослідженнях нестационарних сигналів, неоднорідних полів, зображень різної природи, часових рядів, для розпізнавання образів і вирішення багатьох завдань в радіотехніці, зв'язку, електроніці, ядерній фізиці, сейсмоакустиці, метеорології, біології, економіці та інших областях науки і техніки [1,7]. Вейвлет-методи успішно доповнюють, а іноді здатні і повністю замінити обробку даних традиційними методами. Вейвлет-аналіз є ефективним інструментарієм

для дослідження різних закономірностей, що містяться в сейсмічних сигналах. Тому важливо застосовувати нові і ефективні вейвлет-методи до якісного аналізу сейсмічних реакцій будівельних споруд.

Стаття присвячена аналізу ефективності застосування чисельного підходу, заснованого на теорії нелінійної механіки, рухомої хвилі, вейвлет-аналізу та процедур сучасних обчислювальних комплексів [9] до розрахунку сейсмічної реакції багатопверхових каркасних будівель. На думку багатьох дослідників [2-6] в основу розрахунків споруд на сейсмостійкість для найбільш сейсмічно небезпечних слабких ґрунтів, як міру інтенсивності землетрусу, разом з нормуванням амплітуд прискорень ґрунту слід ввести нормування амплітуд його пружного переміщення і швидкості. В дослідженнях сейсмічної реакції висотної споруди та просторової одноповерхової конструкції [7,8] дія сейсмічного впливу авторами подана у вигляді випадкових реалізацій прискорень ґрунту, які отримано за допомогою статистичного підходу Руїза та Пензієна [3], та хвильової реакції споруд на горизонтальне сейсмічне переміщення ґрунту згідно рекомендацій Курзанова А.М. [5]. Математична модель нестационарних стохастичних коливань будівлі подана у вигляді системи нез'язаних диференціальних рівнянь другого порядку в узагальнених координатах з багатьма ступенями вільності. Сейсмічна реакція каркасної будівлі отримана у вигляді випадкових реалізацій переміщень, швидкостей і прискорень за допомогою методу прямого чисельного інтегрування Рунге-Кутти четвертого порядку. Виконано вейвлет-перетворення отриманих реалізацій на основі дискретних ортогональних (Добеші 4) і неперервних неортогональних (Морле) одновимірних комплексних вейвлет-функцій. За допомогою вейвлет-спектрограм та Фур'є-образів реалізацій сейсмічного впливу і сейсмічних реакцій будівлі проаналізована локалізація їх максимальних значень в частотно-часовому просторі. Дана оцінка ефективності урахування горизонтального сейсмічного переміщення ґрунту у вигляді поперечної згинальної хвильової реакції будівлі при дослідженні її сейсмічної реакції.

### **1. Комп'ютерне моделювання сейсмічної поведінки каркасної будівлі з урахуванням рухомих хвиль**

Розглянута п'ятиповерхова каркасна будівля, розрахункова модель якої побудована за допомогою обчислювального комплексу скінченно-елементного аналізу NASTRAN [9]. Елементи будівлі виготовлені з бетону класу В25 з механічними характеристиками:  $E = 30 \times 10^9$  Па,  $G = 12,75 \times 10^9$  Па,  $\mu = 0,167$  та  $\gamma = 2,4 \times 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Пружні колони мають квадратний поперечний переріз 0,4х0,4 м і висоту 3 м на кожному поверсі будівлі. Нижні кінці колон першого поверху жорстко закріплені у ґрунт. На колони спираються квадратні плити розміром 6х6 м і товщиною 0,2 м. Враховано жорстке з'єднання колон і плит перекриття. Модель колони одного поверху представлена у вигляді набору з 10 стержневих скінченних елементів з шістьма ступенями вільності у вузлі. Плити подані як сукупність плоских чотирикутних скінченних елементів (20х20) з шістьма

ступенями вільності у вузлі. Скінченно-елементна модель каркасної будівлі містить 2389 вузлів та 2200 елементів.

Математична модель сейсмічних коливань каркасної будівлі сформована на основі принципу Даламбера-Лагранжа у вигляді системи незв'язаних диференціальних рівнянь другого порядку в узагальнених координатах з багатьма ступенями вільності

$$\ddot{y}_i(t) + 2\xi_i\omega_i\dot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = a_{gfi}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

де  $y_i(t)$  – узагальнена координата,  $\omega_i$  – власні частоти коливань каркасної будівлі,  $\xi_i$  – коефіцієнт демпфірування,  $a_{gfi}(t)$  – випадкове прискорення ґрунту на рівні фундаменту,  $n$  – кількість утриманих в розрахунках ступенів вільності будівлі.

Власні частоти коливань будівлі  $\omega_i$  визначено за допомогою методу Ланцоша, який реалізовано в комплексі NASTRAN, при розв'язанні задачі на власні значення (*Modes*)

$$(K - \omega_i^2 M)\bar{\varphi}_i = 0. \quad (2)$$

Тут  $M, K$  – відповідно матриці мас та жорсткості конструкції;  $\bar{\varphi}_i$  – система векторів власних форм коливань, яка є ортогональною

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_j^T M \bar{\varphi}_i &= 0, \\ \bar{\varphi}_j^T K \bar{\varphi}_i &= 0. \end{aligned} \quad (i \neq j). \quad (3)$$

Узагальнені матриці мас, жорсткості і демпфірування обчислені за формулами

$$\begin{aligned} M^* &= \Phi^T M \Phi = E = \text{diag}(1, 1, \dots, 1), \\ C^* &= \Phi^T C \Phi = \text{diag}(2\varepsilon_1\omega_1, 2\varepsilon_2\omega_2, \dots, 2\varepsilon_n\omega_n, \dots, 2\varepsilon_n\omega_n), \\ K^* &= \Phi^T K \Phi = \text{diag}(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_i^2, \dots, \omega_n^2). \end{aligned} \quad (4)$$

В системі (1) дія сейсмічного впливу врахована у вигляді імовірнісної моделі прискорення ґрунту  $a_{gfi}(t)$  та реакції будівлі на горизонтальне сейсмічне переміщення ґрунту після початку землетрусу згідно рекомендацій Курзанова А.М. [5]. За допомогою статистичного підходу Руїза та Пензієна [3] із застосуванням програми Mathcad сформована модель прискорення ґрунту у вигляді випадкових реалізацій, які прикладені в місцях кріплення колон першого поверху до фундаменту вздовж однієї осі. Згідно даної моделі сейсмічні хвилі поширюються в земній корі та наштовхуються на абсолютно тверду поверхню („скелю”). Вибіркова функція прискорення „скелі” є результатом множення згладженої квазіобвідної функції на вибірккову функцію, що генерується у вигляді послідовності незалежних гаусівських ординат з тими самими середніми значеннями і дисперсіями. Далі вони фільтруються м'яким шаром і досягають фундаменту будівлі.

Поперечна згинальна хвиля в колонах будівлі задана синусоїдою з максимальною амплітудою сейсмічного горизонтального переміщення ґрунту  $A$ , частотою рухомої хвилі  $\tilde{\omega}$  і запізненням хвилі  $\tau$  в колоні:

$$x(t) = A(t) \sin \tilde{\omega}(t - \tau), \quad (5)$$

де  $A(t)$  – амплітуда горизонтального переміщення ґрунту,  $\tilde{\omega} = 2\pi / \tilde{T}$  – частота рухомої хвилі,  $\tilde{T} = 2\pi \sqrt{A(t)/a(t)}$  – період поперечних згинальних коливань колони,  $\tau = z/\tilde{v}(t)$  – запізнення рухомої хвилі,  $\tilde{v}(t) = \sqrt{EI\tilde{\omega}/m}$  – швидкість хвилі,  $z$  – вертикальна координата колони,  $EI$  – згинальна жорсткість колони,  $m$  – погонна маса колони з урахуванням однієї четвертої маси плити перекриття. Максимальні значення прискорення і горизонтальних переміщень ґрунту прийняті згідно рекомендацій [5] відповідно до магнітуди сейсмічного впливу М7:  $a=0,1g=0,981 \text{ м/с}^2$ ,  $A=0,04 \text{ м}$ ; М8:  $a=0,2, g=1,962 \text{ м/с}^2$ ,  $A=0,08 \text{ м}$ ; М9:  $a=0,4g=3,924 \text{ м/с}^2$ ,  $A=0,16 \text{ м}$ .

Поперечні згинальні хвилі представлені у вигляді початкових горизонтальних відхилень від вертикалі усіх вузлів колон будівлі в напрямку дії сейсмічного впливу, амплітуди яких обчислені при  $t = \tilde{T}$  [5].

В статті оцінено вплив хвильової реакції каркасної будівлі на напружено-деформований стан і стійкість при дії статичного рівномірно розподіленого постійного і короткочасного навантаження на плити перекриття.

## 2. Застосування методів вейвлет-аналізу при дослідженні сейсмічного впливу та відгуків каркасної будівлі

Доведено, що при дослідженні нестационарних стохастичних сигналів методи вейвлет-аналізу мають переваги порівняно з традиційним апаратом наближення функцій на основі рядів Фур'є [1], бо дозволяють аналізувати їх в частотно-часовому просторі. В системі Mathcad реалізовані функції декомпозиції та синтезу сигналів на основі діадного дискретного вейвлет-перетворення (DWT) вейвлетом Добеші 4 четвертого порядку. Введені значення параметрів  $a$  і  $b$  у вигляді степеневих функцій

$$a = 2^m, \quad b = k \cdot 2^m, \quad \psi_{mk} = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \psi\left(2^{-m}t - k\right), \quad (6)$$

де  $m$  і  $k$  – відповідно параметри масштабу по частоті та зсуву за часом (цілі числа).

Базис в дискретному представленні має вигляд

$$\psi_{mk} = |a|^{-m/2} \psi\left(a^{-m}t - k\right). \quad (7)$$

Вейвлет-коефіцієнти прямого перетворення набувають вигляду

$$C_{mk} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) \psi_{mk}(t) dt, \quad (8)$$

де  $S(t)$  – випадкова реалізація сейсмічного впливу.

У статті результати вейвлет-аналізу сейсмічного прискорення ґрунту та сейсмічних відгуків каркасної будівлі представлені у вигляді вейвлет-спектрограм в тривимірному просторі з локалізацією екстремумів вейвлет-коефіцієнтів.

Результати вейвлет-аналізу стохастичних сигналів можуть бути подані у вигляді Фур'є-образів. Для цього в статті виконано вейвлет-перетворення сигналів за допомогою неперервних неортогональних одновимірних комплексних вейвлет-функцій Морле, які мають вид

$$W(a,b) = \left( S(t), \psi_{ab}(t) \right) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) \psi((t-b)/a) dt, \quad (9)$$

де  $C_\psi$  – нормуючий коефіцієнт

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(\omega)|^2 |\omega|^{-1} d\omega < \infty, \quad (10)$$

$\psi(\omega)$  – Фур'є-перетворення вейвлета  $\psi(t)$ .

Візуалізація Фур'є-образів сейсмічного впливу та сейсмічних відгуків будівлі виконана в осях „період коливань – вейвлет-коефіцієнт прямого перетворення”.

### 3. Нелінійна задача статки каркасної будівлі при дії поверхневого тиску

Нелінійна задача статки (*Nonlinear Static*) будівлі реалізована в комплексі NASTRAN у вигляді скінченно-елементної апроксимації принципу можливих переміщень Лагранжа, яка розв'язана за допомогою методу Ньютона-Рафсона [9]. Оцінено напружено-деформований стан будівлі без і з урахуванням хвильової реакції в колонах від сейсмічного впливу різної магнітуди (M7, M8, M9) при дії розрахункового поверхневого тиску  $q=10$  кПа та втраті стійкості будівлі (в граничному стані). В табл. 1 наведено лінійні та кутові переміщення вузлів колони №1 в місцях кріплення плит перекриття будівлі при дії поверхневого тиску  $q=10$  кПа.

Таблиця 1

Переміщення вузлів колони №1 по висоті будівлі на рівні плит перекриття при дії поверхневого тиску  $q=10$  кПа

Переміщення	0*	M7	M8	M9
Вздовж осі x, мм	0,016;0,003;0,006; 0,004; <b>0,024</b>	0,53;1,31; <b>1,66</b> ; 1,6;1,34	1,06;2,59; <b>3,32</b> ; 3,19;2,69	2,13;5,19; <b>6,64</b> ; 6,38;5,39
Вздовж осі y, мм	0,016;0,003;0,006; 0,004; <b>0,024</b>	0,003;0;0,001; 0,004; <b>0,01</b>	0,003;0;-0,001; -0,005;- <b>0,011</b>	0;0;0,001; 0,005; <b>0,011</b>
Вздовж осі z, мм	0,27;0,5;0,67; 0,78; <b>0,84</b>	0,29;0,47;0,69; 0,75; <b>0,86</b>	0,3;0,54;0,72; 0,83; <b>0,89</b>	0,36;0,66;0,84; 0,96; <b>1,04</b>
Кутове навколо осі x, 10 <sup>3</sup> рад	0,16;0,1;0,13; 0,064; <b>0,32</b>	0,19;1,15;0,17; 0,10;0,39	0,19;0,14;0,17; <b>0,98</b> ;0,40	0,19;0,14;0,17; 0,11; <b>0,41</b>
Кутове навколо осі y, 10 <sup>3</sup> рад	-0,16;-0,1;-0,13; -0,064;- <b>0,32</b>	0,07;1,38;-0,13; -0,25;-0,48	0,33;0,25;-0,09; -0,22;- <b>0,56</b>	<b>0,85</b> ;0,64;-0,01; -0,35;-0,72
Кутове навколо осі z, 10 <sup>3</sup> рад	0	0;0;0,08; 0,10; <b>0,13</b>	0,03;0,08;0,16; 0,23; <b>0,26</b>	0,05;0,16;0,32; 0,46; <b>0,52</b>
0* – без урахування хвильової реакції				

Як видно з таблиці, хвильова реакція будівлі на горизонтальне сейсмічне переміщення ґрунту викликає несиметричність деформування колони, яка спостерігалась в ній без урахування хвильової реакції (0\*). Максимальні значення горизонтального переміщення вздовж осі x спостерігаються у вузлі

колони на рівні плити третього поверху, вздовж осей  $y$  та  $z$  – на рівні п'ятого поверху. Кутові переміщення вздовж осі  $z$  виникають в колоні за рахунок урахування поперечної згинальної хвилі і збільшуються зі збільшенням магнітуди сейсмічного впливу. Їх максимальні значення спостерігаються у вузлі колони на рівні п'ятого поверху.

В табл. 2 наведено лінійні та кутові переміщення центральних вузлів плит перекриття по висоті будівлі при дії поверхневого тиску  $q=10$  кПа.

Таблиця 2  
Переміщення центральних вузлів плит перекриття по висоті будівлі при дії поверхневого тиску  $q=10$  кПа

Переміщення	0*	M7	M8	M9
Вздовж осі $x$ , мм	0	0,53;1,3;1,66; 1,6;1,35	1,06;2,59;3,32; 3,19;2,7	2,12;5,19;6,64; 6,38;5,4
Вздовж осі $z$ , мм	10,6;10,7;10,9; 11,0;11,4	10,6;10,8;11,0; 11,0;11,4	10,6;10,8;11,0; 11,0;11,4	10,6;10,9;11,1; 11,1;11,6
Кутове навколо осі $y$ , $10^{-3}$ рад	0	-0,017;0,013;0,002; 0,004;0,005	-0,033;-0,025;-0,005; 0,008;0,011	-0,068;-0,051; 0,009; 0,017;0,022

0\* – без урахування хвильової реакції

Видно, що хвильова реакція будівлі викликає лінійні переміщення центральних вузлів плит перекриття вздовж осі  $x$  та кутові переміщення навколо осі  $y$ . На лінійні переміщення вздовж осі  $z$  хвильова реакція впливає лише при сейсмічному впливі магнітудою M9. В табл. 2 не наведені переміщення, значення яких у всіх випадках дорівнюють нулю.

На рис. 1 представлені криві навантаження будівлі поверхневим тиском  $q=160$  кПа для центрального вузла плити п'ятого поверху, в якому спостерігаються максимальні вертикальні переміщення (а), та верхнього вузла колони №1 (б).

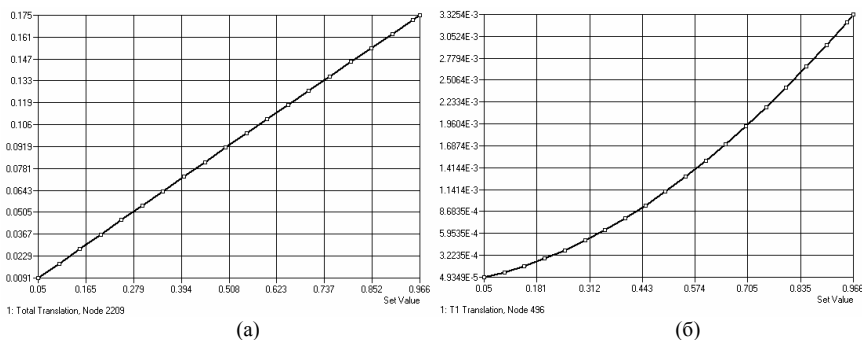


Рис. 1. Крива навантаження будівлі при дії поверхневого тиску без урахування хвильової реакції: (а) – центральний вузол верхньої плити, (б) – верхній вузол колони

Критичне (граничне) значення поверхневого тиску для каркасної будівлі без урахування поперечної згинальної хвилі складо  $q_{кр} = 0,966 \cdot 160 = 154,66$  кПа. При розв'язанні нелінійної задачі статички (Nonlinear Static) будівлі з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний

вплив різної магнітуди ( $M7, M8, M9$ ) отримано критичні (граничні) значення поверхневого тиску, які відповідно дорівнюють  $q_{кр} = [95,957; 92,255; 88,745]$  кПа. Бачимо, що за рахунок урахування поперечної згинальної хвильової реакції критичне (граничне) значення навантаження зменшилось на 43%. На рис. 2 представлено деформований стан каркасної будівлі без і з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив різної магнітуди.

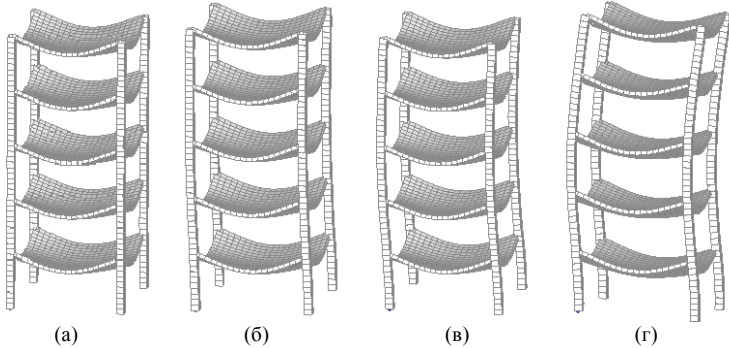


Рис. 2. Деформований стан каркасної будівлі при дії поверхневого тиску в граничному стані: (а) – без урахування хвильової реакції, (б), (в), (г) – при врахуванні хвильової реакції на сейсмічний вплив магнітудою  $M7, M8, M9$  відповідно

В табл. 3 наведено статичні характеристики будівлі: згинальні моменти ( $M$ ), перерізуючі сили ( $Q$ ) та максимальні повздовжні сили в колонах ( $N$ ) у місцях жорсткого з'єднання колон з фундаментом при дії поверхневого тиску  $q = 10$  кПа та втраті стійкості будівлі (в граничному стані).

Таблиця 3

Статичні характеристики будівлі в місцях з'єднання колон з фундаментом при дії поверхневого тиску на плити перекриття

Характеристики	0*				M7			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Згинальний момент, кНм	7,374 47,496	7,374 47,496	7,374 47,496	7,374 47,496	18,748 145,6	18,748 145,6	7,344 57,12	7,344 57,12
Перерізуюча сила, кН	7,656 80,761	-7,656 -80,761	-7,656 -80,761	7,656 80,761	7,687 56,41	-7,687 -56,41	-7,625 -55,66	7,625 55,66
Повздовжня сила, кН	449,99 6952,3	449,99 6952,3	449,99 6952,3	449,99 6952,3	451,05 4001,7	451,05 4001,7	448,97 3983,2	448,97 3983,2
	M8				M9			
Згинальний момент, кНм	30,424 255,19	30,424 255,19	15,063 165,19	15,063 165,19	52,869 483,14	52,869 483,14	38,108 391,74	38,108 391,74
Перерізуюча сила, кН	7,883 58,49	-7,883 -58,49	-7,765 -56,93	7,765 56,93	7,774 61,09	-7,774 -61,09	-7,529 -57,79	7,529 57,79
Повздовжня сила, кН	452,08 4169,5	452,08 4169,5	447,92 4131,1	447,92 4131,1	454,16 4355,7	454,16 4355,7	445,84 4275,8	445,84 4275,8
0* – без урахування хвильової реакції, ** – з урахуванням рухомої хвилі при $q = 10$ кПа *** – з урахуванням рухомої хвилі в граничному стані								

Бачимо, що поперечні згинальні хвилі в колонах викликають несиметричну статичну реакцію на дію поверхневого тиску. Зі

збільшенням магнітуди сейсмічного впливу особливо збільшуються згинальні моменти відносно осі  $y$ .

#### 4. Модальний аналіз каркасної будівлі

За допомогою методу Ланцоша (*Modes*), який реалізовано в комплексі NASTRAN, виконано модальний аналіз каркасної будівлі без і з урахуванням поперечної згинальної хвилі різної амплітуди згідно виразу (2). Значення перших десяти власних частот коливань будівлі представлено в табл. 4.

Таблиця 4

Частоти власних коливань каркасної будівлі, Гц

№	0*	M7	M8	M9
1	<b>0,854317</b>	0,854278	0,854162	0,853696
2	<b>0,854317</b>	0,854307	0,854279	0,854165
3	1,254049	1,254045	1,254033	1,253984
4	<b>3,320098</b>	3,319336	3,317953	3,307964
5	<b>3,320098</b>	3,319686	3,318451	3,313525
6	4,908278	4,907590	4,905529	4,897331
7	<b>7,728268</b>	7,725592	7,717831	7,689884
8	<b>7,728268</b>	7,727540	7,725360	7,716683
9	7,864224	7,865068	7,867489	7,876089
10	8,075492	8,077710	8,081637	8,095768

0\* – без урахування хвильової реакції будівлі

Бачимо, що урахування хвильової реакції майже не впливає на зміну значень власних частот коливань будівлі, але розщепляє кратні власні частоти (1, 2; 4, 5; 7, 8). Зі збільшенням амплітуди поперечної згинальної хвилі, яка пов'язана з магнітудою сейсмічного впливу, значення перших сімох власних частот коливань будівлі зменшуються лише на 0,2%, а значення восьмої і дев'ятої – збільшуються на 0,25%. В табл. 5 наведено максимальні відносні горизонтальні переміщення в напрямку дії сейсмічного впливу (осі  $x$ ) каркасної будівлі по власних формах коливань.

Видно, що будівля з урахуванням хвильової реакції змінює форму деформування по кратних частотах коливань. Спостерігаються максимальні горизонтальні переміщення будівлі по другій (замість першої), по п'ятій (замість четвертої) власних формах коливань. По дев'ятій та десятій власних формах коливань зі збільшенням амплітуди поперечної згинальної хвильової реакції будівлі спостерігається збільшення значення відносного горизонтального переміщення у 5,2 та 7,8 разів відповідно.

Таблиця 5

Максимальні відносні горизонтальні вузлові переміщення каркасної будівлі по власних формах коливань

Урахування хвильової реакції	Номер власної форми коливань				
	1	2	3	4	5
0*	0,004711	0,000467	0,00501	0,004102	0,000423
M7	0,000019	0,004734	0,00501	0,000025	0,004134
M8	0,000038	0,004734	0,00501	0,000045	0,004132
M9	0,000076	0,004734	0,00501	0,000084	0,004126
	6	7	8	9	10
0*	0,004667	0,004147	0,000136	0,000128	0,000123
M7	0,004678	0,004131	0,000033	0,000238	0,000381
M8	0,004677	0,003726	0,000038	0,000430	0,000601
M9	0,004676	0,003923	0,000048	0,000663	0,000959

0\* – без урахування хвильової реакції будівлі

Як приклад, на рис. 3 наведені перші десять власних форм коливань будівлі з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив магнітудою M9.



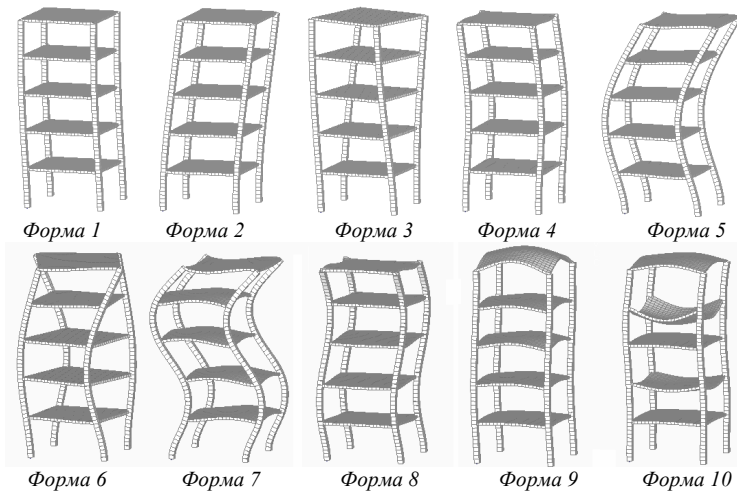


Рис. 3. Перші десять власних форм коливань каркасної будівлі з урахуванням хвильової реакції на сейсмічний вплив (M9)

### 5. Дослідження сейсмічних відгуків каркасної будівлі

Нестационарні стохастичні коливання будівлі без і з урахуванням поперечних згинальних хвиль в колонах подані у вигляді десяти незв'язаних диференціальних рівнянь руху другого порядку в узагальнених координатах (1). Коефіцієнт демпфірування приймався рівним  $\xi = 0,02$  для всіх власних частот коливань. За допомогою прямого методу чисельного інтегрування Рунге-Кутта четвертого порядку отримано сейсмічні відгуки будівлі у вигляді узагальнених переміщень, узагальнених швидкостей та узагальнених прискорень. Максимальні значення прискорень, швидкостей та переміщень вузлів моделі будівлі вздовж осі дії сейсмічного навантаження (осі  $x$ ) визначені з урахуванням відповідних власних форм коливань.

Згідно формул (6) - (10) виконано вейвлет-аналіз стохастичних реалізацій сейсмічного впливу та сейсмічних відгуків будівлі. На рис. 4, як приклад, представлена випадкова реалізація прискорення ґрунту (M7), її вейвлет-спектрограма у вигляді поверхні  $ab$  в тривимірному просторі з локалізацією екстремумів вейвлет-коефіцієнтів та Фур'є-образ в осях „період коливань – вейвлет-коефіцієнт прямого перетворення”.

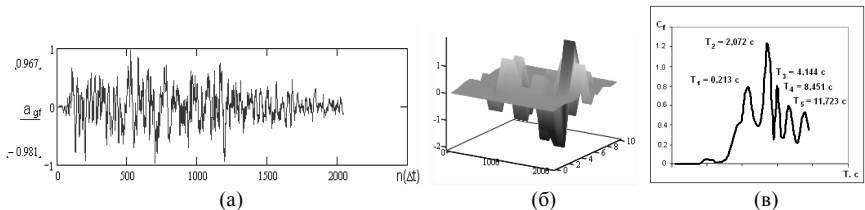


Рис. 4. Реалізація прискорення ґрунту (а) при сейсмічному впливі (M7), її вейвлет-спектрограма (б) та Фур'є-образ (в)

Як приклад, на рис. 5 представлена максимальна сейсмічна реакція (прискорення - (а), (б); швидкість - (в), (г); горизонтальне переміщення - (д), (е)) будівлі без урахування в ній поперечних згинальних хвиль на сейсмічний вплив (M7), яка спостерігалась у верхньому вузлі колони відповідно по першій та шостій власних формах коливань.

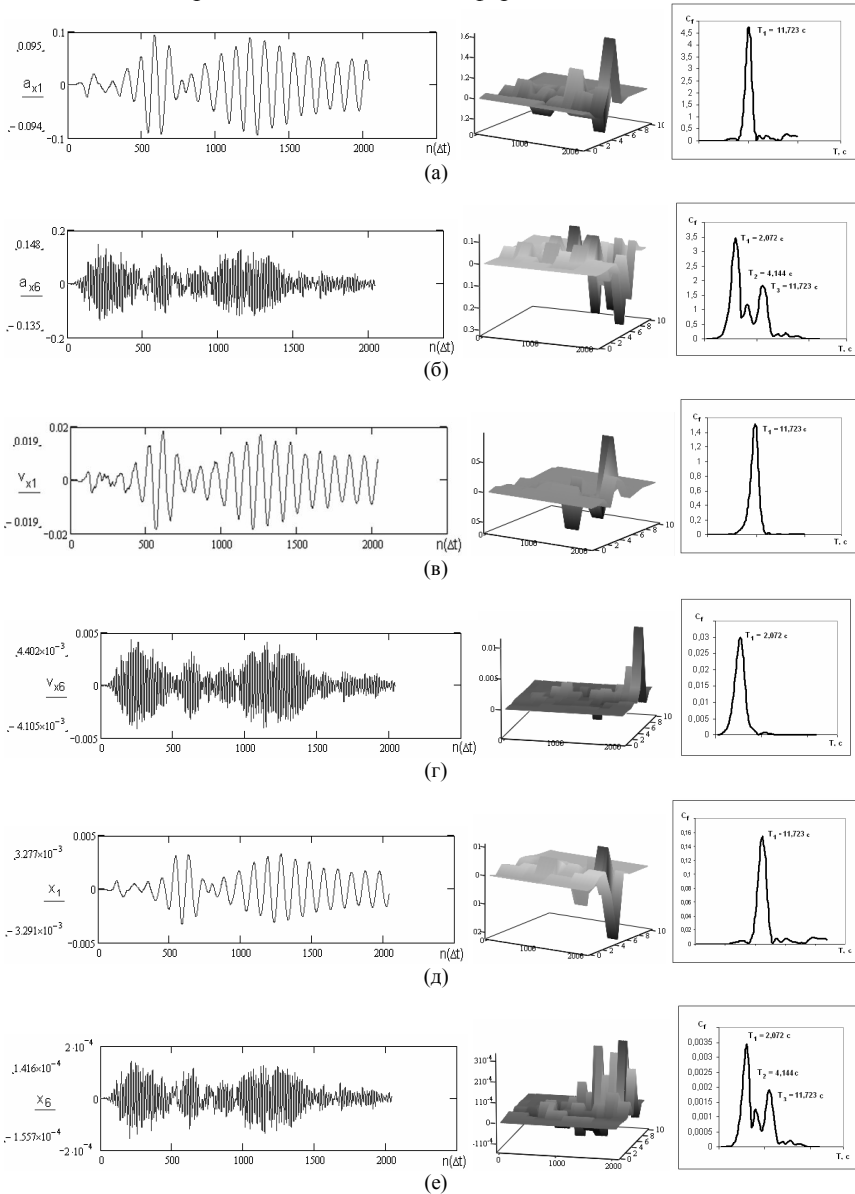


Рис. 5. Реакція верхнього вузла колони будівлі на сейсмічний вплив (M7) без урахування поперечних згинальних хвиль: (а), (б) – прискорення; (в), (г) – швидкість; (д), (е) – горизонтальне переміщення по першій та шостій формам власних коливань відповідно

Бачимо, що локалізація в часі піків максимальних значень вейвлет-коефіцієнтів динамічних характеристик верхнього вузла колони №1 по першій та шостій формах власних коливань не завжди збігаються. Тому в методі суперпозиції форм для отримання сумарних значень прискорення, швидкості та переміщення треба враховувати неспівпадіння локалізації їх у часі [8]. В табл. 6 наведені результати динамічного розрахунку конструкції: максимальні значення прискорень, швидкостей і переміщень верхнього вузла колони в напрямку дії сейсмічного впливу (осі  $x$ ).

Таблиця 6

Максимальні динамічні характеристики верхнього вузла колони №1

Динамічні характеристики	M7	M8	M9
Прискорення, $m/s^2$	0,044/0,045	0,089/0,092	0,181/0,187
Швидкість, $m/s$	0,004/0,005	0,009/0,010	0,019/0,021
Переміщення вздовж осі $x$ , $mm$	0,607/0,622	1,215/1,245	2,432/2,498
*/** – без/з урахуванням хвильової реакції конструкції на сейсмічний вплив			

Спостерігаємо збільшення динамічних характеристик вузла колони за рахунок збільшення магнітуди сейсмічного впливу. Але урахування поперечних згинальних хвильових реакцій мало впливає на максимальні значення прискорення, швидкості і переміщення вздовж осі  $x$  (1,24%) верхнього вузла колони. Сумарне максимальне горизонтальне переміщення верхнього вузла колони №1 вздовж дії сейсмічного впливу (осі  $x$ ) значно збільшується за рахунок статичного переміщення від дії поверхневого тиску при врахуванні поперечної згинальної хвилі.

### Висновок

При дії поверхневого тиску на плити перекриття каркасної будівлі зі збільшенням магнітуди сейсмічного впливу зменшується несуча спроможність конструкції. Врахування поперечних згинальних хвиль в колонах значно впливають на згинальні моменти в місцях кріплення колон до фундаменту і викликає нерівномірну деформацію усєї будівлі. Модальний аналіз виявив розщеплення кратних власних частот коливань будівлі та відмінність власних форм за рахунок урахування хвильових реакцій в колонах. Аналіз сейсмічних реакцій каркасної будівлі показав, що моделювання рухомих хвиль в колонах мало вплинуло на динамічні характеристики конструкції. Вейвлет-аналіз сейсмічного впливу і реакцій каркасної будівлі дозволив якісно дослідити локалізацію максимальних значень в частотно-часовому просторі і надати рекомендації до методу суперпозиції форм. Дослідження показало, що хвильову реакцію багатопверхових каркасних будівель на горизонтальне сейсмічне переміщення ґрунту слід враховувати в розрахунках на сейсмічний вплив. Особливо це стосується каркасних будівель з багатьма прольотами, оскільки швидкість хвиль в колонах буде різною і залежатиме від збільшення кількості плит перекриття, що спираються на них.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Добеши И.* Десять лекций по вейвлетам / пер. с англ. Е. Мищенко; под ред. А. Петухова. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 454 с.
2. *Клаф Р., Пензиен Дж.* Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
3. *Августин Г., Баратта А., Кашиами Ф.* Вероятностные методы в строительном проектировании. – М.: Стройиздат, 1988. – 584 с.
4. ДБН В.1.1-12:2014. Будівництво у сейсмічних районах України. – К.: Мінрегіон України, 2014. – IV. – 110 с.
5. *Курзанов А.М.* Предложения по нормативному расчету сооружений на волновую сейсмическую нагрузку // Промышленное и гражданское строительство, 2010. – № 9. – С. 54-55.
6. *Немчинов Ю.І., Хавкін О.К., Мар'янков М.Г.* та ін. Практичні питання динаміки будівель // Будівництво України, 2013. – №6. – С. 6-21.
7. *Лук'яненко О.О., Ворона Ю.В., Костіна О.В., Геращенко О.В.* Застосування вейвлет-аналізу до моделювання стохастичної поведінки пружних систем при сейсмічному впливі // Опір матеріалів і теорія споруд. – К: КНУБА, 2017. – Вип. 99. – С. 160–180.
8. *Лук'яненко О.О., Костіна О.В., Геращенко О.В.* Дослідження сейсмічної хвильової реакції просторової конструкції // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 101. – С. 83-102.
9. *Шимкович Д.Г.* Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. – М.: ДМК Пресс, 2001. – 448 с.

## REFERENCES

1. *Daubechies I.* Desyat' lektсий po veyvletam [Ten Lectures on Wavelets]. Izhevsk, NITs «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika» publ., 2001, 454 p. (rus).
2. *Clough R., Penzien J.* Dinamika sooruzheniy [Dynamics of structures]. – М.: Stroyizdat, 1979. – 320 p. (rus)
3. *Augusti G., Baratta A., Kashiati F.* Veroyatnostnyie metody v stroitelnom proektirovanii [Probabilistic methods in building design]. – М.: Stroyizdat, 1988. – 584 s. (rus)
4. DBN V.1.1-12:2014. Derzhavni budivelni normy Ukrainy. Budivnytstvo u seysmichnykh rayonakh Ukrainy [National Structural Rules and Regulations. Construction in the seismic regions of Ukraine] – К.: Minrehion Ukrainy, 2014. – IV. – 110 s. (ukr).
5. *Kurzanov A.M.* Predlozheniya po normativnomu raschetu sooruzheniy na volnovuyu seysmicheskuyu nagruzku [Proposals for the normative analysis of constructions under wave seismic loading] // Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitelstvo, 2010. – № 9. – S. 54-55. (rus).
6. *Nemchynov Yu.I., Khavkin O.K., Mar'yankov M.H.* ta in. Praktychni pytannya dynamiky budivel' [Practical issues of buildings dynamics] // Budivnytstvo Ukrainy, 2013. – #6. – S. 6-21. (ukr)
7. *Lukianchenko O.O., Vorona Yu.V., Kostina O.V., Geraschenko O.V.* Zastosuvannya veyvlet-analizu do modelyuvannya stokhastychnoyi povedinky pruzhnyx system pry seysmichnomu vplyvi [Application of wavelet analysis to the modeling of elastic systems stochastic behavior under seismic loading] // Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekh. zbirn.– K: KNUBA, 2017. – Vyp. 99. – P. 160–180. (ukr)
8. *Lukianchenko O.O., Kostina O.V., Geraschenko O.V.* Doslidzhennia seismichnoi khyvlovoi reaktsii prostоровoi konstruktsii [Study of seismic wave reaction of spatial structure] // Opir materialiv i teoriia sporud: nauk.-tekh. zbirn.– K: KNUBA, 2018. – Vyp. 101. – P. 83-102. (ukr)
9. *Shimkovich D.G.* Raschet konstruktsiy v MSC/NASTRAN for Windows [Structural analysis in MSC/NASTRAN for Windows] - М.: ДМК Press, 2001.- 448 p. (rus)

Стаття надійшла 11.08.2019

*Lukianchenko O.O., Vorona Yu.V., Kostina O.V.*

#### **WAVELET ANALYSIS OF SEISMIC WAVE RESPONSE OF FRAMED BUILDING**

The application of new and effective wavelet methods to the analysis of seismic responses of structures is a time-consuming task. The article investigates the effectiveness of a new numerical approach to calculating the seismic response of a multi-storey frame building. The approach is based on the theory and methods of nonlinear mechanics, method of traveling wave and wavelet analysis. Seismic loads are represented as random realizations of accelerations of soil with different magnitudes, obtained by the statistical model of Ruiz and Penzien. Another component of seismic loads is the wave response of the building to horizontal seismic movement of the ground. A mathematical model of non-stationary stochastic oscillations of a building has the form of a system of second-order differential equations in generalized coordinates. The model is constructed with the use of a finite element method. The wave response of the building is represented by transverse bending waves in columns whose amplitude corresponded to the magnitude of the seismic action. The static behavior and stability of the framed building under the action of surface pressure on the floor slabs were investigated in nonlinear formulation by the Newton-Rafson method. The modal analysis of the building was performed using the Lanzos method. The dynamic behavior of the building was investigated using the fourth-order Runge-Kutta method. The wavelet analysis of realizations of seismic impact and seismic reactions of a framed building was performed with the use of discrete orthogonal (Daubechies 4) and continuous non-orthogonal (Morlet) one-dimensional complex wavelet functions. Visualization of the seismic impact and seismic response of the building is presented in the form of wavelet spectrograms and Fourier images. The expediency of taking into account the transverse bending waves in the columns of a multi-storey frame building when studying its seismic behavior is confirmed. This is especially true for frame buildings with many spans because of the dependency of the wave speed in the columns on the number of floor slabs resting on them.

**Keywords:** wavelet analysis, framed building, finite element method, nonlinear mechanics, seismic load, traveling wave theory.

*Лукьянченко О.А., Ворона Ю.В., Костина Е.В.*

#### **ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ВОЛНОВОЙ РЕАКЦИИ КАРКАСНОГО ЗДАНИЯ**

Применение новых и эффективных методов, к которым относятся вейвлет-методы, для анализа сейсмических реакций строительных сооружений является требованием времени. В статье исследована эффективность нового численного подхода к расчету сейсмической реакции многоэтажного каркасного здания, основанного на теории и методах нелинейной механики, бегущей волны и вейвлет-анализа. Сейсмическое воздействие представлено в виде случайных реализаций ускорения грунта различной магнитуды, полученных с помощью статистического подхода Руиза и Пензиена, и волновой реакции здания на горизонтальное сейсмическое перемещение грунта. С помощью программного комплекса конечно-элементного анализа построена математическая модель нестационарных стохастических колебаний здания в виде системы дифференциальных уравнений второго порядка в обобщенных координатах. Волновая реакция здания представлена в виде поперечных изгибающих волн в колоннах, амплитуда которых соответствовала магнитуде сейсмического воздействия. Исследовано статическое поведение и устойчивость каркасного здания при действии поверхностного давления на плиты перекрытия в нелинейной постановке методом Ньютона-Рафсона. Модальный анализ здания выполнен с помощью метода Ланцоша. Динамическое поведение здания исследовано методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Выполнен вейвлет-анализ реализаций сейсмического воздействия и сейсмических реакций каркасного здания с применением дискретных ортогональных (Добеши 4) и непрерывных неортогональных (Морле) одномерных комплексных вейвлет-функций. Визуализация сейсмического воздействия и сейсмической реакции здания представлена в виде вейвлет-спектрограмм и Фурье-образов. Подтверждена целесообразность учета поперечных изгибающих волн в колоннах многоэтажного каркасного здания при исследовании его сейсмического поведения. Особенно это касается каркасных зданий со многими пролетами, потому что скорость волн в колоннах будет разной и зависеть от увеличения количества плит перекрытия, опирающихся на них.

**Ключевые слова:** вейвлет-анализ, каркасное здание, метод конечных элементов, нелинейная механика, сейсмическое воздействие, теория бегущей волны.

УДК 539.3

Лук'янченко О.О., Ворона Ю.В., Костіна О.В. **Вейвлет-аналіз сейсмічної хвильової реакції каркасної будівлі** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 103. – С. 131-144.

*Досліджена стохастична реакція багатопверхового каркасного будинку на сейсмічний вплив. Запропоновано новий чисельний підхід, заснований на теорії та методах нелінійної механіки, скінченних елементів, рухомої хвилі та вейвлет-аналізу.*

Табл. 6. Іл. 5. Бібліогр. 9 назв.

Lukianchenko O.O., Vorona Yu.V., Kostina O.V. **Wavelet analysis of seismic wave reaction of frame building** // Strength of Materials and Theory of Structures. – 2019. – Issue. 103. – P. 131-144.

*The stochastic response of a multi-storey frame building to seismic load was investigated. A new numerical approach based on the theory and methods of nonlinear mechanics, finite elements, traveling waves and wavelet analysis is proposed.*

Tab. 6. Fig. 5. References 9 items.

Лук'янченко О.А., Ворона Ю.В., Костіна Е.В. **Вейвлет-анализ сейсмической волновой реакции каркасного здания** // Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2019. – Вип. 103. – С. 131-144. – Укр.

*Исследована стохастическая реакция многоэтажного каркасного здания на сейсмическое воздействие. Предложен новый численный подход, основанный на теории и методах нелинейной механики, конечных элементов, бегущей волны и вейвлет-анализа.*

Табл. 6. Ил. 5. Библиогр. 9 назв.

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ольга Олександрівна.

**Адреса:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ЛУК'ЯНЧЕНКО Ользі Олександрівні.

**Тел.:** +38(044) 241-54-20.

**Мобільний тел.:** +38(095) 727-18-25.

**Імейл:** [lukianchenko.oo@knuba.edu.ua](mailto:lukianchenko.oo@knuba.edu.ua)

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0003-1794-6030>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, професор кафедри будівельної механіки КНУБА ВОРОНА Юрій Володимирович

**Адреса робоча:** 03680, Київ, Повітрофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, ВОРОНИ Юрію Володимировичу

**Робочий тел.:** +38(044) 245-48-29

**Мобільний тел.:** +38(050)750-13-61

**Імейл:** [vorona.iuv@knuba.edu.ua](mailto:vorona.iuv@knuba.edu.ua)

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0001-8130-7204>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, старший науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА, КОСТІНА Олена Володимирівна.

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КОСТІНІЙ Олені Володимирівні.

**Робочий тел.:** +38(044) 241-54-20.

**Мобільний тел.:** +38(098) 275-19-93.

**Імейл:** [kostina.ov@knuba.edu.ua](mailto:kostina.ov@knuba.edu.ua)

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0002-6692-6231>